stichting
mathematisch
centrum

MC

AFDELING MATHEMATISCHE BESLISKUNDE BN 31/78 JANUARI

P.J. BOOMSMA & A. FEDERGRUEN

EEN ECONOMETRISCH ONDERZOEK NAAR DE REËLE GELDVRAAG IN NEDERLAND

2e boerhaavestraat 49 amsterdam

Printed at the Mathematical Centre, 49, 2e Boerhaavestraat, Amsterdam.

The Mathematical Centre, founded the 11-th of February 1946, is a non-profit institution aiming at the promotion of pure mathematics and its applications. It is sponsored by the Netherlands Government through the Netherlands Organization for the Advancement of Pure Research (Z.W.O).

AMS(MOS) subject classification scheme (1970): 90A15, 62P20

Een econometrisch onderzoek naar de reële geldvraag in Nederland

door

P.J. Boomsma* & A. Federgruen

SAMENVATTING

Dit rapport beschrijft een in opdracht van de Economische Faculteit van de Vrije Universiteit uitgevoerde econometrische studie ter verklaring van de reële geldvraag in de Nederlandse economie.

Aandacht werd met name besteed aan de invloed die de inflatieverwachtingen van de liquiditeitenhouders op deze geldvraag uitoefenen.

TREFWOORDEN: *econometrisch model; inflatieverwachtingen; permanente en transitoire componenten.*

* Nederlandse Bank N.V., Amsterdam, Nederland

1. INLEIDING

Dit rapport beoogt een korte beschrijving te geven van een in 1975/76 in opdracht van de Economische Faculteit van de Vrije Universiteit te Amsterdam uitgevoerde econometrische studie.
Deze studie had tot doel een door BOOMSMA ontwikkelde hypothese m.b.t. de determinanten van de geldvraag, te kwantificeren middels een op de kwartaalcijfers van de periode 1965 t/m 1974 gebaseerd model voor de Nederlandse economie.

De achtergronden en economische motiveringen voor deze theorie zijn in detail in [1], de dissertatie van BOOMSMA, beschreven (zie met name de hoofdstukken 3 en 7). Tevens bevat [1] een overzicht van de hieraan ten grondslag liggende, alsmede de aanverwante literatuur.

Door het Mathematisch Centrum is tevens aan het einde van 1975 en begin 1976 assistentie verleend bij het opstellen van enkele op deze studie gebaseerde onderdelen in [1].

De in [1] ontwikkelde theorie van de geldvraag kan gezien worden als een herformulering van de kwantiteitstheorie. Binnen het brede spectrum van monetaire theorieën staat deze het dichtst bij de door de Chicago-school o.l.v. MILTON FRIEDMAN ontwikkelde neo-kwantiteitstheorie (zie b.v. [5]). Deze tracht de *vraag* naar liquiditeiten te verklaren aan de hand van factoren, die

a. samenhangen met het volume van de nationale bestedingen en middelen (b.v. het nationaal product),
b. samenhangen met een aantal indicatoren, welke de "prijzen" weergeven voor het aanhouden van liquiditeiten enerzijds en die van diverse substituten voor de liquiditeitenmassa in enige zin, anderzijds.

De in [1] gepresenteerde theorie is evenwel ruimer dan Friedman's neo-kwantiteitstheorie, daar zij niet slechts een specificatie van de geldvraag geeft maar ook een hypothese stelt m.b.t. de interactie tussen geldvraag en geldaanbod.

Hoewel zowel de theorie van Friedman als de specificatie in [1] beide gemeen hebben, dat de *reële* i.p.v. de nominale geldhoeveelheid als te verklaren grootheid is gekozen, doen zich in de exacte specificatie toch een aantal essentiële verschillen voor:

a. In Friedman's vergelijking wordt de *nominale* geldvraag als homogeen van de eerste graad in zowel het prijspeil als in het nationaal product, gespecificeerd. M.a.w. verondersteld wordt, dat bij gelijkblijvende rendementen van liquiditeiten en hun subsituten (spaartegoeden, termijndeposito's, aandelen etc.), en door de economische subjecten gewenste *omloopsnelheid* van het reële geld een stabiele numerieke waarde heeft.

   In het hieronder gehanteerde model is de nominale (of reële) geldvraag niet langer als homogeen (van de eerste graad) in het nationale inkomen gespecificeerd, m.a.w. de neo-kwantiteitshypothese van een reële omloopsnelheid van het geld, die, ceteris paribus invariant is bij verschillende niveau's van het nationale inkomen, is in dit model losgelaten.

b. In het door ons onderzochte model is de reële geldvraag slechts van *reële* variabelen afhankelijk gesteld. Dit in tegenstelling tot Friedman's geldvergelijking, waarin tevens *nominale* rendementen als verklarende grootheden zijn opgenomen.

De voorkeur voor een verklaring van de *reële* geldvraag uit uitsluitend *reële* factoren stoelt op de hypothese, dat -zeker wanneer de inflatie een bepaalde drempelwaarde overschrijdt- het publiek zijn preferenties in reële termen gaat formuleren en zijn beslissingen t.a.v. het aanhouden van liquiditeiten baseert op de diverse *reële* rendementen.

Het betreft hier dus een consequentere doorvoering van de gedachte, dat bij substantiële inflatiepercentages de "geldsluier" een te verwaarlozen invloed heeft; in dit opzicht draagt Friedman's specificatie een hybrider karakter.

Bovendien heeft de onderzochte modelspecificatie het bijkomende voordeel, dat de invloed van het inflatieverschijnsel hierin beter gescheiden kon worden van die der rendementen op de diverse substituten van geld. In statistische termen wil dit zeggen, dat de invloed van het inflatiepercentage op de geldvraag beter van die der overige factoren te scheiden is, daar in het algemeen het inflatiepercentage en b.v. de *reële* rendementen op overige vermogenstitels, minder gecorreleerd zijn dan het geval is met de *nominale* rendementen dezer.

