stichting
mathematisch
centrum

MC

BA

AFDELING MATHEMATISCHE BESLISKUNDE BN 12/72 JUNI

M. REM
EEN PROGRAMMA VOOR PRODUKTIE-PLANNING

2e boerhaavestraat 49 amsterdam

Printed at the Mathematical Centre, 49, 2e Boerhaavestraat, Amsterdam.

The Mathematical Centre, founded the 11-th of February 1946, is a non-profit institution aiming at the promotion of pure mathematics and its applications. It is sponsored by the Netherlands Government through the Netherlands Organization for the Advancement of Pure Research (Z.W.O), by the Municipality of Amsterdam, by the University of Amsterdam, by the Free University at Amsterdam, and by industries.

Voorwoord

Er bestaan allerlei 'machine loading problems'. Dit rapport beschrijft een oplossingsmethode voor een klasse daarvan. Te weten de produktie-plannings over een aantal perioden, waarbij verschillende produkten op dezelfde machine vervaardigd moeten worden. Hierbij dient, bij bekende produktietijd en -kosten de som van voorraad- en omschakelkosten geminimaliseerd te worden.
De gevolgde methode werd gesuggereerd door Prof.Dr. G. de Leve. Het onderzoek werd uitgevoerd in het kader van een besliskunde-scriptie
De methode garandeert dat binnen een eindige tijd de beste oplossing wordt gevonden. Deze 'eindige tijd' kan echter snel met de grootte van het probleem toenemen.
Het rapport bevat tevens een ALGOL 60-programma voor het machine loading problem met de specificaties zoals die in hoofdstuk 0 genoemd worden.

De schrijver wil zijn dank betuigen voor de waardevolle suggesties die hij mocht ontvangen van Prof.Dr. G. de Leve en Drs.B. Dorhout.

Inhoud

0. Inleiding.

Het probleem waar de rest van dit rapport aan gewijd is, is het volgende:

Er zijn een aantal verschillende produkten die op dezelfde machine moeten worden vervaardigd.
De vraag naar deze produkten is voor enkele weken bekend.
Het kost tijd en geld om om te schakelen van het ene naar het andere produkt (schoonmaaktijd en -kosten).
Het kost ook geld als produkten in een eerdere week worden gemaakt, dan de week waarin ze moeten worden afgeleverd (voorraadkosten).
(Opm.: Men kan desgewenst ook nalevering toestaan. De kosten voor nageleverde produkten worden dan met een boete verhoogd.)
Iedere week wordt als een afzonderlijke eenheid beschouwd; men kan zich voorstellen dat aan het eind van de week altijd schoongemaakt wordt.
Een produktie kan dus niet van de ene in de andere week doorlopen, maar wel kan een produktie over verschillende weken verdeeld worden.
Voor de produkten bestaat een ordening. Deze ordening bepaalt voor iedere week de volgorde waarin de produkten moeten worden gedraaid.
De schoonmaaktijd en -kosten zijn afhankelijk van de twee produkten waartussen omgeschakeld wordt.
De bedoeling is de produktie te vinden, waarbij de som van schoonmaak- en voorraadkosten minimaal is.
De strategie volgens welke we dit probleem zullen oplossen, is in grote lijnen de volgende:

We zoeken eerst de beste oplossing zonder de schoonmaaktijd en -kosten er in op te nemen. Deze berekening is (zoals in hoofdstuk 1 zal worden aangetoond) equivalent met het oplossen van het standaard-transport-probleem. Voor het oplossen van dit probleem bestaat een ALGOL 60-procedure 'real stepping stone', die geschreven is door Drs.B. Dorhout.
Deze oplossing zal i.h.a. te gunstig zijn, en wel om de volgende twee redenen: de schoonmaakkosten zijn nog niet opgenomen, en door het toevoegen van schoonmaaktijden, kan het zijn dat de in een week geplande produkties niet meer in de overgebleven tijd passen. Hierdoor moeten produkties naar andere weken verschoven worden, hetgeen weer een toename van de voorraadkosten ten gevolge heeft.

Deze eerste berekening verschaft ons echter wel een ondergrens voor de kosten.

Het kan zijn dat we na deze eerste berekening al klaar zijn. Bijvoorbeeld in het geval dat er voor iedere week maar één produktie gepland is; we hoeven dan namelijk nooit tijdens een week van produktie te wisselen. Zijn echter alle schoonmaaktijd en -kosten nog niet opgenomen, dan gaan we voor ieder van de geplande produkties, waarvoor nog niet schoongemaakt is, bepalen hoeveel het tenminste gaat kosten als we hem wel, en als we hem niet uitvoeren.

Als we besluiten een produktie uit de planning metterdaad te gaan maken, (nog zonder te letten op de grootte) dan zullen daar i.h.a. kosten mee gemoeid zijn; als we anderzijds een geplande produktie niet gaan maken, dan zal er een nieuwe (i.h.a. duurdere) planning moeten komen met die produktie er niet in. We maken voor ieder van de geplande produkties een onderschatting van de toename van de kosten als we deze produktie wel en als we hem niet maken. Vervolgens bepalen we die produktie waarbij het verschil tussen deze twee schattingen het grootst is. (Opm.: Omdat voor al die produkties geldt dat ze òf wel, òf niet gemaakt moeten worden, kunnen we terloops een onderschatting geven van de nog te maken kosten.)

De berekening splitst zich nu in twee takken ('branch'), terwijl we in iedere tak een onderschatting ('bound') voor de kosten geven. In de ene tak nemen we het besluit die produktie wel te maken, en in de andere tak het besluit om hem niet te maken. In beide gevallen zoeken we weer met de methode voor het oplossen van het transportprobleem de optimale produktie-planning in de nieuwe omstandigheden. (In de nieuwe omstandigheden wil dan zeggen: met minder beschikbare tijd omdat er schoonmaaktijd afgegaan is, of met een bepaalde produktie verboden, omdat dat zo besloten is.)

We zetten onze 'branch and bound'-arbeid steeds in die tak voort waar de onderschatting van de kosten (som van de gemaakte kosten en de onderschatting van de nog te maken kosten) het laagst is. Dit doen we totdat de tak met de laagste kosten, een oplossing is waarvoor alle

schoonmaaktijd en -kosten ingecalculeerd zijn. Dan hebben we de optimale oplossing gevonden, en zijn we klaar.

De juiste wijze waarop dit proces verloopt, wordt in de hoofdstukken 2 en 3 besproken.

Een uitbreiding van dit probleem zou zijn het geval dat we de beschikking hebben over een aantal (verschillende) machines. Het kan dan voorkomen dat produkten op sommige machines wel en op andere weer niet gemaakt kunnen worden, en op de ene machine weer sneller dan op de andere. Dit heeft tot gevolg dat er in de vergelijkingen van het transportprobleem coëfficiënten verschijnen, zodat we steeds het gegeneraliseerde i.p.v. het standaard-transportprobleem moeten oplossen. De rest van het programma, en met name de strategie zoals die in de rest van dit rapport besproken wordt, hoeft echter niet gewijzigd te worden.
Ook voor het gegeneraliseerde transportptobleem is een ALGOL-procedure geschreven, en wel door Drs.W. Hoffmann.

1. Mathematische formulering.

M = aantal produkten

n = aantal weken

We maken onderscheid tussen produkten uit verschillende weken, door het i^e produkt ($1 \leq i \leq M$) dat in de j^e week ($1 \leq j \leq n$) geleverd moet worden produkt nummer $(j - 1) * M + i$ te noemen.

Omdat er maar één machine is, kunnen we de vraag en de produktie uitdrukken in het aantal tijdseenheden dat het kost om die vraag of die produktie te maken.

a_i = vraag naar produkt i $\quad (1 \leq i \leq M * n)$

b_j = produktietijd in week j $\quad (1 \leq j \leq n)$

x_{ij} = de hoeveelheid die van produkt i in week j gemaakt wordt.

We voeren nog een $(M * n + 1)^e$ produkt in met vraag

$$a_{M*n+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{M*n} a_i ,$$

zodat

$$\sum_{j=1}^{n} b_j = \sum_{i=1}^{M*n+1} a_i .$$

We noemen $M * n + 1$ voortaan m.

c_{ij} = voorraadkosten voor produkt i als het in week j gemaakt wordt, berekend volgens de volgende algorithme:

c_{ij}:= if i = m ∨ week van produktie = week van levering then 0 else
if week van produktie > week van levering then ∞ else
(week van levering - week van produktie) $*v_i$;

waarin: v_i = voorraadkosten per week voor produkt i.

Als we afzien van schoonmaaktijd en -kosten wordt het probleem:

$$\text{minimaliseer} \quad \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

onder: $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \qquad (1 \leq i \leq m)$

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \qquad (1 \leq j \leq n)$

$x_{ij} \geq 0$

Dit is de standaardversie van het transportprobleem. De oplossing ervan geeft ons een absoluut minimum voor de kosten, dat als uitgangspunt zal dienen wanneer we al "branch and boundend" de schoonmaaktijd en -kosten gaan opnemen.

2. Branch and bound.

De oplossing van het in hoofdstuk 1 genoemde transportprobleem m.b.v. de procedure 'real stepping stone', geeft ons een eerste produktieplanning met de daarbij horende kosten, en daarmee de wortel van de binaire boom.
Een aanroep van 'update' ('update' wordt verderop besproken) zorgt er voor dat de wortel gemakkelijk kan worden uitgebreid. Hierna wordt de hele "status-quo" naar de trommel gestuurd ("geswapt") op de wijze die in hoofdstuk 4 besproken wordt.

Laten we aannemen dat we al een stuk van de boom hebben; het uitbreiden van de boom gaat dan als volgt.

In het array 'drcost' staan de kosten die horen bij de uiteinden van de takken van de boom, voorzover deze niet ∞ zijn.
Met ieder element van 'drcost' correspondeert een stuk trommelruimte waar alle belangrijke gegevens staan voor het geval we de boom bij die tak gaan uitbreiden.
Nadat we de tak met de laagste kosten gevonden hebben, wordt - indien deze tak zich niet reeds in het kerngeheugen bevindt - door een "swap-in" de statusquo hersteld van het moment waarop we deze tak aanbrachten.

We kunnen nu zien met welke produktie uit de door 'real stepping stone' voorgestelde optimale produktieplanning we deze tak het beste kunnen uitbreiden. Dat zal met die produktie zijn waarbij het verschil in kosten tussen wel en niet produceren het grootst is. Dit is door 'update' al bepaald.
Er zijn nu twee beslissingen te nemen: de produktie wel maken, en de produktie niet maken. Dit gebeurt in de procedures 'production' en 'no production'. We nemen eerst de ongunstige beslissing.

Als we besluiten een produktie wel te maken moeten we de benodigde schoonmaaktijd reserveren en de schoonmaakkosten bij de reeds gemaakte schoonmaakkosten optellen.

Indien we in week i t tijdseenheden schoonmaaktijd moeten opnemen, voeren we de volgende wijziging uit:

if $b_i \geq t \wedge a_m \geq t$ then begin $b_i := b_i - t$; $a_m := a_m - t$ end else begin schoonmaakkosten:= ∞;kap deze tak end;

Als we besluiten de produktie niet te maken zetten we de toepasselijke c_{ij} op ∞ .
In beide gevallen blijft het probleem het standaardtransportprobleem, zodat we na deze beslissing weer een optimale produktieplanning kunnen vinden m.b.v. de procedure 'real stepping stone'.

Vervolgens gaan we een onderschatting maken van de verdere kosten die we in deze tak nog zullen moeten maken, alsmede een lijst van gunstige beslissingen voor de volgende keer dat we deze tak uitbreiden. Dit gebeurt in de procedure 'update'.

Hierna wordt de hele status-quo (indien de kosten niet reeds ∞ zijn geworden) geswapt, terwijl in 'drcost' de kosten worden genoteerd. De kosten bestaan uit drie gedeelten:

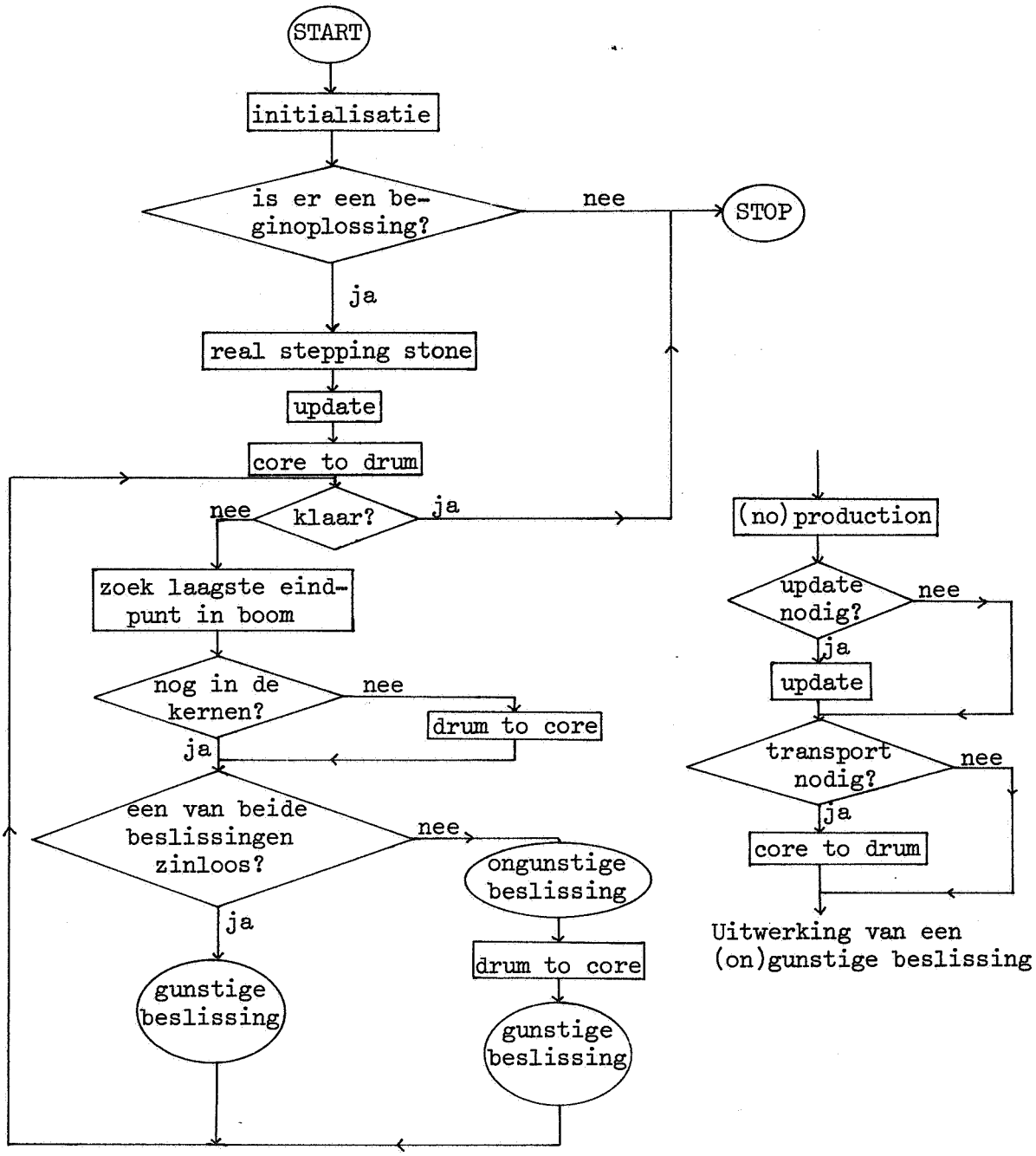
a) voorraadkosten (real stepping stone)
b) schoonmaakkosten (production)
c) onderschatting verdere kosten (update)
(tussen haakjes de procedure die ze berekent)

We nemen vervolgens de gunstige beslissing en voeren daarmee een zelfde proces uit.

Het mag natuurlijk niet voorkomen dat tijdens het branch-and-bound proces de kosten afnemen. We moeten er daarom op letten dat het toevoegen van een produktie de benodigde schoonmaaktijd en -kosten niet doet afnemen. Daartoe dienen deze te voldoen aan de driehoeksongelijkheid:

$$c(P_1,P_3) \leq c(P_1,P_2) + c(P_2,P_3) \quad ,$$

waarbij $c(P_i,P_j)$ de schoonmaaktijd of -kosten zijn bij omschakeling van



Flow chart van het programma

produkt i naar produkt j. Tijdens het inlezen van de schoonmaakgegevens wordt er op getest of ze inderdaad aan deze ongelijkheid voldoen.

Zowel in de procedure 'production' als 'no production' wordt voordat 'real stepping stone' de optimale produktie-planning bepaalt, gekeken of er wel een oplossing met eindige kosten is. Hiertoe wordt voor de c_{ij}'s die op ∞ staan een 1 en voor alle andere een 0 ingevuld. Alleen als 'real stepping stone' nu een oplossing met kosten 0 vindt, is er een eindige oplossing. De oorspronkelijke c_{ij}'s worden in dat geval weer teruggeschreven, en 'real stepping stone' wordt nogmaals aangeroepen, nu met de zojuist gevonden nuloplossing als beginoplossing.

Het is in 'production' niet altijd nodig opnieuw 'real stepping stone' aan te roepen. Dit is niet nodig als de schoonmaaktijd 0 is, of als de schoonmaaktijd van de "slack" (met m^e produkt, dat extra is toegevoegd) af kan. In dat geval is 'update' (behoudens twee uitzonderingen) ook niet nodig. We zullen dan, als we de tak nog eens gaan uitbreiden, als beslissing de volgende uit het - door 'update' vastgestelde - rijtje van gunstige beslissingen nemen.
De ene uitzondering is dat het rijtje van gunstige beslissingen op is. De andere is dat we precies die beslissing hebben genomen waarop de onderschatting van de verdere kosten gebaseerd is, zodat er weer een nieuwe onderschatting moet komen.

3. Update.

We hebben in ons branch-and-bound-proces twee tijdrovende bezigheden: enerzijds is dat het vaststellen wat de volgende beslissing wordt (niet te verwarren met: welke tak we gaan uitbreiden, wat gewoon een kwestie is van in 'drcost' kijken), anderzijds is dat het nemen van de beslissing zelf. De laatstgenoemde bezigheid bestaat uit twee delen: wél produceren, niet produceren, waarvoor we de in hoofdstuk 2 besproken procedures 'production' en 'no production' hebben.
Des te tijdrovender het nemen van een beslissing is, des te nauwgezetter moeten we onderzoeken welke beslissing we gaan nemen. Dit onderzoeken gebeurt in 'update'.

Van de door 'real stepping stone' gevonden optimale produktieplanning wordt voor iedere produktie daarvan, waarvoor de schoonmaakkosten nog niet verrekend zijn, vastgesteld hoeveel het tenminste gaat kosten, als we de produktie niet, en als we de produktie wel maken.

De optimale produktieplanning bestaat uit m + n - 1 produkties, waarvan sommige mogelijk 0 zijn. Als we deze in de c_{ij}-matrix verbinden door alle mogelijke horizontale en vertikale lijnen hiertussen te trekken, vinden we een verbonden graph zonder rondgangen.
Tevens levert 'real stepping stone' ons voor ieder element dat niet in de oplossing is opgenomen hoeveel het kost om deze (ter waarde 1) in de oplossing op te nemen. Dit zijn de z.g. "duale waarden W_{ij}".
We zoeken de laagste W_{ij}. Na opname van dit element in de oplossing ontstaat er een rondgang. De procedure 'next' bepaalt recursief deze rondgang. Als we het toegevoegde punt het 0^e hoekpunt noemen, geeft W_{ij} aan hoeveel het ons kost om de oneven hoekpunten van de rondgang voor één minder in de planning op te nemen.
We zoeken nu de op een na laagste duale waarde, en voeren daarmee hetzelfde proces uit.
We gaan zo net zo lang door tot we van iedere non-slack-produktie > 0 uit de planning bepaald hebben hoeveel het kost om er eentje minder van te maken. We noemen dit de off_i.
De laagste off_i van de produkties uit week j noemen we $offmin_j$ $(1 \leq j \leq n)$.

Vervolgens bepalen we voor iedere non-slack-produktie>0, waarvan de schoonmaakkosten nog niet ingecalculeerd zijn, hoeveel het tenminste gaat kosten om de produktie niet (no_i), en hoeveel om hem wel te maken (yes_i), op de volgende wijze:

$no_k = off_k * x_{ij}$, waarin x_{ij} de grootte van de betreffende produktie is.

$yes_k =$ **if** $b_j \geq t \wedge a_m \geq t$ **then**

(**if** $t \leq slack_j$ **then** c **else** $c + (t - slack_j) * offmin_j$

else ∞ .

$1 \leq j \leq n$

$1 \leq i \leq m - 1$

c = toename van de schoonmaakkosten bij opnemen van produktie x_{ij}

t = toename van de schoonmaaktijd bij opnemen van produktie x_{ij}

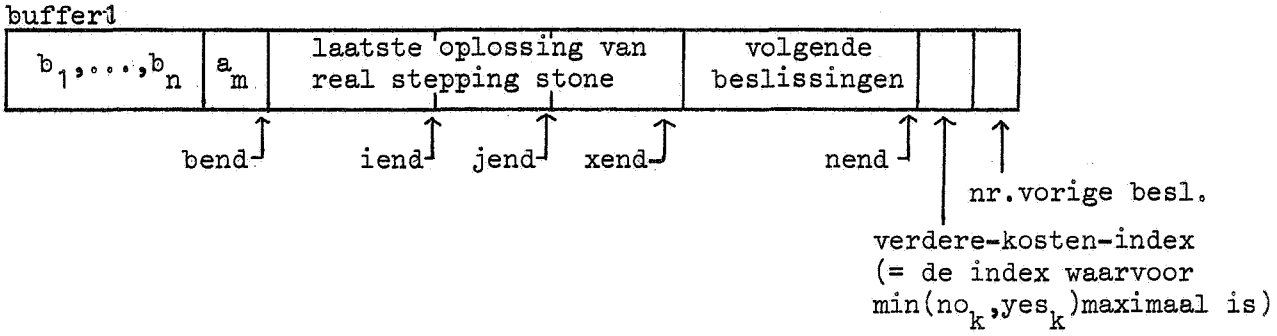
Vervolgens bepalen we $\max_{1 \leq k \leq m+n-1} (\min(no_k, yes_k))$; dit is een onderschatting van de kosten die we in deze tak nog zullen maken. Daarna wordt de rij van te nemen beslissingen opgesteld. Dit gebeurt naar aflopende waarde van $|no_k - yes_k|$. Als een van beide (no of yes) ∞ is, wordt aangetekend dat alleen de andere beslissing behoeft te worden genomen. Als beide ∞ zijn wordt de tak afgekapt.

4. Trommel en buffers.

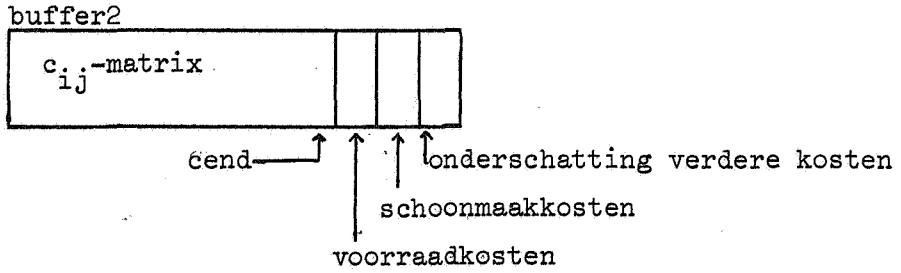
Alle gegevens die belangrijk zijn ter herstelling van de status-quo staan in drie buffers: buffer1 (integer), buffer2 (real) en buffer3 (boolean).