A priori bestond derhalve het vermoeden, dat in Friedman's vergelijking de invloed van het inflatieverschijnsel onderschat was, en met recht kan dan ook gesteld worden, dat een nieuwe meting van deze invloed tot een der hoofddoelen van deze studie behoord heeft.

Als bijzonder kenmerk van het beschouwde model geldt verder, dat zowel de geldvraag als ieder der verklarende variabelen opgesplitst is in een *permanente* en een *transitorische* component. Deze tweedeling vertoont sterke overeenkomst met Friedman's tweedeling in zijn theorie van de consumptiefunctie (zie [4]).
Hoewel binnen het kader van de monetaire theorie aan deze tweedeling weinig of geen aandacht is besteed (zie slechts [7]) leek het op zijn minst plausibel, dat de door het publiek aan te houden liquiditeitenmassa op te splitsen is in

a. de *permanente* component , waarvan de omvang o.a. wordt bepaald door de lange termijn verwachtingen ten aanzien van de te financieren transacties (*transactiekassen*), en de verwachtingen m.b.t. het inflatiepercentage en de rendementen op minder liquide vermogenstitels.
b. de *transitorische* component, die het verschil vormt tussen de feitelijk gewenste geldvraag en de permanente component dezer. Deze component heeft betrekking op de *korte termijn*-aanpassingen in de gewenste liquiditeitenmassa, die voortvloeien uit de korte termijn-afwijkingen van de verklarende grootheden t.o.v. hun permanente (d.w.z. op lange termijn verwachtingen gebaseerde) componenten.

De opsplitsing van de reële geldvraag in de bovengenoemde twee componenten heeft ook statistische relevantie. Zo leek het a priori zeer wel mogelijk, dat de reactie van houders van geld op een *plotselinge* toename van het inflatiepercentage een significant andere en wellicht tegengestelde is , dan die welke voortvloeit uit een toename van de inflatie, waar een meer permanent karakter aan wordt toegekend.

De eerste zou zeer wel een tijdelijke positieve invloed op de gewenste transactiekassen kunnen hebben, de tweede een meer permanent negatieve invloed op de gewenste voorzorgs- en speculatiekassen.

Verder kenmerkt dit model zich door een minder gebruikelijke specifi-

catie van de permanente componenten der verklarende grootheden.
Permanente verwachtingen zijn vanzelfsprekend niet direct meetbaar. Zij zijn niet geregistreerd noch is het mogelijk deze uit bestaande statistieken af te leiden, en evenmin is een schatting via enquêtes beschikbaar.

Het leek evenwel plausibel te veronderstellen, dat het publiek zijn verwachtingen m.b.t. de diverse verklarende grootheden bepaalt aan de hand van de realisaties van deze grootheden in het verleden. In dit model is de permanente waarde van een verklarende variabele gespecificeerd als een lineaire combinatie van de over een bepaalde *tijdshorizon* in het verleden gerealiseerde waarden van deze grootheid. Hierbij kon de tijdshorizon per variabele variëren.

Ook de *gevraagde* (reële) geldhoeveelheid zelf is niet rechtstreeks meetbaar en kwantificering van het model vereist dan ook een hypothese omtrent de wijze waarop de *gevraagde* geldhoeveelheid met de feitelijk in omloop zijnde geldhoeveelheid samenhangt.

Zij m_t = de feitelijk in omloop zijnde reële geldhoeveelheid in het t-de kwartaal.

m_t^d = de gevraagde reële geldhoeveelheid in het t-de kwartaal.

(Voor een exacte definitie van het gehanteerde liquiditeitenbegrip alsmede het prijsindexcijfer op grond waarvan de *reële* componenten uit de nominale grootheden zijn afgeleid, zij verwezen naar sectie 2.)

In onderstaand model is voor het volgende aanpassingspatroon tussen m^d en m gekozen:

$$(1.1.) \qquad m_t - m_{t-1} = \Theta(m_t^d - m_{t-1}) \qquad \text{met} \qquad \Theta > 0$$

M.a.w. gekozen is voor de assumptie, dat de feitelijk in omloop zijnde reële geldhoeveelheid zich per periode gedeeltelijk aanpast t.o.v. de gewenste hoeveelheid, i.p.v. bij voorbeeld een aanpassing in de omgekeerde richting, of meer algemeen een *simultaan* aanpassingsmodel, bestaande uit een stelsel van differentievergelijkingen.

De oplossing van deze lineaire differentievergelijking van de eerste orde (1.1.) wordt uiteraard gegeven door:

$$(1.2.) \qquad m_t = \Theta \sum_{\ell=0}^{\infty} (1-\Theta)^{\ell}\, m_{t-\ell}^d, \quad t = 1,2,\ldots,$$

zoals b.v. uit een toepassing van de Koyck-transformatie blijkt. Voor een motivering van deze keuze zij verwezen naar [1], hoofdstuk III, §3 e.v.

Tenslotte zij erop gewezen, dat in navolging van modelspecificaties als die van FRIEDMAN [6] of andere kwantiteitstheoretici niet gepoogd is de geldvraagvergelijking onder te brengen in een algeheel macro-economisch model. Een dergelijk streven zou het onderzoeksproject aanzienlijk uitgebreid hebben en de aandacht van de hoofdproblematiek, n.l. het vaststellen van de relevante factoren in de geldvraagvergelijking, hebben afgeleid.

De opdrachtgever is zich er evenwel van bewust, dat de via analyse van de enkele geldvraag-regressievergelijking verkregen schatters onzuiver kunnen zijn, voorzover bepaalde verklarende variabelen als b.v. het nationale inkomen of het rentepeil zelf direct of indirect door de in omloop zijnde geldhoeveelheid worden beïnvloed.

In sectie 2 presenteren wij allereerst ons basismodel, bestaande uit een stelsel van gedragsvergelijkingen en gehanteerde identiteiten. Hieruit wordt vervolgens de basisvariant van de geschatte regressievergelijking afgeleid, alsmede de transformatieformules, met behulp waarvan de parameters uit de oorspronkelijke vergelijkingen kunnen worden geschat.