Deze buffers bevatten de volgende gegevens:

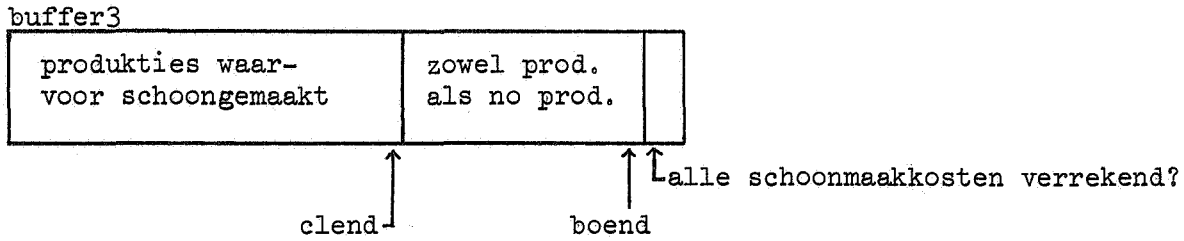
buffer1



buffer2



buffer3



bend, iend e.d. zijn vaste pointers in de buffers.

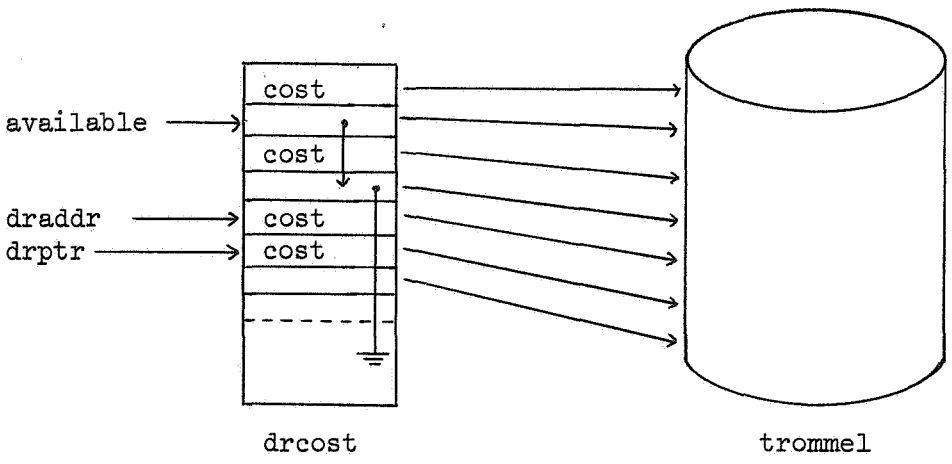
Deze buffers worden (afgezien van de initialisatie) ingevuld/veranderd door de volgende procedures:

1,...,bend - 1	:	production
bend	:	core to drum
bend + 1,...,xend	:	real stepping stone
xend + 1,...,nend	:	update
nend + 1	:	update
nend + 2	:	(no) production

1,...,cend	:	no production
cend + 1	:	real stepping stone
cend + 2	:	production
cend + 3	:	update
1,...,clend	:	production
clend + 1,...,boend	:	update
boend + 1	:	check branch (zie verderop)

Bij een swap-out bepaalt de procedure 'core to drum' welke trommelruimte hiervoor gebruikt moet worden. Dit gebeurt op de volgende wijze.

Er is een stapel ("availstack") waar de vrijgekomen trommelruimte "opgelegd" wordt. Aanvankelijk is deze stapel leeg. Als er trommelruimte nodig is wordt deze van de top van de availstack gepakt (LIFO, Last In First Out); alleen als deze leeg is, wordt er nieuwe trommelruimte gebruikt, onder gelijktijdige ophoging van 'drptr', die aangeeft tot hoever de trommel in gebruik is.
'available' wijst naar de top van de stapel (zie tekening). Het 'aarde-teken' ⏚ duidt de bodem van de stapel aan.
In 'drcost' zijn de getallen ≥ 0 kosten, en de getallen < 0 pointers van de availstack. 'draddr' wijst naar de tak met de laagste kosten, bij het inswappen wijst 'draddr' dus aan welke trommelbuffers moeten worden ingeswapt.



Voor iedere swap naar de trommel, controleert 'check branch' of dit misschien een tak betreft waarvoor alle schoonmaakkosten verrekend zijn. Als dit inderdaad het geval is, wordt dit aangetekend. Als we een tak willen uitbreiden die al "schoon" is, zijn we klaar. We zijn ook klaar (maar dan zonder dat we een oplossing hebben gevonden) als de kosten van alle eindpunten van takken ∞ zijn.

Er is bij het programmeren op gelet zo mogelijk door te rekenen tijdens de trommeltransporten.

5. Enkele opmerkingen.

Er resten nu nog twee vragen die we onszelf moeten stellen.

1. Kan het voorkomen dat een al gedane beslissing nogmaals wordt genomen?
   Nee.
   Een beslissing bestaat uit twee gedeelten: niet produceren (de "no-tak") en wel produceren (de "yes-tak"). Beide takken zijn de wortel van een (eventueel verder lege) deelboom.
   Stel dat we in de deelboom van de no-tak zitten; dan is het betreffende element van de c_{ij}-matrix op ∞ gezet. De corresponderende produktie kan dan hoogstens met de grootte 0 in een produktie-planning opgenomen worden, maar dat betekent dat die produktie niet in het rijtje van te nemen beslissingen wordt opgenomen. We hebben immers in hoofdstuk 3 gezien dat bij het samenstellen van dit rijtje alleen non-slack-produkties > 0, waarvan de schoonmaakkosten nog niet ingecalculeerd zijn, in aanmerking komen.
   Als we anderzijds in de yes-tak van de beslissing zitten, dan zijn de schoonmaakkosten voor die produktie wel opgenomen, zodat ook dan deze produktie niet in het genoemde rijtje kan worden opgenomen.

2. Stel dat er voor een bepaalde produktie schoonmaaktijd en -kosten worden opgenomen, maar dat deze produktie er in de loop van het branch-and-bound-proces weer 'uitdraait', of met de grootte 0 in de uiteindelijke oplossing voorkomt. Kan dat?
   M.a.w.: Bestaat de mogelijkheid dat er in de eindoplossing ten onrechte schoongemaakt wordt?
   Nee.
   Als er wordt schoongemaakt bevindt de eindoplossing zich blijkbaar in de deelboom van de yes-tak van die produktie waarvoor wordt schoongemaakt. In de deelboom van de no-tak bevindt zich dan een oplossing die verder identiek is aan de (vermeende) eindoplossing, maar goedkoper is omdat er voor die produktie geen schoonmaaktijd en -kosten opgenomen zijn. De eindoplossing was dus geen eindoplossing.

A 7106Y,3, MARTIN REM

```
BEGIN COMMENT A SOLUTION TO A MACHINE LOADING PROBLEM, M. REM 270771.
              INPUT:    NUMBER OF PRODUCTS (>1),
                        NUMBER OF WEEKS INVOLVED (>1),
                        AVAILABLE SPACE ON THE DRUM (USUALLY 81920),
                        SMALL INFINITE (E.G. 10 000 OR =600) (REAL),
                        AVAILABLE PRODUCTION TIME EACH WEEK (EXCL. STANDARD END-OF-WEEK-CLEANING-TIME) (INTEGER),
                        DEMAND OF EACH PRODUCT (EXPRESSED IN PRODUCTION TIME) IN THE FIRST WEEK, SECOND WEEK, ETC. (INTEGER),
                        OVERTIME DELIVERY FINE (IF OVERTIME DELIVERY IS NOT ALLOWED, THEN =1) (REAL),
                        STORAGE COST OF EACH PRODUCT PER WEEK (REAL),
                        CLEANING DATA: UPPER-TRIANGULAR MATRIX OF THE CHANGE-OVER COSTS (REAL);
                                       UPPER-TRIANGULAR MATRIX OF THE CHANGE-OVER TIMES (INTEGER),
              NOTE:     THE CLEANING DATA MUST SATISFY THE TRIANGLE INEQUALITY;

    INTEGER MM,M,N,UB,CEND,BEND,IEND,JEND,XEND,NEND,CLEND,BOEND,DRMAX,BUFLEN;
    MM:= READ; N:= READ; M:= MM * N + 1; UB:= M + N - 1; CEND:= M * N; BEND:= N + 1; IEND:= BEND + UB;
    JEND:= IEND + UB; XEND:= JEND + UB; NEND:= XEND + UB; CLEND:= MM * N;
    BOEND:= CLEND + UB; BUFLEN:= NEND + 2 * CEND + BOEND + 27 + 9; DRMAX:= READ + BUFLEN - 1;

    BEGIN INTEGER I,J,K,NEXTPTR,NUMBER,DRPTR,DRADDR,DECISION,AVAILABLE,NR1,NR2,INTINF;
          REAL COST,SMINF,INF,FINE,T0,T1;
          BOOLEAN UPDATE NECESSARY,TRANSPORT NECESSARY,READY,AUX;
          INTEGER ARRAY BUFFER1[1:NEND + 2],CT[1:MM * (MM - 1) / 2],A[1:M];
          REAL ARRAY BUFFER2[1:CEND + 3],CC[1:MM * (MM - 1) / 2],U[1:M],V[1:N],DRCOST[0:DRMAX],SAVE[1:CEND];
          BOOLEAN ARRAY BUFFER3[1:BOEND + 1];

          PROCEDURE CHECK BRANCH;
          BEGIN INTEGER I,END;
                BOOLEAN READY;
                READY:= TRUE; END:= LUB;
                FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL END DO IF ¬ CLEAN(I) THEN
                BEGIN READY:= FALSE; I:= END END;
                AUX:= BUFFER3[BOEND + 1]:= READY
          END CHECK BRANCH;

          INTEGER PROCEDURE LUB;
          BEGIN INTEGER I;
                LUB:= UB;
                FOR I:= UB STEP -1 UNTIL 1 DO IF BUFFER1[BEND + I] ≠ M THEN
                BEGIN LUB:= I; I:= 1 END
          END LUB;

          INTEGER PROCEDURE CLTIME(PROD1,PROD2); VALUE PROD1,PROD2; INTEGER PROD1,PROD2;
          CLTIME:= CT[(PROD1 - 1) * (MM - PROD1 / 2) + PROD2 - PROD1];

          REAL PROCEDURE CLCOST(PROD1,PROD2); VALUE PROD1,PROD2; INTEGER PROD1,PROD2;
          CLCOST:= CC[(PROD1 - 1) * (MM - PROD1 / 2) + PROD2 - PROD1];

          BOOLEAN PROCEDURE CLEAN(PROD); VALUE PROD; INTEGER PROD;
          CLEAN:= BUFFER3[(BUFFER1[IEND + PROD] - 1) * MM + BUFFER1[BEND + PROD] =
                  (BUFFER1[BEND + PROD] - 1) + MM * MM] ∨ BUFFER1[JEND + PROD] = 0;

          INTEGER PROCEDURE DUMMY(WEEK,OUT); VALUE WEEK; INTEGER WEEK,OUT;
          BEGIN INTEGER I,END;
                DUMMY:= 0; OUT:= INTINF; END:= LUB + 1;
                FOR I:= UB STEP -1 UNTIL END DO IF BUFFER1[IEND + I] = WEEK THEN
                BEGIN DUMMY:= BUFFER1[JEND + I]; OUT:= I
```

```
57                      I:= END
58                  END ELSE
59                  IF BUFFER1[IEND + I] < WEEK THEN I:= END
60              END DUMMY;
61
62              REAL PROCEDURE REAL STEPPING STONE(ST); VALUE ST; INTEGER ST;
63              BEGIN COMMENT THIS IS THE PROCEDURE BDO 301069, ADJUSTED TO THIS PROBLEM;
64                  INTEGER E,F,G,G0,H,I0,I1,JU,J1,I,J,K; REAL P,Q,R,S,EPS; BOOLEAN W;
65                INTEGER ARRAY CHAIN[1:M + N], NEXTIX,NEXTJX[1:UB], FIRSTX[1:N];
66                REAL ARRAY C[1:UB];
67
68                PROCEDURE HOR(G,RI); INTEGER G; REAL RI;
69                BEGIN   INTEGER H; REAL KJ;
70                        H:= G;
71                        FOR H:= NEXTJX[H] WHILE H ≠ G DO
72                        BEGIN   KJ:= BUFFER1[IEND + H]; IF KJ < 0 THEN V[-KJ]:= C[H] - RI ELSE
73                                BEGIN   KJ:= V[KJ]:= C[H] - RI; VERT(H,KJ) END
74                        END
75                END HOR;
76
77                PROCEDURE VERT(H,KJ); INTEGER H; REAL KJ;
78                BEGIN   INTEGER G; REAL RI;
79                        G:= H;
80                        FOR G:= NEXTIX[G] WHILE G ≠ H DO
81                        BEGIN   RI:= BUFFER1[BEND + G]; IF RI < 0 THEN U[-RI]:= C[G] - KJ ELSE
82                                BEGIN   RI:= U[RI]:= C[G] - KJ; HOR(G,RI) END
83                        END
84                END VERT;
85
86                REAL PROCEDURE NEW EPS;
87                BEGIN   INTEGER G; REAL A,B;
88                        A:= 0;
89                        FOR G:= 1 STEP 1 UNTIL US DO
90                        BEGIN   B:= ABS(C[G] - U[ABS(BUFFER1[BEND + G])] - V[ABS(BUFFER1[IEND + G])]);
91                                IF A < B THEN A:= B
92                        END;
93                        NEW EPS:= 2 * A
94                END NEW EPS;
95
96                PROCEDURE SORT2VEC(VEC1,VEC2,LOW,UPP); VALUE LOW,UPP;
97                INTEGER LOW,UPP; INTEGER ARRAY VEC1,VEC2;
98                BEGIN   INTEGER P,Q,X,Y,Z,V,W;
99                A1:     IF UPP-LOW > 1 THEN
100                       BEGIN   P:=(LOW+UPP)÷ 2; Y:=VEC1[P]; V:=VEC2[P];
101                               VEC1[P]:=VEC1[LOW]; VEC2[P]:=VEC2[LOW]; Q:=UPP;
102                               FOR P:=LOW+1 STEP 1 UNTIL Q DO
103                               BEGIN   X:=VEC1[P];
104                                       IF X ≥ Y THEN
105                                       BEGIN   FOR Q:= Q STEP -1 UNTIL P DO
106                                               BEGIN   Z:=VEC1[Q];
107                                                       IF Z ≤ Y THEN
108                                                       BEGIN   VEC1[P]:=Z; VEC1[Q]:=X;
109                                                               W:=VEC2[P]; VEC2[P]:=VEC2[Q];
110                                                               VEC2[Q]:=W; Q:=Q-1; GOTO A3
111                                                       END Z ≤ Y
112                                               END FOR Q;
113                                               W:=P-1; GOTO A2
114                                       END X ≥ Y;
115                               A3:
116                               END FOR P;
```

```
117                     A2:     VEC1[LOW]:=VEC1[Q]; VEC1[Q]:=Y; VEC2[LOW]:=VEC2[Q]; VEC2[Q]:=V;
118                             IF Q-LOW > UPP-Q THEN
119                             BEGIN SORT2VEC(VEC1,VEC2,Q+1,UPP); UPP:=Q-1 END ELSE
120                             BEGIN SORT2VEC(VEC1,VEC2,LOW,Q-1); LOW:=Q+1 END;
121                             GOTO A1
122                     END UPP-LOW > 1
123                     ELSE IF UPP-LOW=1 THEN
124                     BEGIN   X:=VEC1[LOW]; Z:=VEC1[UPP];
125                             IF X > Z THEN
126                             BEGIN   VEC1[LOW]:=Z; VEC1[UPP]:=X; V:=VEC2[LOW];
127                                     VEC2[LOW]:=VEC2[UPP]; VEC2[UPP]:=V
128                             END
129                     END UPP-LOW=1
130             END SORT2VEC;
131
132             PROCEDURE SCANINFEAS;
133             BEGIN   INTEGER G;
134                     FOR G:= 1 STEP 1 UNTIL ST DO IF C[G] = 1 THEN
135                     BEGIN
136                     A1:     IF C[ST] = 1 THEN
137                             BEGIN ST:= ST - 1; IF ST < G THEN GOTO A2; GOTO A1 END;
138                             BUFFER1[JEND + G]:= BUFFER1[JEND + ST]; BUFFER1[BEND + G]:= BUFFER1[BEND + ST];
139                             BUFFER1[IEND + G]:= BUFFER1[IEND + ST]; ST:= ST - 1;
140                     A2:
141                     END
142             END SCANINFEAS;
143
144             NR1:= NR1 + 1;
145             FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL M DO CHAIN[N + I]:= A[I];
146             FOR J:= 1 STEP 1 UNTIL N DO CHAIN[J]:= BUFFER1[J];
147             IF ST = 0 THEN GOTO B1;
148             W:= FALSE; FOR G:= 1 STEP 1 UNTIL ST DO C[G]:= 0;
149
150             FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL M DO BEGIN NEXTIX[I]:= 0; U[I]:= 0 END;
151             FOR J:= 1 STEP 1 UNTIL N DO BEGIN NEXTJX[J]:= 0; V[J]:= 0 END;
152             FOR G:= 1 STEP 1 UNTIL ST DO
153             BEGIN I:= BUFFER1[BEND + G]; U[I]:= U[I] + 1; J:= BUFFER1[IEND + G]; V[J]:= V[J] + 1 END;
154
155             E:= 0;
156     A1:     W:= FALSE;
157             FOR G:= 1 STEP 1 UNTIL ST DO IF C[G] = 0 THEN
158             BEGIN   I:= BUFFER1[BEND + G]; J:= BUFFER1[IEND + G]; I0:= U[I]; J0:= V[J];
159                     IF I0 > 1 ∧ J0 > 1 THEN GOTO A22; W:= TRUE;
160                     IF I0 ≥ 1 ∧ J0 ≥ 1 THEN GOTO A21; C[G]:= 1;
161                     IF I0 ≥ 1 THEN U[I]:= I0 - 1; IF J0 ≥ 1 THEN V[J]:= J0 - 1; GOTO A22;
162             A21:    C[G]:= 2; H:= CHAIN[N + I]; K:= CHAIN[J];
163                     IF H < K ∨ H = K ∧ I0 = 1 THEN
164                     BEGIN   BUFFER1[JEND + G]:= H; CHAIN[N + I]:= 0; U[I]:= 0; CHAIN[J]:= K - H;
165                             V[J]:= J0 - 1; NEXTIX[I]:= 1
166                     END ELSE
167                     BEGIN   BUFFER1[JEND + G]:= K; CHAIN[J]:= 0; V[J]:= 0; CHAIN[N + I]:= H - K;
168                             U[I]:= I0 - 1; NEXTJX[J]:= 1
169                     END;
170                     E:= E + 1; IF E = UB THEN BEGIN SCANINFEAS; GOTO B6 END;
171             A22:
172             END;
173             IF W THEN GOTO A1;
174
175     A2:     K:= INTINF; G0:= 0;
176             FOR G:= 1 STEP 1 UNTIL ST DO IF C[G] = 0 THEN
```

```
177                 BEGIN H:= BUFFER1[JEND + G]; IF H < K THEN BEGIN K:= H; G0:= G END END;
178                 IF G0 = 0 THEN BEGIN SCANINFEAS; GOTO B1 END;
179                 C[G0]:= 1; I:= BUFFER1[BEND + G0]; J:= BUFFER1[IEND + G0]; U[I]:= U[I] - 1; V[J]:= V[J] - 1;
180                 IF U[I] = 1 THEN GOTO A1; IF V[J] = 1 THEN GOTO A1; GOTO A2;
181
182           B1:   IF ST ≥ 1 THEN G:= ST + 1 ELSE