T.o.v. de basisvariant van het model zijn tevens een tiental varianten in de specificatie onderzocht, welke eveneens in sectie 2 behandeld worden.

In sectie 3 geven wij de verkregen resultaten weer en in sectie 4 tenslotte worden uit deze resultaten een aantal conclusies getrokken

2. MODEL

De basisvariant van het gehanteerde model wordt gespecificeerd door het volgende stelsel van vergelijkingen:

(2.1.) $$m_t - m_{t-1} = \Theta(m_t^d - m_{t-1}) \quad (0<\Theta<1)$$

(2.2.) $$m_t^d = m_t^* + m_t^T$$

(2.3.) $$m_t^* = Kt + C + \beta_1 Y_t^* + \beta_2 r_t^* + \beta_3 \dot{P}_t^* + \underline{u}_t^*$$

(2.4.) $$m_t^T = c^T + \gamma_1 \dot{P}_t + \gamma_2 y_t + \gamma_3 r_t^T + \underline{u}_t^T$$

met

(2.5.) $$m_t = M_t/P_t \;;\; m_t^d = M_t^d/P_t$$

(2.6.) $$y_t = Y_t/P_t$$

(2.7.) $$\dot{P}_t = (P_t - P_{t-1})/P_{t-1}$$

(2.8.) $$r_t = R_t - 4\dot{P}_t$$

(2.9.) $$y_t^* = \sum_{\tau=0}^{n_1} w_\tau^{(1)} y_{t-\tau}$$

(2.10.) $$\dot{P}_t^* = \sum_{\tau=0}^{n_2} w_\tau^{(2)} \dot{P}_{t-\tau}$$

(2.11.) $$r_t^* = \sum_{\tau=0}^{n_3} w_\tau^{(3)} r_{t-\tau}$$

(2.12.) $$y_t^T = y_t - y_t^*$$

(2.13.) $$r_t^T = r_t - r_t^*$$

(2.14.) $$\dot{P}_t^T = \dot{P}_t - \dot{P}_t^*.$$

Hierbij representeren:

M_t = de voor seizoensinvloeden gecorrigeerde nominale binnenlandse geldhoeveelheid in het t-de kwartaal, uitgedrukt in miljarden guldens.

P_t = het voor seizoensinvloeden gecorrigeerde kwartaalcijfer m.b.t. de prijsindex voor het particulier gebruik, met het derde kwartaal van 1963 als basisperiode.

Y_t = het door interpolatie van jaarcijfers geschatte netto nationaal product tegen marktprijzen, op jaarbasis, voor het t-de kwartaal (in miljarden guldens).

R_t = het gemiddelde van de tot het t-de kwartaal behorende maandcijfers van de nominale rentevoeten m.b.t. driemaands kasgeldleningen aan de lagere overheid, op jaarbasis, in percentages.

De grootheden M en P werden voor seizoensinvloeden gecorrigeerd met behulp van de censusmethode. $\dot{P}_t$ in (2.7.) geeft het inflatiepercentage op kwartaalbasis aan, en de in (2.5.), (2.6.) en (2.8.) gedefinieerde grootheden m_t, y_t en r_t duiden op respectievelijk de *reële* geldhoeveelheid, het *reële* netto nationaal product en het *reële* rentepercentage, d.w.z. het verschil tussen de nominale rente en het inflatiepercentage op jaarbasis (= $4\dot{P}_t$).
(2.9.) - (2.11.) geeft een specificatie van de *permanente* verwachtingscomponent van respectievelijk y_t, $\dot{P}_t$ en r_t als lineaire combinaties van de huidige en de in de n_1, n_2 respectievelijk n_3 kwartalen terugliggende, gerealiseerde waarden dezer grootheden (zie sectie 1). Tenslotte zijn in (2.12.) - (2.14.) de transitoire componenten van y_t, P_t en r_t gedefinieerd als de verschillen tussen de feitelijk gerealiseerde en de *permanente* waarden dezer grootheden.
In het model (2.1.) - (2.4.) wordt de *gevraagde* reële geldhoeveelheid m_t^d uit de feitelijk gerealiseerde geldhoeveelheid afgeleid via het in (2.1.) geformuleerde partiële aanpassingsmechanisme (zie ook (1.1.)).
Ook m^d is in een *permanente* (m^*) en een *transitoire* (m^T) opgesplitst, waarvoor de regressievergelijkingen in (2.3.) en (2.4.) zijn uitgeschreven. Hierin representeren u^* en u^T de storingstermen en de eerste term in (2.3.) geeft een trendcomponent aan.

De specificaties in (2.3.) en (2.4.) stoelen op de in sectie 2 beschreven hypothese, dat de reële geldvraag bepaald wordt door:

a. de transactie-omvang als weergegeven door y_t
b. het "rendement" op het aanhouden van geld ($-\dot{P}_t$), d.w.z. de "*eigen*" kosten van geld
c. het "rendement" op bepaalde substituten (= "nearmoney"), d.w.z. de "*kruiselingse kosten*" (of "opportunity kosten") van geld, als weergegeven door r_t.

Men zou, evenals FRIEDMAN [6] meerdere rentepercentages op diverse vormen van spaartegoeden en kredietverlening als verklarende grootheden kunnen opnemen. Door de belangrijke samenhang tussen de diverse rentestanden in de Nederlandse economie is dit enerzijds overbodig en zou dit anderzijds tot multicollineairiteitsproblemen leiden (zie [3]). Wel is in een aantal varianten het rendement op aandelen als een verder substituut voor het aanhouden van geld in de regressievergelijking opgenomen. Dit bleek evenwel geen significante verbetering in de verklaring op te leveren.

Het rendement op aandelen werd hierbij gespecificeerd door middel van:

(2.15.) $a_t = A_t - 4\dot{P}_t$, waarbij

A_t = het gemiddelde van de tot het t-de kwartaal behorende maandcijfers van het nominale rendement op internationale aandelen op jaarbasis, in percentages.