183                 BEGIN   FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL M DO NEXTIX[I]:= 0;
184                         FOR J:= 1 STEP 1 UNTIL N DO NEXTJX[J]:= 0; G:= 1
185                 END;
186                 I:= 0;
187
188           B2:   I:= I + 1; IF NEXTIX[I] = 1 THEN GOTO B2; F:= CHAIN[N + I];
189           B3:   P:= Q:= INF; J0:= J1:= 0;
190                 FOR J:= 1 STEP 1 UNTIL N DO IF NEXTJX[J] ≠ 1 THEN
191                 BEGIN   R:= BUFFER2[(I - 1) * N + J]; IF ST = -1 THEN R:= R - V[J]; IF Q ≤ R THEN GOTO B11;
192                         IF P ≤ R THEN BEGIN J1:= J; Q:= R; GOTO B11 END;
193                         J1:= J0; J0:= J; Q:= P; P:= R;
194                 B11:
195                 END;
196
197           B4:   C[G]:= IF ST = -1 THEN (P + V[J0]) ELSE P; H:= CHAIN[J0]; IF F < H THEN GOTO B5;
198                 BUFFER1[BEND + G]:= I; BUFFER1[IEND + G]:= J0; BUFFER1[JEND + G]:= H;
199                 F:= F - H; CHAIN[J0]:= 0; NEXTJX[J0]:= 1;
200                 IF G = UB THEN GOTO IF ST ≥ 1 THEN B6 ELSE B7; G:= G + 1;
201                 IF J0 = J1 THEN GOTO B3; J0:= J1; P:= Q; GOTO B4;
202           B5:   BUFFER1[BEND + G]:= I; BUFFER1[IEND + G]:= J0; BUFFER1[JEND + G]:= F; CHAIN[J0]:= H - F;
203                 G:= G + 1; IF G ≤ UB THEN GOTO B2; IF ST < 1 THEN GOTO B7;
204
205           B6:   FOR G:= 1 STEP 1 UNTIL ST DO BEGIN NEXTJX[G]:= BUFFER1[BEND + G]; NEXTIX[G]:= G END;
206                 SORT2VEC(NEXTJX, NEXTIX, 1, ST);
207                 FOR H:= 1 STEP 1 UNTIL ST DO
208                 BEGIN G:= NEXTIX[H]; I:= BUFFER1[BEND + G]; J:= BUFFER1[IEND + G]; C[G]:= BUFFER2[(I - 1) * N + J] END;
209
210           B7:   FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL M DO CHAIN[I]:= 0; FOR J:= 1 STEP 1 UNTIL N DO FIRSTX[J]:= 0;
211                 FOR G:= 1 STEP 1 UNTIL UB DO
212                 BEGIN   I:= BUFFER1[BEND + G]; E:= CHAIN[I];
213                         IF E = 0 THEN CHAIN[I]:= NEXTJX[G]:= G ELSE
214                         BEGIN NEXTJX[G]:= NEXTJX[E]; CHAIN[I]:= NEXTJX[E]:= G END;
215                         J:= BUFFER1[IEND + G]; E:= FIRSTX[J];
216                         IF E = 0 THEN FIRSTX[J]:= NEXTIX[G]:= G ELSE
217                         BEGIN NEXTIX[G]:= NEXTIX[E]; FIRSTX[J]:= NEXTIX[E]:= G END
218                 END;
219
220                 FOR G:= 1 STEP 1 UNTIL UB DO
221                 BEGIN   IF NEXTIX[G] = G THEN BUFFER1[IEND + G]:= -BUFFER1[IEND + G] ELSE
222                         IF NEXTJX[G] = G THEN BUFFER1[BEND + G]:= - BUFFER1[BEND + G]
223                 END;
224                 I0:= M; CHAIN[I]:= 0;
225           C1:   I:= BUFFER1[BEND + 1];  J:= BUFFER1[IEND + 1]; U[ABS(I)]:= 0; P:= C[1]; V[ABS(J)]:= P;
226                 IF I > 0 THEN HOR(1,0); IF J > 0 THEN VERT(1,P); F:= I:= I0;
227           C2:   IF I = M THEN BEGIN I:= 0; EPS:= NEW EPS END; I:= I + 1; J0:= 0; Q:= U[I] - EPS;
228                 FOR J:= 1 STEP 1 UNTIL N DO
229                 BEGIN R:= BUFFER2[(I - 1) * N + J]; P:= R - V[J]; IF P < Q THEN BEGIN J0:= J; Q:= P; S:= R END END;
230                 IF J0 = 0 THEN GOTO IF I = I0 THEN F1 ELSE C2;
231
232                 I0:= I; K:= 2; G:= FIRSTX[J0];
233           D1:   I:= BUFFER1[BEND + G]; IF ABS(I) = I0 THEN BEGIN I:= I0; I0:= F; EPS:= NEW EPS; GOTO C2 END;
234                 IF I < 0 THEN BEGIN G:= NEXTIX[G]; GOTO D1 END; CHAIN[2]:= G;
235           D2:   G:= NEXTJX[G]; IF BUFFER1[IEND + G] < 0 THEN GOTO D2;
236                 IF G = CHAIN[K] THEN BEGIN K:= K - 1; GOTO D3 END; K:= K + 1; CHAIN[K]:= G;
```

```
237         D3:     G:= NEXTIX[G]; I:= BUFFER1[BEND + G];
238                 IF ABS(I) = 10 THEN
239                 BEGIN   IF K = 1 THEN BEGIN I:= 10; 10:= F; EPS:= NEW EPS; GOTO C2 END;
240                         K:= K + 1; CHAIN[K]:= G; GOTO E1
241                 END;
242                 IF I < 0 THEN GOTO D3;
243                 IF G = CHAIN[K] THEN K:= K - 1 ELSE BEGIN K:= K + 1; CHAIN[K]:= G END; GOTO D2;
244
245         E1:     Q:= -INF; F:= INTINF;
246                 FOR H:= 2 STEP 2 UNTIL K DO
247                 BEGIN   G:= CHAIN[H]; E:= BUFFER1[JEND + G]; IF E > F THEN GOTO E11;
248                         IF E < F THEN BEGIN F:= E; G0:= H; GOTO E11 END;
249                         P:= C[G]; IF Q < P THEN BEGIN Q:= P; G0:= H END;
250                 E11:
251                 END;
252
253                 FOR H:= 2 STEP 2 UNTIL K DO BEGIN G:= CHAIN[H]; BUFFER1[JEND + G]:= BUFFER1[JEND + G] - F END;
254                 FOR H:= 3 STEP 2 UNTIL K DO BEGIN G:= CHAIN[H]; BUFFER1[JEND + G]:= BUFFER1[JEND + G] + F END;
255                 E:= G0; G0:= CHAIN[G0]; I1:= ABS(BUFFER1[BEND + G0]); J1:= ABS(BUFFER1[IEND + G0]);
256                 BUFFER1[JEND + G0]:= F; C[G]:= S;
257                 IF I0 ≠ I1 THEN
258                 BEGIN   H:= NEXTJX[G0]; F:= G:= CHAIN[E + 1];
259                         FOR G:= NEXTJX[G] WHILE G ≠ G0 DO F:= G;
260                         NEXTJX[F]:= H; IF F = H THEN BUFFER1[BEND + F]:= -I1; BUFFER1[BEND + G0]:= I0;
261                         F:= CHAIN[K]; G:= NEXTJX[G0]:= NEXTJX[F]; NEXTJX[F]:= G0;
262                         IF F = G THEN BUFFER1[BEND + F]:= I0
263                 END;
264
265                 IF J0 ≠ J1 THEN
266                 BEGIN   H:= NEXTIX[G0]; F:= G:= FIRSTX[J1]:= CHAIN[E + 1];
267                         FOR G:= NEXTIX[G] WHILE G ≠ G0 DO F:= G;
268                         NEXTIX[F]:= H; IF F = H THEN BUFFER1[IEND + F]:= -J1; BUFFER1[IEND + G0]:= J0;
269                         F:= CHAIN[2]; G:= NEXTIX[G0]:= NEXTIX[F]; NEXTIX[F]:= G0;
270                         IF F = G THEN BUFFER1[IEND + F]:= J0
271                 END;
272                 GOTO C1;
273
274         F1:     REAL STEPPING STONE:= VECVEC(1,UB,JEND,C,BUFFER1);
275                 K:= 0;
276
277         F2:     FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL M DO
278                 BEGIN   FOR H:= 1 STEP 1 UNTIL UB DO IF ABS(BUFFER1[BEND + H]) = I THEN GOTO F21;
279                 F21:    IF BUFFER1[BEND + H] < 0 THEN BEGIN K:= K + 1; CHAIN[K]:= H; GOTO F22 END; F:= K;
280                         FOR G:= H,NEXTJX[G] WHILE G ≠ H DO
281                         BEGIN   K:= K + 1; CHAIN[K]:= G; NEXTIX[K]:= ABS(BUFFER1[IEND + G]) END;
282                         SORT2VEC(NEXTIX,CHAIN,F + 1,K);
283                 F22:
284                 END;
285
286         F3:     FOR G:= 1 STEP 1 UNTIL UB DO NEXTIX[G]:= 1;
287                 FOR K:= 1 STEP 1 UNTIL UB DO IF NEXTIX[K] = 1 THEN
288                 BEGIN   G:= K; F:= BUFFER1[JEND + G]; I0:= BUFFER1[BEND + G]; J0:= BUFFER1[IEND + G];
289                         FOR H:= CHAIN[G] WHILE H ≠ K DO
290                         BEGIN   BUFFER1[JEND + G]:= BUFFER1[JEND + H]; BUFFER1[BEND + G]:= ABS(BUFFER1[BEND + H]);
291                                 BUFFER1[IEND + G]:= ABS(BUFFER1[IEND + H]); NEXTIX[G]:= 0; G:= H
292                         END;
293                         BUFFER1[JEND + G]:= F; BUFFER1[BEND + G]:= I0; BUFFER1[IEND + G]:= J0; NEXTIX[G]:= 0
294                 END;
295                 FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL UB + UB DO IF BUFFER1[BEND + I] < 0 THEN BUFFER1[BEND + I]:= - BUFFER1[BEND + I]
296             END REAL STEPPING STONE;
```

```
297
298             PROCEDURE NO PRODUCTION;
299             BEGIN INTEGER I;
300                   BUFFER2[ABS(DECISION)]:= SMINF; BUFFER1[NEND + 2]:= -NUMBER;
301                   FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL CEND DO
302                   BEGIN SAVE[I]:= BUFFER2[I];
303                         BUFFER2[I]:= IF BUFFER2[I] = SMINF THEN 1 ELSE 0
304                   END;
305                   IF REAL STEPPING STONE(UB) = 0 THEN
306                   BEGIN FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL CEND DO BUFFER2[I]:= SAVE[I];
307                         BUFFER2[CEND + 1]:= REAL STEPPING STONE(UB);
308                         UPDATE NECESSARY:= TRANSPORT NECESSARY:= TRUE
309                   END ELSE
310                   BEGIN BUFFER2[CEND + 1]:= SMINF;
311                         UPDATE NECESSARY:= TRANSPORT NECESSARY:= FALSE
312                   END
313             END NO PRODUCTION;
314
315             PROCEDURE PRODUCTION;
316             BEGIN INTEGER I,J,WEEK,PROD,TIME,DEC,LOW,UPP;
317                   REAL COST;
318                   DEC:= ABS(DECISION); I:= (DEC - 1) // N + 1; WEEK:= DEC - N * (I - 1);
319                   PROD:= I - (I - 1) // MM * MM; J:= (WEEK - 1) * MM;
320                   BUFFER1[NEND + 2]:= NUMBER;
321                   IF BUFFER3[J + PROD] THEN BEGIN COST:= 0; TIME:= 0 END ELSE
322                   BEGIN BUFFER3[J + PROD]:= TRUE; LOW:= 0; UPP:= MM + 1;
323                         FOR I:= PROD - 1 STEP -1 UNTIL 1 DO IF BUFFER3[J + I] THEN
324                         BEGIN LOW:= I; I:= 1 END;
325                         FOR I:= PROD + 1 STEP 1 UNTIL MM DO IF BUFFER3[J + I] THEN
326                         BEGIN UPP:= I; I:= MM END;
327                         IF LOW = 0 THEN
328                         BEGIN IF UPP = MM + 1 THEN BEGIN COST:= 0; TIME:= 0 END ELSE
329                               BEGIN COST:= CLCOST(PROD,UPP); TIME:= CLTIME(PROD,UPP) END
330                         END ELSE
331                         IF UPP = MM + 1 THEN BEGIN COST:= CLCOST(LOW,PROD); TIME:= CLTIME(LOW,PROD) END ELSE
332                         BEGIN COST:= CLCOST(LOW,PROD) + CLCOST(PROD,UPP) - CLCOST(LOW,UPP);
333                               TIME:= CLTIME(LOW,PROD) + CLTIME(PROD,UPP) - CLTIME(LOW,UPP)
334                         END
335                   END;
336                   IF TIME = 0 THEN
337                   BEGIN BUFFER1[XEND + NEXTPTR]:= 0; TRANSPORT NECESSARY:= TRUE;
338                         UPDATE NECESSARY:= BUFFER1[XEND + NEXTPTR + 1] = INTINF ∨ BUFFER1[NEND + 1] = DEC;
339                         BUFFER2[CEND + 2]:= BUFFER2[CEND + 2] + COST
340                   END ELSE
341                   IF BUFFER1[WEEK] < TIME ∨ A[M] < TIME THEN
342                   BEGIN BUFFER2[CEND + 2]:= SMINF; UPDATE NECESSARY:= TRANSPORT NECESSARY:= FALSE END ELSE
343                   BEGIN BUFFER1[WEEK]:= BUFFER1[WEEK] - TIME;
344                         A[M]:= A[M] - TIME;
345                         BUFFER2[CEND + 2]:= BUFFER2[CEND + 2] + COST;
346                         IF DUMMY(WEEK,I) ≥ TIME THEN
347                         BEGIN BUFFER1[JEND + I]:= BUFFER1[JEND + I] - TIME;
348                               BUFFER1[XEND + NEXTPTR]:= 0; TRANSPORT NECESSARY:= TRUE;
349                               UPDATE NECESSARY:= BUFFER1[XEND + NEXTPTR + 1] = INTINF ∨ BUFFER1[NEND + 1] = DEC
350                         END ELSE
351                         BEGIN IF I < INTINF THEN BUFFER1[JEND + I]:= 0;
352                               FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL CEND DO
353                               BEGIN SAVE[I]:= BUFFER2[I];
354                                     BUFFER2[I]:= IF BUFFER2[I] = SMINF THEN 1 ELSE 0
355                               END;
356                               IF REAL STEPPING STONE(UB) = 0 THEN
```

```
357                         BEGIN FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL CEND DO BUFFER2[I]:= SAVE[I];
358                               BUFFER2[CEND + 1]:= REAL STEPPING STONE(UB);
359                               UPDATE NECESSARY:= TRANSPORT NECESSARY:= TRUE
360                         END ELSE
361                         BEGIN BUFFER2[CEND + 1]:= SMINF;
362                               UPDATE NECESSARY:= TRANSPORT NECESSARY:= FALSE
363                         END
364                   END
365             END
366       END PRODUCTION;
367
368       PROCEDURE UPDATE;
369       BEGIN INTEGER I,J,K,SMALLI,SMALLJ,NEXTX,CNTR,PATHPTR,END,TIME,PROD,LOW,UPP;
370             REAL W,SMALLW,MAX,COST;
371             INTEGER ARRAY PATH,DECAD[1:UB];
372             REAL ARRAY OFF,DEC,YES,NO[1:UB],OFFMIN[1:N];
373
374             PROCEDURE NEXT(TYPE); VALUE TYPE; INTEGER TYPE;
375             BEGIN COMMENT IF TYPE = 0 THEN FIRST TIME,
376                           IF TYPE = 1 THEN HORIZONTAL SEARCH,
377                           IF TYPE = 2 THEN VERTICAL SEARCH;
378                   INTEGER I,LAST,LASTI,LASTJ;
379                   PATHPTR:= PATHPTR + 1;
380                   IF TYPE = 0 THEN
381                   BEGIN FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL UB DO IF BUFFER1[BEND + I] = SMALLI THEN
382                         BEGIN PATH[PATHPTR]:= I; NEXT(2) END
383                         ELSE IF BUFFER1[JEND + I] = SMALLJ THEN
384                         BEGIN PATH[PATHPTR]:= I; NEXT(1) END
385                   END ELSE
386                   BEGIN LAST:= PATH[PATHPTR - 1]; LASTI:= BUFFER1[BEND + LAST]; LASTJ:= BUFFER1[JEND + LAST];
387                         FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL LAST - 1, LAST + 1 STEP 1 UNTIL UB DO IF TYPE = 1 THEN
388                         BEGIN IF BUFFER1[BEND + I] = LASTI THEN
389                               BEGIN PATH[PATHPTR]:= I;
390                                     IF BUFFER1[JEND + I] = SMALLJ THEN GOTO OUT ELSE NEXT(2)
391                               END
392                         END ELSE IF BUFFER1[JEND + I] = LASTJ THEN
393                         BEGIN PATH[PATHPTR]:= I;
394                               IF BUFFER1[BEND + I] = SMALLI THEN GOTO OUT ELSE NEXT(1)
395                         END
396                   END;
397                   PATHPTR:= PATHPTR - 1
398             END NEXT;
399
400             BOOLEAN PROCEDURE AGAIN;
401             BEGIN INTEGER I;
402                   AGAIN:= FALSE;
403                   FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL END DO IF OFF[I] = -1 THEN
404                   BEGIN AGAIN:= TRUE; I:= END END
405             END AGAIN;
406
407             NR2:= NR2 + 1; END:= LUB;
408             FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL END DO OFF[I]:= IF BUFFER1[JEND + I] = 0 THEN SMINF ELSE -1;
409
410             COMMENT FILL OFF;
411             FOR SMALLW:= SMINF WHILE AGAIN DO
412             BEGIN K:= 1; NEXTX:= (BUFFER1[BEND + 1] - 1) * N + BUFFER1[JEND + 1];
413                   FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL M DO
414                   FOR J:= 1 STEP 1 UNTIL N DO
415                   BEGIN CNTR:= (I - 1) * N + J;
416                         IF CNTR ≠ NEXTX ∧ BUFFER2[CNTR] ≥ 0 THEN
```

```
417                         BEGIN W:= - U[I] - V[J] + BUFFER2[CNTR];
418                               IF W < 0 THEN W:= 0 ELSE IF W < SMALLW THEN
419                               BEGIN SMALLW:= W; SMALLI:= I; SMALLJ:= J END
420                         END ELSE IF CNTR = NEXTX THEN
421                         BEGIN K:= K + 1; NEXTX:= IF K ≤ UB THEN
422                               N * (BUFFER1[BEND + K] - 1) + BUFFER1[IEND + K] ELSE INTINF
423                         END
424                   END;
425                   IF SMALLW > SMINF / 2 THEN
426                   BEGIN FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL END DO IF OFF[I] = - 1 THEN OFF[I]:= SMINF
427                   END ELSE
428                   BEGIN BUFFER2[(SMALLI - 1) * N + SMALLJ]:= - BUFFER2[(SMALLI - 1) * N + SMALLJ] - 1;
429                         PATHPTR:= 0; NEXT(0);
430                   OUT:  FOR I:= 1 STEP 2 UNTIL PATHPTR DO
431                         BEGIN J:= PATH[I]; IF J ≤ END ∧ OFF[J] ≠ -1 THEN OFF[J]:= SMALLW
432                         END
433                   END
434             END;
435             FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL CEND DO IF BUFFER2[I] < 0 THEN BUFFER2[I]:= - BUFFER2[I] - 1;
436             FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL N DO OFFMIN[I]:= SMINF;
437             FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL END DO
438             BEGIN J:= BUFFER1[IEND + I];
439                   IF OFF[I] < OFFMIN[J] THEN OFFMIN[J]:= OFF[I]
440             END;
441
442             COMMENT FILL YES AND NO;
443             FOR CNTR:= 1 STEP 1 UNTIL END DO IF - CLEAN(CNTR) THEN
444             BEGIN J:= BUFFER1[IEND + CNTR];
445                   LOW:= 0; UPP:= MM + 1; I:= BUFFER1[BEND + CNTR];
446                   PROD:= I - (I - 1) ÷ MM * MM; K:= (J - 1) * MM;
447                   FOR I:= PROD - 1 STEP -1 UNTIL 1 DO IF BUFFER3[K + I] THEN
448                   BEGIN LOW:= I; I:= 1 END;
449                   FOR I:= PROD + 1 STEP 1 UNTIL MM DO IF BUFFER3[K + I] THEN
450                   BEGIN UPP:= I; I:= MM END;
451                   IF LOW = 0 THEN
452                   BEGIN IF UPP = MM + 1 THEN BEGIN COST:= 0; TIME:= 0 END ELSE
453                         BEGIN COST:= CLCOST(PROD,UPP); TIME:= CLTIME(PROD,UPP) END
454                   END ELSE
455                   IF UPP = MM + 1 THEN
456                   BEGIN COST:= CLCOST(LOW,PROD); TIME:= CLTIME(LOW,PROD) END ELSE
457                   BEGIN COST:= CLCOST(LOW,PROD) + CLCOST(PROD,UPP) - CLCOST(LOW,UPP);
458                         TIME:= CLTIME(LOW,PROD) + CLTIME(PROD,UPP) - CLTIME(LOW,UPP)
459                   END;
460                   NO[CNTR]:= OFF[CNTR] * BUFFER1[JEND + CNTR];
461                   YES[CNTR]:= IF TIME ≤ BUFFER1[J] ∧ TIME ≤ A[M] THEN
462                               (IF TIME ≤ DUMMY(J,K) THEN COST ELSE COST + (TIME - DUMMY(J,K)) * OFFMIN[J])
463                               ELSE SMINF
464             END ELSE YES[CNTR]:= -1;
465
466             COMMENT UNDER ESTIMATE FURTHER COST;
467             MAX:= 0; J:= -1;
468             FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL END DO IF YES[I] ≠ -1 THEN
469             BEGIN W:= IF NO[I] ≥ YES[I] THEN YES[I] ELSE NO[I];
470                   IF W > SMINF / 2 THEN
471                   BEGIN BUFFER2[CEND + 3]:= SMINF; GOTO OUTINF END;
472                   IF W > MAX THEN BEGIN MAX:= W; J:= I END
473             END;
474             IF J = -1 THEN FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL END DO IF YES[I] ≠ -1 THEN
475             BEGIN J:= I; I:= END END;
476             BUFFER2[CEND + 3]:= MAX;
```

```
477                   BUFFER1[NEND + 1]:= (BUFFER1[BEND + J] - 1) * N + BUFFER1[IEND + J];
478
479                   COMMENT FIND NEXT DECISION;
480                   FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL END DO IF YES[I] # -1 THEN
481                   BEGIN DEC[I]:= ABS(NO[I] - YES[I]); DECAD[I]:= (BUFFER1[BEND + I] - 1) * N + BUFFER1[IEND + I]
482                   END ELSE DEC[I]:= 0;
483                   CNTR:= 1;
484                   FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL END DO IF DEC[I] # 0 THEN
485                   BEGIN MAX:= DEC[I]; J:= I;
486                         FOR K:= I + 1 STEP 1 UNTIL END DO IF DEC[K] > MAX THEN BEGIN MAX:= DEC[K]; J:= K END;
487                         IF MAX = 0 THEN I:= END ELSE
488                         BEGIN K:= DECAD[J]; DEC[J]:= DEC[I]; DECAD[J]:= DECAD[I];
489                               IF NO[J] > YES[J] THEN
490                               BEGIN IF NO[J] > SMINF / 2 THEN
491                                     BEGIN BUFFER3[CLEND + CNTR]:= FALSE; BUFFER1[XEND + CNTR]:= K END
492                                     ELSE BEGIN BUFFER3[CLEND + CNTR]:= TRUE; BUFFER1[XEND + CNTR]:= - K END
493                               END ELSE
494                               IF YES[J] > SMINF / 2 THEN
495                               BEGIN BUFFER3[CLEND + CNTR]:= FALSE; BUFFER1[XEND + CNTR]:= - K END
496                               ELSE BEGIN BUFFER3[CLEND + CNTR]:= TRUE; BUFFER1[XEND + CNTR]:= K END;
497                               CNTR:= CNTR + 1
498                         END
499                   END;
500                   IF CNTR = 1 THEN FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL END DO IF YES[I] # -1 THEN
501                   BEGIN BUFFER1[XEND + CNTR]:= (BUFFER1[BEND + I] - 1) * N + BUFFER1[IEND + I];
502                         CNTR:= CNTR + 1; I:= END
503                   END;
504                   BUFFER1[XEND + CNTR]:= INTINF;
505             OUTINF:
506             END UPDATE;
507
508             PROCEDURE OUT(TEXT); STRING TEXT;