In deze varianten werd aan (2.3.) een term + $\beta_4\ a_t^*$ als verklarende grootheid toegevoegd, waarbij a_t^*, het *verwachte* reële rendement op internationale aandelen analoog gespecificeerd is aan y_t^*, r_t^* en P_t^*, d.w.z.

(2.16.) $$a_t^* = \sum_{\tau=0}^{n_4} w_\tau^{(4)}\ a_{t-\tau}.$$

Hoewel bij substitutie van (2.9.), (2.10.) en (2.11.) alle coëfficiënten in de vertraginsstructuren, d.w.z. $\{w_\tau^{(i)} | \tau=0,\ldots,n_i, i = 1,\ldots,4\}$ in principe geschat kunnen worden, dienen toch een aantal restricties op deze coëfficiënten te worden opgelegd, teneinde het aantal te schatten parameters te reduceren en de multicollineariteitsproblemen zo veel mogelijk te beperken. Allereerst geldt zonder enig verlies aan algemeenheid de normalisatieconditie:

(2.17.) $$\sum_{\tau=0}^{n_i} w_\tau^{(i)} = 1, \quad i = 1,2,3,4.$$

Verder is *gekozen* voor een *lineaire* vertraginsstructuur (zie DHRYMES [2], hfdst. 3), d.w.z.

(2.18.) $$w_\tau^{(1)} = \lambda_1 - \lambda_2\tau \ ; \ \tau = 0,\ldots,n_1$$
$$w_\tau^{(2)} = \lambda_3 - \lambda_4\tau \ ; \ \tau = 0,\ldots,n_2$$

$$w_\tau^{(3)} = \lambda_5 - \lambda_6\tau \; ; \; \tau = 0,\ldots,n_3$$

$$w_\tau^{(4)} = \lambda_7 - \lambda_8\tau \; ; \; \tau = 0,\ldots,n_4.$$

A priori gold de veronderstelling, dat $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_8 \geq 0$, d.w.z., dat het publiek bij het bepalen van zijn verwachtingswaarden een geringer gewicht toekent aan de verder in het verleden liggende realisaties. Men bedenke, dat dit geen (restrictieve) model-aanname is.

Door substitutie van (2.5.) - (2.14.) en (2.18.) in het model (2.1.) - (2.4.), kan deze tot de volgende regressievergelijking herleid worden:

(2.19.)
$$m_t = \overset{(1)}{\Theta C[t]} + \overset{(2)}{\Theta K[1]} + \overset{(3)}{(1-\Theta)[m_{t-1}]} + \Theta(\beta_1-\gamma_1)\lambda_1\overset{(4)}{\left[\sum_{\tau=0}^{n_1} y_{t-\tau}\right]} +$$
$$+ \Theta(\beta_1-\gamma_1)\lambda_2\overset{(5)}{\left[\sum_{\tau=0}^{n_1} \tau\, y_{t-\tau}\right]} + \Theta(\beta_2-\gamma_2)\lambda_3\overset{(6)}{\left[\sum_{\tau=0}^{n_2} \dot{P}_{t-\tau}\right]}$$
$$+ \Theta(\beta_2-\gamma_2)\lambda_4\overset{(7)}{\left[\sum_{\tau=0}^{n_2} \tau\, \dot{P}_{t-\tau}\right]} + \Theta(\beta_3-\gamma_3)\lambda_5\overset{(8)}{\left[\sum_{\tau=0}^{n_3} r_{t-\tau}\right]} +$$
$$+ \Theta(\beta_3-\gamma_3)\lambda_6\overset{(9)}{\left[\sum_{\tau=0}^{n_4} \tau\, r_{t-\tau}\right]} + \Theta\gamma_1 \overset{(10)}{[y_t]} + \Theta\gamma_2 \overset{(11)}{[\dot{P}_t]} +$$
$$+ \Theta\gamma_3\,[r_t] + \Theta(\underline{u}_t^* + \underline{u}_t^T).$$

Hoewel vergelijking (2.19.) in principe reeds schatbaar is, bleek de storingsterm in deze vergelijking enerzijds een autocorrelatie van ongeveer 1 te vertonen en was er anderzijds sprake van een extreme mate van multicollineariteit. Alleen de enkelvoudige correlatie-coëfficiënten tussen de reeksen (4) en (5), (6) en (7), en (8) en (9)is in vele gevallen reeds groter dan 0,9; die van (5) en (6) soms zelfs boven de 0,99. Dientengevolge is vergelijking (2.19.) in eerste verschillen geschat, hetgeen leidt tot:

(2.20.)
$$m_t - m_{t-1} = c_1[1] + c_2[m_{t-1}-m_{t-2}] + c_3[y_t-y_{t-n_1-1}] +$$

$$+ C_4 \left[\sum_{\tau=0}^{n_1} y_{t-\tau} - n_1 y_{t-n_1-1} \right] + C_5 [\dot{P}_t - \dot{P}_{t-n_2-1}] +$$

$$+ C_6 \left[\sum_{\tau=0}^{n_2} \dot{P}_{t-\tau} - n_2 \dot{P}_{t-n_2-1} \right] + C_7 [r_t - r_{t-n_3-1}] +$$

$$+ C_8 \left[\sum_{\tau=0}^{n_3} r_{t-\tau} - n_3 r_{t-n_3-1} \right] + C_9 [y_t - y_{t-1}] +$$

$$+ C_{10} [\dot{P}_t - \dot{P}_{t-1}] + C_{11} [r_t - r_{t-1}] + \underline{\varepsilon}_t$$

met

$$\underline{\varepsilon}_t = \Theta(\underline{u}_t^* + \underline{u}_t^T - \underline{u}_{t-1}^* - \underline{u}_{t-1}^T).$$

De parameters in de modelvergelijkingen (2.1.) - (2.4.) kunnen uit de herleide vorm-coëfficiënten $C_1, \ldots, C_{12}$ afgeleid worden m.b.v. onderstaande transformatieformules:

(2.21.)

$$C = C_1/(1-C_2)$$

$$\Theta = 1 - C_2$$

$$\beta_1 = ((n_1+1)C_3 + \tfrac{1}{2}n_1(n_1+1)C_4)/(1-C_2) + \gamma_1$$

$$\lambda_1 = C_3/((n_1+1)C_3 + \tfrac{1}{2}n_1(n_1+1)C_4)$$

$$\lambda_2 = C_4/((n_1+1)C_3 + \tfrac{1}{2}n_1(n_1+1)C_4)$$

$$\beta_2 = ((n_2+1)C_5 + \tfrac{1}{2}n_2(n_2+1)C_6)/(1-C_2) + \gamma_2$$

$$\lambda_3 = C_5/((n_2+1)C_5 + \tfrac{1}{2}n_2(n_2+1)C_6)$$

$$\lambda_4 = C_6/((n_2+1)C_5 + \tfrac{1}{2}n_2(n_2+1)C_7)$$

$$\beta_3 = ((n_3+1)C_7 + \tfrac{1}{2}n_3(n_3+1)C_8)/(1-C_2) + \gamma_3$$

$$\lambda_5 = C_7/((n_3+1)C_7 + \tfrac{1}{2}n_3(n_3+1)C_8)$$

$$\lambda_6 = C_8/((n_3+1)C_7 + \tfrac{1}{2}n_3(n_3+1)C_8)$$

met

(2.22.) $\gamma_1 = c_9/(1-c_2)$

$\gamma_2 = c_{10}/(1-c_2)$

$\gamma_3 = c_{11}/(1-c_3)$

Verifieer bij voorbeeld met behulp van (2.17.), dat

$$\alpha_1 - \gamma_1 = \theta^{-1} \left\{ \sum_{\tau=0}^{n_1} [\theta(\alpha_1-\gamma_1)\lambda_1 - \theta(\alpha_1-\gamma_1)\lambda_2\tau] \right.$$
$$= \theta^{-1} \left\{(n_1+1)\ c_3 + \tfrac{1}{2}\ n_1(n_1+1)\ c_4\right\}.$$

Als bijkomend voordeel van vergelijking (2.20.) t.o.v. vergelijking (2.19.) geldt, dat de verklarende grootheden veel directer te interpreteren zijn dan de corresponderende reeksen in vergelijking (2.20.). Zo geeft de verklarende grootheid behorende bij coëfficiënt c_3 het verschil weer tussen het niveau van (y) aan het begin en het einde van de periode, gelegen tussen het $t - n_1 - 1$-ste en het t-de kwartaal, en is de grootheid, behorende bij c_4 proportioneel met het verschil tussen het begin- en het gemiddelde niveau van (y) in dezelfde periode.

Verder is van de volgende gebruikelijke regressiehypothese uitgegaan:

(2.23.) de storingsterm $\underline{\varepsilon}_t$ in (2.10.) is normaal verdeeld

(2.24.) var $(\underline{\varepsilon}_t) = \sigma^2$ (homoskedasticiteits-aanname)

(2.25.) cov $(\underline{\varepsilon}_t, \underline{\varepsilon}_{t'}) = 0$ indien $t \neq t'$, terwijl verondersteld is, dat alle in vergelijking (2.20.) optredende verklarende grootheden als "predetermined" kunnen worden beschouwd (zie in dit verband tevens sectie 1).

Met betrekking tot dit basismodel zijn een tiental varianten geformuleerd en vervolgens geschat. Deze varianten verschillen in de volgende punten ten opzichte van elkaar en t.o.v. het basismodel.

a. sommige (of alle) coëfficiënten in de *transitorische* geldvraagvergelijking zijn gelijk aan nul gesteld in bepaalde varianten,

b. de "partial adjustment" elasticiteit θ is soms gelijk aan 1 gesteld,

c. de reële geldvraag en/of het reële inkomen zijn soms logarithmisch gespecificeerd,

d. variatie in de keuze van n_1, de tijdshorizon van de vertragingsstructuur van y,

e. in een aantal gevallen is de reële geldvraag n als te verklaren grootheid vervangen door de reële geldvraag per hoofd van de beroepsbevolking $\tilde{m}$:

(2.26.) $\tilde{m}_t = m_t/B_t$, met

B_t = de beroepsbevolking in Nederland, in het t-de kwartaal (ultimo, × 1000),

Evenzo is in varianten I t/m VIII y_t vervangen door $\tilde{y}_t = y_t/B_t$, het reële inkomen per hoofd van de beroepsbevolking.

f. in een aantal varianten zijn de beroepsbevolking B en/of het reële rendement op internationale aandelen a als verklarende variabelen toegevoegd.

Onderstaande tabel karakteriseert de tien varianten op het basismodel:

Toelichting tabel 1:

Kolommen (1) en (2) geven de restricties m.b.t. $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ en θ aan. In kolom 4 staat de tijdshorizon vermeld, die gehanteerd is bij de specificatie van y_t^* (zie (2.9.)). Kolommen (5) en (6) registreren of de variabelen B_t en a_t al (+) dan niet (-) in de regressievergelijking (2.20.) zijn opgenomen. Tenslotte staan in de laatste 2 kolommen de specificaties m.b.t. de inkomensvariabele en de geldhoeveelheidsvariabele weergegeven.

Tabel 1.