509             BEGIN INTEGER I,DEC;
510                   REAL CLOCK;
511                   CLOCK:= TIME; DEC:= ABS(DECISION);
512                   NLCR; I:= (DEC - 1) / N + 1;
513                   ABSFIXT(4,0,NUMBER); PRINTTEXT(TEXT); ABSFIXT(4,0,I);
514                   ABSFIXT(4,0,DEC - N * (I - 1)); ABSFIXT(4,2,CLOCK - T1); PRINTTEXT(¢SEC¢);
515                   ABSFIXT(5,2,CLOCK - T0); PRINTTEXT(¢SEC¢);
516                   IF COST < SMINF / 2 THEN ABSFIXT(9,2,COST) ELSE PRINTTEXT(¢          INF ¢);
517                   FIXT(5,0,J); T1:= TIME;
518                   IF AUX THEN PRINTTEXT(¢     (CLEAN)¢);
519             END OUT;
520
521             PROCEDURE CORE TO DRUM;
522             BEGIN INTEGER DRSPACE;
523                   IF AVAILABLE = DRMAX + 1 THEN
524                   BEGIN DRPTR:= DRPTR + 1;
525                         IF DRPTR > DRMAX THEN
526                         BEGIN NLCR; PRINTTEXT(¢DRUM SPACE NOT SUFFICIENT, NUMBER OF BUFFERS ON THE DRUM!  ¢);
527                               ABSFIXT(4,0,DRPTR); NLCR; GOTO EXIT
528                         END ELSE DRSPACE:= DRPTR
529                   END ELSE BEGIN DRSPACE:= AVAILABLE; AVAILABLE:= - DRCOST[AVAILABLE] - 1 END;
530                   BUFFER1[BEND]:= A[M];
531                   TO DRUM(BUFFER1,DRSPACE * BUFLEN);
532                   TO DRUM(BUFFER2,DRSPACE * BUFLEN + NEND + 2);
533                   TO DRUM(BUFFER3,DRSPACE * BUFLEN + NEND + 2 * CEND + 8);
534                   DRCOST[DRSPACE]:= COST
535             END CORE TO DRUM;
536
```

```
537             PROCEDURE DRUM TO CORE(FREE); VALUE FREE; BOOLEAN FREE;
538             BEGIN FROM DRUM(BUFFER1,DRADDR * BUFLEN);
539                   FROM DRUM(BUFFER2,DRADDR * BUFLEN + NEND + 2);
540                   FROM DRUM(BUFFER3,DRADDR * BUFLEN + NEND + 2 * CEND + 8);
541                   IF FREE THEN BEGIN DRCOST[DRADDR]:= - AVAILABLE - 1; AVAILABLE:= DRADDR END
542             END DRUM TO CORE;
543
544             COMMENT INITIALIZE;
545             INF:= .627; INTINF:= 67 108 863; DRPTR:= -1;
546             FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL CLEND DO BUFFER3[I]:= FALSE;
547             NR1:= NR2:= DRADDR:= NUMBER:= 0; BUFFER2[CEND + 2]:= 0; AVAILABLE:= DRMAX + 1;
548             TO:= TIME; READY:= FALSE; BUFFER1[NEND + 2]:= 0;
549
550             COMMENT READ DATA;
551             SMINF:= READ;
552             I:= J:= 0;
553             FOR K:= 1 STEP 1 UNTIL N DO
554             BEGIN BUFFER1[K]:= READ; I:= I + BUFFER1[K] END;
555             FOR K:= 1 STEP 1 UNTIL M - 1 DO
556             BEGIN A[K]:= READ; J:= J + A[K] END;
557             IF I ≥ J THEN A[M]:= I - J ELSE
558             BEGIN NLCR; PRINTTEXT(£DEMAND EXCEEDS AVAILABLE PRODUCTION TIME£); NLCR; GOTO EXIT END;
559             FINE:= READ; IF FINE = - 1 THEN FINE:= SMINF;
560             FOR I:= 0 STEP 1 UNTIL MM - 1 DO
561             BEGIN COST:= READ;
562                   FOR K:= 1 STEP 1 UNTIL N - 1 DO IF A[K * MM + I + 1] = 0 THEN
563                   BEGIN FOR J:= 1 STEP 1 UNTIL K DO BUFFER2[(M - 1) * K + I * N + J]:= SMINF
564                   END ELSE
565                   FOR J:= 1 STEP 1 UNTIL K DO BUFFER2[(M - 1) * K + I * N + J]:= COST * (K - J + 1)
566             END;
567             FOR K:= 0 STEP 1 UNTIL N - 1 DO
568             BEGIN BUFFER2[CEND - K]:= 0;
569                   FOR I:= 0 STEP 1 UNTIL MM - 1 DO
570                   BEGIN NEXTPTR:= K * M + I * N + 1;
571                         IF A[K * MM + I + 1] ≠ 0 THEN
572                         BEGIN BUFFER2[NEXTPTR]:= 0;
573                               FOR J:= 1 STEP 1 UNTIL N - K - 1 DO BUFFER2[NEXTPTR + J]:= FINE
574                         END ELSE
575                         FOR J:= 0 STEP 1 UNTIL N - K - 1 DO
576                         BUFFER2[NEXTPTR + J]:= SMINF
577                   END
578             END;
579             J:= MM * (MM - 1) / 2;
580             FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL J DO CC[I]:= READ;
581             FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL J DO CT[I]:= READ;
582             FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL MM - 2 DO
583             FOR J:= I + 2 STEP 1 UNTIL MM DO
584             FOR K:= I + 1 STEP 1 UNTIL J - 1 DO
585             IF CLCOST(I,J) > CLCOST(I,K) + CLCOST(K,J) ∨ CLTIME(I,J) > CLTIME(I,K) + CLTIME(K,J) THEN
586             BEGIN NLCR; PRINTTEXT(£CLEANING DATA DO NOT SATISFY THE TRIANGLE INEQUALITY£);
587                   ABSFIXT(4,0,(I - 1) * (MM - I / 2) + J - I);
588                   ABSFIXT(4,0,(I - 1) * (MM - I / 2) + K - I);
589                   ABSFIXT(4,0,(K - 1) * (MM - K / 2) + J - K); NLCR; GOTO EXIT
590             END;
591
592             PRINTTEXT(£THE SOLUTION OF THIS MACHINE LOADING PROBLEM   (£);
593             ABSFIXT(IF MM < 10 THEN 1 ELSE IF MM < 100 THEN 2 ELSE 3,0,MM);
594             PRINTTEXT(£PRODUCTS AND£); ABSFIXT(IF N < 10 THEN 1 ELSE 2,0,N); PRINTTEXT(£WEEKS )£);
595             NLCR; NLCR;
596             FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL CEND DO
```

```
597             BEGIN SAVE[I]:= BUFFER2[I];
598                   BUFFER2[I]:= IF BUFFER2[I] = SMINF THEN 1 ELSE 0
599             END;
600             IF REAL STEPPING STONE(0) = 0 THEN
601             BEGIN FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL CEND DO BUFFER2[I]:= SAVE[I];
602                   BUFFER2[CEND + 1]:= REAL STEPPING STONE(UB)
603             END ELSE
604             BEGIN PRINTTEXT(¢NO SOLUTION¢); NLCR; GOTO EXIT END;
605             UPDATE;
606             COST:= BUFFER2[CEND + 1];
607             PRINTTEXT(¢     INITIAL COST:¢); ABSFIXT(10,2,COST); NLCR; NLCR;
608             PRINTTEXT(¢  DECISION|PROD.|WEEK|COMPUTING TIME|TOTAL TIME|L.B. OF COST|PREV. DEC.¢);
609             NLCR; T1:= TIME;
610             CHECK BRANCH;
611             CORE TO DRUM;
612
613             COMMENT MAIN CYCLE;
614             FOR NUMBER:= NUMBER + 1 WHILE ¬ READY DO
615             BEGIN TRANSPORT NECESSARY:= FALSE;
616                   FOR I:= 0 STEP 1 UNTIL DRPTR DO IF DRCOST[I] ≥ 0 ∧ DRCOST[I] < COST THEN
617                   BEGIN COST:= DRCOST[I]; DRADDR:= I; TRANSPORT NECESSARY:= TRUE END;
618                   IF COST > SMINF / 2 THEN BEGIN NLCR; PRINTTEXT(¢NO SOLUTION¢); NLCR; GOTO EXIT END;
619                   IF TRANSPORT NECESSARY THEN BEGIN DRUM TO CORE(FALSE); A[M]:= BUFFER1[BEND] END;
620                   IF BUFFER3[BOEND + 1] THEN READY:= TRUE ELSE
621                   BEGIN FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL UB DO IF BUFFER1[XEND + I] ≠ 0 THEN
622                         BEGIN DECISION:= BUFFER1[XEND + I]; NEXTPTR:= I; I:= UB END;
623                         IF BUFFER3[CLEND + NEXTPTR] THEN
624                         BEGIN J:= BUFFER1[NEND + 2];
625                               IF DECISION > 0 THEN PRODUCTION ELSE NO PRODUCTION;
626                               IF UPDATE NECESSARY THEN UPDATE;
627                               COST:= BUFFER2[CEND + 1] + BUFFER2[CEND + 2] + BUFFER2[CEND + 3];
628                               IF TRANSPORT NECESSARY ∧ COST < SMINF / 2 THEN
629                               BEGIN CHECK BRANCH; CORE TO DRUM END ELSE AUX:= FALSE;
630                               IF DECISION > 0 THEN OUT(¢YES¢) ELSE OUT(¢NO ¢);
631                               DRUM TO CORE(TRUE); A[M]:= BUFFER1[BEND];
632                               J:= BUFFER1[NEND + 2];
633                               IF DECISION > 0 THEN NO PRODUCTION ELSE PRODUCTION;
634                               IF UPDATE NECESSARY THEN UPDATE;
635                               COST:= BUFFER2[CEND + 1] + BUFFER2[CEND + 2] + BUFFER2[CEND + 3];
636                               IF TRANSPORT NECESSARY ∧ COST < SMINF / 2 THEN
637                               BEGIN CHECK BRANCH; CORE TO DRUM END ELSE AUX:= FALSE;
638                               IF DECISION > 0 THEN OUT(¢NO ¢) ELSE OUT(¢YES¢); NLCR
639                         END ELSE
640                         BEGIN DRCOST[DRADDR]:= - AVAILABLE - 1; AVAILABLE:= DRADDR;
641                               J:= BUFFER1[NEND + 2];
642                               IF DECISION > 0 THEN PRODUCTION ELSE NO PRODUCTION;
643                               IF UPDATE NECESSARY THEN UPDATE;
644                               COST:= BUFFER2[CEND + 1] + BUFFER2[CEND + 2] + BUFFER2[CEND + 3];
645                               IF TRANSPORT NECESSARY ∧ COST < SMINF / 2 THEN
646                               BEGIN CHECK BRANCH; CORE TO DRUM END ELSE AUX:= FALSE;
647                               IF DECISION > 0 THEN OUT(¢YES¢) ELSE OUT(¢NO ¢); NLCR
648                         END
649                   END
650             END;
651
652             NEW PAGE; PRINTTEXT(¢FINAL SOLUTION, WITH A COST OF: ¢);
653             ABSFIXT(10,2,BUFFER2[CEND + 1] + BUFFER2[CEND + 2]); NLCR; NLCR;
654             FOR I:= 1 STEP 1 UNTIL N DO
655             BEGIN PRINTTEXT(¢WEEK¢); ABSFIXT(2,0,I); PRINTTEXT(¢          (IDLE TIME¢);
656                   ABSFIXT(4,0,DUMMY(I,J)); PRSYM(99);
```

```
657                     NLCR; NLCR; PRINTTEXT(¢      AMOUNT   PROD WEEK¢); NLCR;
658                     NEXTPTR:= LUB;
659                     FOR J:= 1 STEP 1 UNTIL NEXTPTR DO IF BUFFER1[IEND + J] = 1 ^ BUFFER1[JEND + J] > 0 THEN
660                     BEGIN K:= BUFFER1[BEND + J];
661                           ABSFIXT(10,0,BUFFER1[JEND + J]); ABSFIXT(5,0,K - (K - 1) / MM * MM);
662                           ABSFIXT(3,0,(K - 1) / MM + 1); NLCR
663                     END;
664                     NLCR
665               END;
666
667       EXIT:   PRINTTEXT(¢NUMBER OF CALLS OF 'REAL STEPPING STONE':¢); ABSFIXT(6,0,NR1); NLCR;
668               PRINTTEXT(¢NUMBER OF CALLS OF 'UPDATE':              ¢); ABSFIXT(6,0,NR2); NLCR;
669               PRINTTEXT(¢USED SPACE ON THE DRUM:                   ¢); ABSFIXT(6,0,(DRPTR + 1) * BUFLEN); NLCR;
670               PRINTTEXT(¢TIME SINCE INITIALIZATION:                ¢); ABSFIXT(6,2,TIME - T0); PRINTTEXT(¢SEC¢)
671         END INNER BLOCK
672   END
673
```