	$\vec{\gamma}$	θ	n_1	B_t	a_t	inkomens variabele	te verklaren grootheid
basismodel	vrij	vrij	19	-	-	y_t	m_t
variant I	0	vrij	19	+	+	y_t/B_t	m_t
variant II	0	vrij	15	+	+	y_t/B_t	m_t
variant III	0	vrij	19	-	+	y_t/B_t	m_t/B_t
variant IV	0	vrij	15	-	+	y_t/B_t	m_t/B_t
variant V	0	vrij	7	-	+	y_t/B_t	m_t/B_t
variant VI	0	vrij	15	-	+	$\ln y_t/B_t$	m_t/B_t
variant VII	0	vrij	15	-	+	$\ln y_t/B_t$	$\ln m_t/B_t$
variant VIII	0	-	19	-	-	y_t/B_t	m_t/B_t
variant IX	0	1	19	-	-	y_t	m_t
variant X	γ_2 vrij	vrij					
	$\gamma_1=\gamma_3==0$	vrij	19	-	-	y_t	m_t
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)

Volledigheidshalve geven wij hieronder de tien varianten weer van het model (2.1.) - (2.4.):

Variant I:

$$(2.3.)': m_t^* = Kt + C + \beta_1\tilde{y}_t^* + \beta_2 r_t^* + \beta_3\dot{P}_t^* - \beta_4 a_t^* + \beta_5 B_t + \underline{w}_t^*$$

$$(2.4.)': m_t^T = c^T + \underline{u}_t^T;$$

$$n_1 = 19;$$

$$\tilde{y}_t^* = \sum_{\tau=0}^{n_1} w_\tau^{(1)}\tilde{y}_{t-\tau}.$$

Variant II:

Als variant I met $n_1 = 15$.

Variant III:

$$(2.1.)' \quad \tilde{m}_t - \tilde{m}_{t-1} = \theta(\tilde{m}_t^d - \tilde{m}_{t-1}) \; (0<\theta<1)$$

(2.2.)': $\tilde{m}_t^d = \tilde{m}_t^* + \tilde{m}_t^T$

(2.3.)': $\tilde{m}_t^* = Kt + C + \beta_1 \tilde{y}_t^* + \beta_2 r_t^* + \beta_3 \dot{P}_t^* + \beta_4 a_t^* + \underline{u}_t^*$

(2.4.)': $\tilde{m}_t^T = c^T + \underline{u}_t^T$;

$n_1 = 19$; $\tilde{y}^*$ gedefinieerd als bij variant I.

Variant IV:

Als variant III met $n_1 = 18$.

Variant V:

Als variant III met $n_1 = 7$.

Variant VI:

Als variant III met y_t^* vervangen door

(2.9.)': $y_t^* = \sum_{\tau=0}^{n_1} w_\tau^{(1)} \ln \tilde{y}_{t-\tau} = \ln \Pi_{\tau=0}^{n_1} \tilde{y}_{t-\tau}^{w_\tau^{(1)}}$

en $n_1 = 15$.

Variant VII:

Als variant VI met tevens $\tilde{m}_t$ vervangen door $\ln \tilde{m}_t$.

Variant VIII:

Als basismodel met $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$.

Variant IX:

Als basismodel met $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$ en $\Theta = 1$.

Variant X:

Als basismodel met $\gamma_1 = \gamma_3 = 0$.

De afleiding van een herleide vormvergelijking voor de diverse variantmodellen geschiedt analoog aan die van het basismodel.

Grafiek I op de volgende bladzijde schetst tenslotte de ontwikkeling van de reële geldhoeveelheid en zijn verklarende variabelen.

3. SCHATTINGSRESULTATEN

Hieronder volgen allereerst de schattingsresultaten voor het basis-model:.

c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8
-0,092391	-0,27799	58,35801	-3,9958	-25,0192	6,06213	-13,4788	2,8245
0,346248	0,16148	44,0342	2,59349	10,6322	3,38340	5,5440	1,379177
0,26683	1,7203	1,3252	1,5407	2,353	1,79172	2,4323	2,0498
	**	*	*	***	**	****	***

Tabel 2.

$\theta\gamma_1$	$\theta\gamma_2$	$\theta\gamma_3$	c	θ	β_1	λ_1	λ_2
7,1516	6,67599	-9,05633	-0,072293	1,2779	324,8054	14,303 %	+0,9795 %
77,3746	5,31574	6,2541	-	0,16148		15 van de 20 coëfficiënten positief	
0,0924	1,2558	1,448	-	1,7203	0,69723		
		*		**			
5,59601	5,2238	-7,086361					
↑ γ_1	↑ γ_2	↑ γ_3					

Tabel 3.

β_2	λ_3	λ_4	β_3	λ_5	λ_6
-44,623	39,27 %	+9,5160 %	-37,21562	35,005 %	+ 7,335 %
1,8935	alle coëfficiënten positief		2,6860	5 van de 6 coëfficiënten positief	
**			****		

Tabel 4.

$R^2 = 0,837767$; Durbin-Watsonratio = 1,911782

$\hat{\sigma}$ (= geschatte standaardfout $\underline{\varepsilon}_t$): = 0,23603918

gemiddelde elasticiteit van de permanente reële geldvraag t.o.v. het permanente reële inkomen (= $\frac{\partial m^*}{\partial y^*} \cdot \frac{y^*}{m^*}$) = 1,24299

gemiddelde elasticiteit van de permanente reële geldvraag t.o.v. het verwachte (permanente) inflatiepercentage (= $\frac{\partial m^*}{\partial \dot{p}^*} \cdot \frac{\dot{p}^*}{m^*}$) = -0,041854

gemiddelde elasticiteit van de permanente reële geldvraag t.o.v. het verwachte (permanente) reële rentepercentage (= $\frac{\partial m^*}{\partial r} \cdot \frac{r}{m^*}$) = -0,10226.

<u>Toelichting tabellen 2,3 en 4:</u>

1. Voor iedere parameter staat op de eerste regel de geschatte waarde, op de tweede de geschatte standaardfout en op de derde het absolute quotiënt van beide (de zgn. t-waarde) vermeld. Deze laatste is een toetsingsgrootheid, met behulp waarvan het al dan niet significant van nul afwijken, kan worden getoetst. Op de vierde regel staat met een aantal kruisjes, variërend van 0 t/m 5, de mate van significantie aangegeven. Hierbij geldt de volgende conventie:

   0 kruisjes: niet significant bij toetsing met maximale onbetrouwbaarheid van 10 %,

   1 kruisje : significant bij toetsing met maximale onbetrouwbaarheid van 10 %,

   2 kruisjes: significant met maximale onbetrouwbaarheid van 5 %,

   3 kruisjes: significant met maximale onbetrouwbaarheid van 2,5 %,

   4 kruisjes: significant met maximale onbetrouwbaarheid van 1 %,

   5 kruisjes: significant met maximale onbetrouwbaarheid van 0,5 %.