7. Een voorbeeld.

Als voorbeeld beschouwen we een probleem met negen produkten en drie weken, waarbij nalevering niet toegestaan is.
Het volgende is een copie van de getallenband. De betekenis van de getallen wordt verklaard in de regels 2 t/m 11 van het ALGOL-programma in hoofdstuk 6.

'getallen machine loading problem'

```
num of prod     9
num of weeks    3
drspace         81920
sminf           5000
prodtime        160, 160, 160
demand          12,  1,  1, 11,  0,   1,   1,  0, 13
                62,  6,  3,  1, 25,  13,   3, 18, 34
                 3,  2, 22, 17,  3,  60,  12,  5, 46
fine            -1
stcost          5.8, 1.2, 0.3, 1.8, 0.8, 7.0, 2.6, 0.4, 3.5

clcost          4.1, 6.1, 6.4,  7.2,  7.9, 16.0,  9.8, 18.3
                     5.9, 6.3,  7.1,  7.7, 15.7,  9.7, 17.8
                          5.8,  6.2,  7.5, 15.7,  9.6, 16.4
                               13.8, 14.0, 14.3, 15.1, 15.3
                                     5.9, 14.2,  8.3, 15.3
                                          14.0,  8.1, 14.8
                                                3.9, 14.5
                                                     14.4

cltime          2, 3, 3, 4, 4, 8, 5, 6
                   3, 3, 4, 4, 8, 5, 6
                      3, 3, 4, 8, 5, 5
                         7, 7, 7, 8, 8
                            3, 7, 4, 4
                               7, 4, 4
                                  2, 3
                                     2
```

Na 55 beslissingen (rekentijd ongeveer 11 minuten) wordt een oplossing gevonden waarvoor de schoonmaaktijd en -kosten ingecalculeerd zijn. Aangezien er op dat moment geen eindpunten met lagere kosten zijn, moet de gevonden oplossing ook de beste zijn.
Deze oplossing bestaat uit een pad van 28 beslissingen, t.w. 10 maal "nee" en 18 maal "ja".
De boom bestaat aan het eind van de berekening uit 111 knooppunten (inclusief de wortel), waarvan er (uiteraard) 56 eindpunt zijn. Van deze

56 hebben er weer 11 als kosten ∞, zodat er zich op de trommel 45 kandidaten voor uitbreiding bevinden.

Nu volgen nog vier bladzijden output. De eerste drie daarvan geven een overzicht van de genomen beslissingen, en daarmee van het verloop van de berekening.
We zien v.l.n.r.: nummer en aard van de beslissing, produkt, produktieweek, rekentijd, totale rekentijd, kosten (incl.onderschatting) en de vorige beslissing (+ = "ja", - = "nee"). Het produkt wordt genoteerd door een nummer als geformuleerd in hoofdstuk 1.
De vierde pagina van de output geeft de optimale oplossing, gerangschikt per produktieweek. Binnen iedere week zijn de produkties gerangschikt naar week van aflevering. Per afleveringsweek hebben de produkties dezelfde ordening als op de getallenband. De produkties hoeven dus niet in de volgorde te staan waarin ze uitgevoerd moeten worden.

220971- 83 D 7156X.3 MARTINREM

THE SOLUTION OF THIS MACHINE LOADING PROBLEM (9 PRODUCTS AND 3 WEEKS)

INITIAL COST: 7.70

DECISION	PROD.	WEEK	COMPUTING TIME	TOTAL TIME	L.B. OF COST	PREV DEC.
1 YES	9	1	.26 SEC	10.05 SEC	7.70	+
2 YES	1	1	6.88 SEC	16.95 SEC	38.20	+
3 YES	4	1	.10 SEC	17.07 SEC	41.60	+
4 YES	2	1	.10 SEC	17.20 SEC	45.60	+
5 YES	3	1	.10 SEC	17.32 SEC	51.00	+
6 YES	6	1	.11 SEC	17.45 SEC	64.50	+
7 YES	7	1	6.75 SEC	24.22 SEC	66.80	+
8 NO	24	3	9.64 SEC	33.89 SEC	560.40	+
8 YES	24	3	.21 SEC	34.13 SEC	66.80	+
9 NO	10	2	8.28 SEC	42.43 SEC	436.10	+
9 YES	10	2	.24 SEC	42.69 SEC	66.80	+
10 NO	27	3	7.95 SEC	50.67 SEC	274.10	+
10 YES	27	3	7.97 SEC	58.66 SEC	102.10	+
11 NO	18	2	8.01 SEC	66.69 SEC	211.00	+1
11 YES	18	2	7.99 SEC	74.70 SEC	119.30	+1
12 NO	15	2	8.06 SEC	82.79 SEC	204.90	+1
12 YES	15	2	9.13 SEC	91.94 SEC	124.50	+1
13 NO	25	3	7.57 SEC	99.54 SEC	155.60	+1
13 YES	25	3	7.96 SEC	107.53 SEC	141.80	+1
14 NO	22	3	7.67 SEC	115.23 SEC	172.10	+1
14 YES	22	3	8.38 SEC	123.63 SEC	153.20	+1
15 YES	13	2	7.93 SEC	131.58 SEC	168.10	+1
15 NO	13	2	7.91 SEC	139.51 SEC	154.60	+1
16 NO	19	3	7.65 SEC	147.19 SEC	169.80	-1
16 YES	19	3	7.93 SEC	155.15 SEC	163.60	-1
17 NO	22	3	7.62 SEC	162.80 SEC	198.60	-1
17 YES	22	3	7.45 SEC	170.28 SEC	173.80	-1
18 YES	26	2	7.78 SEC	178.08 SEC	172.10	+1
18 NO	26	2	7.58 SEC	185.68 SEC	163.70	+1
19 YES	16	2	7.36 SEC	193.06 SEC	179.50	-1
19 NO	16	2	7.36 SEC	200.44 SEC	169.10	-1
20 NO	19	3	7.75 SEC	208.21 SEC	184.00	+1
20 YES	19	3	8.24 SEC	216.47 SEC	176.30	+1
21 YES	17	2	7.37 SEC	223.86 SEC	177.60	-1

220971- 83 D 7156X,3 MARTINREM

21	NO	17	2	7.38 SEC	231.26 SEC	169.70	-19
22	YES	17	1	.10 SEC	231.38 SEC	173.50	-2
23	YES	26	2	7.60 SEC	239.01 SEC	178.30	-16
23	NO	26	2	7.81 SEC	246.84 SEC	169.80	-16
24	YES	16	2	7.34 SEC	254.20 SEC	185.70	-23
24	NO	16	2	7.29 SEC	261.52 SEC	175.30	-23
25	YES	13	2	7.43 SEC	268.98 SEC	183.20	-14
25	NO	13	2	7.34 SEC	276.35 SEC	173.10	-14
26	NO	14	2	7.81 SEC	284.18 SEC	183.00	+18
26	YES	14	2	7.67 SEC	291.87 SEC	178.50	+18
27	YES	16	2	7.27 SEC	299.16 SEC	191.60	-25
27	NO	16	2	7.19 SEC	306.38 SEC	178.50	-25
28	NO	14	2	7.46 SEC	313.86 SEC	189.20	+22
28	YES	14	2	7.13 SEC	321.01 SEC	178.40	+22
29	YES	13	2	7.43 SEC	328.47 SEC	191.10	+17
29	NO	13	2	7.32 SEC	335.81 SEC	174.80	+17
30	NO	19	3	7.08 SEC	342.91 SEC	192.80	-29
30	YES	19	3	7.31 SEC	350.24 SEC	183.00	-29
31	YES	17	2	7.30 SEC	357.56 SEC	183.80	-24
31	NO	17	2	7.54 SEC	365.12 SEC	175.90	-24
32	YES	17	1	.10 SEC	365.24 SEC	179.70	-3
33	YES	16	2	7.98 SEC	373.25 SEC	193.20	+20
33	NO	16	2	7.56 SEC	380.83 SEC	183.10	+20
34	NO	14	2	7.38 SEC	388.23 SEC	189.20	+21
34	YES	14	2	7.29 SEC	395.54 SEC	182.70	+21
35	YES	20	3	7.69 SEC	403.25 SEC	187.00	+23
35	NO	20	3	7.45 SEC	410.73 SEC	179.90	+23
36	YES	12	2	7.07 SEC	417.82 SEC	184.00	+23
36	NO	12	2	6.96 SEC	424.81 SEC	179.00	+23
37	NO	19	3	7.10 SEC	431.93 SEC	196.50	-27
37	YES	19	3	7.16 SEC	439.12 SEC	188.80	-27
38	YES	20	3	7.53 SEC	446.67 SEC	184.90	+26
38	NO	20	3	7.70 SEC	454.39 SEC	179.30	+26
39	YES	20	3	7.11 SEC	461.52 SEC	186.00	-36
39	NO	20	3	6.96 SEC	468.51 SEC	179.80	-36
40	YES	23	3	7.76 SEC	476.30 SEC	189.20	-37
40	NO	23	3	7.84 SEC	484.16 SEC	179.30	-36
41	YES	23	1	.11 SEC	484.30 SEC	185.00	-4
41	NO	23	1	7.04 SEC	491.36 SEC	179.30	-4

220971- 83 D 7156X,3 MARTINREM

42	YES	16	2	6.82 SEC	498.20 SEC	191.50	-4
42	NO	16	2	6.85 SEC	505.08 SEC	184.30	-4
43	YES	23	2	7.53 SEC	512.64 SEC	184.50	+1
43	NO	23	2	7.52 SEC	520.19 SEC	179.50	+1
44	YES	23	3	7.25 SEC	527.46 SEC	191.80	-4
44	NO	23	3	7.55 SEC	535.03 SEC	180.00	-4
45	NO	14	2	7.09 SEC	542.15 SEC	195.40	+3
45	YES	14	2	7.21 SEC	549.38 SEC	184.60	+3
46	YES	23	3	6.84 SEC	556.25 SEC	189.80	-3
46	NO	23	3	6.96 SEC	563.24 SEC	180.40	-3
47	YES	23	3	7.47 SEC	570.74 SEC	188.00	-3
47	NO	23	3	7.31 SEC	578.07 SEC	180.90	-3
48	YES	23	1	6.01 SEC	584.10 SEC	182.40	-4
49	YES	21	2	6.72 SEC	590.84 SEC	186.00	-4
49	NO	21	2	6.52 SEC	597.38 SEC	181.00	-4
50	YES	23	1	.22 SEC	597.63 SEC	186.60	-4
50	NO	23	1	6.70 SEC	604.35 SEC	181.90	-4
51	YES	26	3	6.24 SEC	610.61 SEC	185.60	-4
51	NO	26	3	6.16 SEC	616.80 SEC	181.40	-4
52	YES	21	3	6.10 SEC	622.93 SEC	189.90	-5
52	NO	21	3	5.94 SEC	628.90 SEC	182.60	-5
53	YES	23	2	6.56 SEC	635.49 SEC	188.50	-5
54	YES	14	2	7.26 SEC	642.78 SEC	191.20	+4
54	NO	14	2	7.41 SEC	650.22 SEC	194.90	+4
55	NO	11	2	5.82 SEC	656.06 SEC	188.20	-5
55	YES	11	2	4.80 SEC	660.88 SEC	182.60	-5 (CLEAN)

```
220971- 83      D 7156X,3 MARTINREM

FINAL SOLUTION, WITH A COST OF:          182.60

WEEK  1              (IDLE TIME    42 )

       AMOUNT    PROD WEEK
          12       1    1
           1       2    1
           1       3    1
          11       4    1
           1       6    1
           1       7    1
          13       9    1
           3       3    2
           1       4    2
           3       7    2
          18       8    2
          22       3    3
           5       8    3

WEEK  2              (IDLE TIME     2 )

       AMOUNT    PROD WEEK
          62       1    2
           6       2    2
          25       5    2
          13       6    2
          34       9    2
           2       2    3
           3       5    3

WEEK  3              (IDLE TIME     2 )

       AMOUNT    PROD WEEK
           3       1    3
          17       4    3
          60       6    3
          12       7    3
          46       9    3

NUMBER OF CALLS OF 'REAL STEPPING STONE':     170
NUMBER OF CALLS OF 'UPDATE':                   89
USED SPACE ON THE DRUM:                     13635
TIME SINCE INITIALIZATION:                    661.28 SEC
```

8. Literatuur.

J.D.C. Little, K.G. Murty, D.W. Sweeney and K. Caroline: An Algorithm For The Travelling Salesman Problem, Operations Res. 11 (1967), 972-989.

(Dit artikel geeft een duidelijke verhandeling over branch-and bound-technieken).