   Alleen in de kolommen behorende bij de parameter Θ is op een significant verschil met <u>1</u> getoetst, aangezien dit vanuit economisch oogpunt aanzienlijk interessanter is. De toetsing is uiteraard equivalent aan die van de hypothese $C_2 = 0$ (immers $\Theta = 1-C_2$)(zie (2.21.)).

2. Bij de zgn. lagparameters λ_1, λ_2, λ_3, λ_4, λ_5, λ_6, λ_7 en λ_8 is de significantietoets achterwege gebleven. Het betreft hier namelijk quotiënten van normaal verdeelde grootheden, wier verdeling niet getabelleerd is. Bij deze groep coëfficiënten is de significatietoets trouwens veel

minder opportuun. (Zij meten geen *invloed* van bepaalde factoren, zij bepalen slechts de verstragingsstructuur.)
Voor de coëfficiënten α_1, α_2, α_3 zijn de volgende (min of meer) equivalente toetsen verricht:

$$H_0:\ \Theta\alpha_1 = 0 \Leftrightarrow (n_1+1)\ C_3 + \tfrac{1}{2}n_1\ n_1+1)\ C_4 = 0$$
$$\Theta\alpha_2 = 0 \Leftrightarrow 4C_5 + 6C_6 = 0$$
$$\Theta\alpha_3 = 0 \Leftrightarrow 6C_7 + 15C_8 = 0,$$

welke alle lineaire hypotheses in uitsluitend regressieparameters zijn.

3. De vertragingsparameters $(\lambda_1,\ldots,\lambda_8)$ zijn in percentages uitgedrukt. Aangezien alle vertragingsstructuren lineair aflopend zijn, is tevens aangegeven hoeveel coëfficiënten in iedere structuur positief zijn, b.v. λ_5 = 35,01 % en

λ_6 = +7,34 %, d.w.z.
$w_0^{(3)}$ = 35,01 %
$w_1^{(3)}$ = 27,67 %
$w_2^{(3)}$ = 20,33 %
$w_3^{(3)}$ = 12,99 %
$w_4^{(3)}$ = 5,65 %
$w_5^{(3)}$ = -1,69 %

Wij merken op, dat, indien alle coëfficiënten $w_\tau^{(i)}$ $(\tau=0,\ldots,n_i : i=r,\ldots,4)$ positief zijn, de verwachte (permanente) component van de corresponderende grootheid een gewogen *gemiddelde* is van diens realisaties in de n_i voorafgaande kwartalen. Indien daarentegen een aantal coëfficiënten in de vertragingsstructuur negatief zijn, is sprake van een zekere mate van extrapolatie.

Tenslotte geeft tabel 5 de correlatie matrix van de regressiecoëfficiënten $C_1,\ldots,C_8$.

In de appendix zijn in tabel 6 t/m 11, de schattingsresultaten voor de tien varianten op overeenkomstige wijze gegeven.

CORRELATIE MATRIX VAN DE SCHATTERS

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
C1	1.000000							
C2	.014268	1.000000						
C3	-.675592	-.228214	1.000000					
C4	.244911	.285990	-.871579	1.000000				
C5	-.006719	.182057	.029352	.041654	1.000000			
C6	-.041492	-.224836	.030664	-.096424	-.947718	1.000000		
C7	.110749	.622202	-.137015	.162549	.231718	-.270903	1.000000	
C8	-.333242	-.424483	.328206	-.292489	-.172169	.210024	-.859196	1.000000

Tabel 5.

4. Conclusies

a. In alle varianten geldt voor alle paramaters, met uitzondering van die, welke de invloed van de aandelen karakteriseren, dat deze het op grond van de economische theorie "plausibele" teken hebben.

b. Alle geschatte vertragingsstructuren (wederom met uitzondering van die der aandelen) zijn lineair aflopend, d.w.z. $\lambda_1,\ldots,\lambda_8 \geq 0$, hetgeen plausibel is, daar de invloed van de vertraagde grootheden afneemt naarmate deze betrekking hebben op een verder in het verleden liggende periode.

c. De R^2-waarde ligt in alle varianten boven ca. 0,8, hetgeen hoog te noemen is, zeker indien men bedenkt, dat alle vergelijkingen in eerste verschillen geschat zijn.

d. De Durbin-Watson-ratio ligt in alle gevallen uitzonderlijk dicht bij de centrale waarde 2. Deze grootheid toetst of de storingsterm al dan niet autocorrelatie vertoont, d.w.z. of corr $(\underline{\varepsilon}_t,\underline{\varepsilon}_{t-1}) \neq 0$. De storingstermen uit vergelijking (19) vertonen dus in het geheel geen significante autocorrelatie. M.a.w. door het nemen van eerste verschillen in vergelijking (18) is naast een extreme multicollineairiteit, tevens een vrijwel perfect eerste orde autocorrelatiepatroon met correlatiecoëfficiënt 1 geëlimineerd.

e. Met uitzondering van variant VI en VII, waar sprake is van een enkelvoudige en een dubbel-logarithmische specificatie, is de constante term in vergelijking (19) volledig niet-significant, hetgeen erop wijst, dat het niveau van de reële geldhoeveelheid geen afzonderlijke trendcomponent vertoont.

f. De significantie van de overige regressieparameters (met uitzondering van β_4) is goed te noemen. Opvallend is verder, dat de signifocantie van β_2 nog beter is dan die van β_1.

g. Opvallend is, dat in het basismodel zowel als in de varianten X en XI de absolute waarde van β_2 groter is dan die van β_3. In de varianten I t/m VIII geldt, dat de invloed van het verwachte inflatiepercentage weliswaar kleiner is dan die van de verwachte rentestand; het verschil is evenwel niet (of nauwelijks) significant.

h. Uit de correlatiematrices van de in de regressies opgenomen reeksen zowel als uit die van de schatters van de regressieparameters blijkt, dat van een aanvaardbare mate van multicollineariteit sprake is. Alleen de enkelvoudige correlatiecoëfficiënten van de paren reeksen die op een zelfde variabele (y, r of $\dot{P}$) gebaseerd zijn en die der corresponderende schatters liggen boven de 0.8.

i. De vergelijking voor de transitoire component: alleen in variant X is γ_2 significant verschillend van nul. In variant XI zijn de coëfficiënten γ_1, γ_2 en γ_3 niet-significant.
Opvallend is wel, dat zij het economisch plausibele teken hebben. Gezien de niet-significantie van de parameters γ_1, γ_2 en γ_3 en het feit, dat de geschatte transitoire component slechts een aantal promille uitmaakt van de totale geldhoeveelheid, mag geconcludeerd worden, dat de transitoire component in de beschouwde periode verwaarloosbaar was.

j. De varianten IX, X en het basismodel zijn "genest", d.w.z. variant IX is een speciaal geval van variant X met $\gamma_2 = 0$ en $\theta = 1$, en variant X is een speciaal geval van het basismodel met $\gamma_1 = \gamma_3 = 0$. Door toetsing (F-toets) is na te gaan, dat variant X t.o.v. variant IX een significante verklaringsverbetering vertegenwoordigt, terwijl uitbreiding van variant X tot het basismodel géén significante voordelen oplevert.

k. De significantie van β_1 is hoger in de variantengroep I t/m VIII en daarbinnen in de groep III t/m VIII. Met andere woorden, de significantie neemt toe in die varianten waarin het per *capita* inkomen als verklarende grootheid fungeert (en des te meer wanneer de per capita gevraagde reële geldhoeveelheid de te verklaren grootheid is).

LITERATUUR:

[1] BOOMSMA, P.J., *Inflatie als belasting; een kwantiteitstheoretische inflatiebenadering*, Stenfert Kroese, Leiden (1978).

[2] DHRYMES, P., *Distributed Lags; Problems of Estimation and Formulation*, Holden Day (1972), San Fransisco.

[3] FASE, M.M.G., *De samenghang tussen de rentestanden in Nederland*, 1962-1970; een principale componenten-analyse, De Economist (1972), 439-478.

[4] FRIEDMAN, M., *A theory of the consumption function*, National Bureau of Economic Research, Princeton Ann. Press, Princeton 1957.

[5] FRIEDMAN, M., *The quantity theory of money; a restatement in "The optimum quantity of money and other essays"*, Aldine Publ. Comp., Chicago 1970.

[6] FRIEDMAN, M., *The demand for money: some theoretical and empirical results*, in *"The optimum quantity of money and other essays"*, Aldine Publ. Comp., Chicago 1970.

[7] HOLTROP, M., *De financiele toestand van Nederland*, De Gids sept./okt. 1952, blz. 2.

(1) c_1	(2) c_2	(3) c_3	(4) c_4	(5) c_5	(6) c_6	(7) c_7	(8) c_8	
-0,38874	-0,21522	1,430832* 10^6	-90.255,1	-13,9553	2,55343	-18,1268	4,47230	Variant I
0,41672	0,15729	780.159,2	44.648,5	5,7632	1,88323	3,6443	1,13228	
0,93285	1,36830	1,83402	2,0214	2,421	1,3558	4,9740	3,9498	
	*	**	**	***	*	*****	*****	
-0,18481	-0,24443	1,648732 *10^6	-124.903,2	-12,8374	2,16278	-18,7293	4,3943	Variant II
0,40690	0,15756	777.803,8	54.716,3	5,7532	1,87770	3,6448	1,1127	
0,45419	1,551	2,119	2,282	2,2313	1,15182	5,13863	3,9465	
	*	***	***	***		*****	*****	
-0,0004766	-0,41630	164,1458	-10,13786	-0,0006255	0,0001027	-0,0014768	0,0003527	Variant III
0,00002899	0,13106	51,9291	3,03557	0,0003966	0,0001350	0,0002587	0,00008338	
1,6440	3,17640	3,1609	3,3396	1,577	0,7607	5,7155	4,2300	
*	*****	*****	*****	*		*****	*****	
-0,00002227	-0,42748	178,3703	-13,3433	-0,0005670	0,00007536	-0,001517	0,0003407	Variant IV
0,00002886	0,12653	50,1816	3,5708	0,0003847	0,0001310	0,0002522	0,00008046	
0,771	3,378	3,5544	3,7367	1,4738	0,5752	6,015	4,234	
	*****	*****	*****	*		*****	*****	
-8,59749* 10^{-7}	-0,382521	129,3905	-11,0961	-0,0007990	0,0001371	-0,001620	0,0003739	Variant V
3,42209* 10^{-5}	0,136577	45,8920	5,17557	0,0003996	0,0001386	0,0002775	0,00009125	
0,0251	2,800	2,819	2,143	2,00	0,989	5,837	4,097	
	*****	*****	***	**		*****	*****	

Tabel 6.

c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	
-0,0005774	-0,416738	0,0005319	-0,00004318	-0,0008336	0,0001343	-0,0015515	0,0003440	Variant VI
0,0002014	0,136154	0,0002055	0,00001627	0,0003976	0,0001381	0,0002841	0,00008785	
2,866	3,06	2,588	2,653	2,096	0,972	5,4611	3,91	
*****	*****	****	****	***		*****	*****	
-0,435760	-0,468160	0,402737	-0,032797	-0,52511	0,09380	-0,010474	0,0022991	Variant VII
0,133381	0,130128	0,135934	0,010774	0,26352	0,09151	0,01843	0,0005779	
3,260	3,597	2,962	3,044	1,992	1,025	5,683	3,978	
*****	*****	*****	*****	**		*****	*****	
-0,00001698	-0,411242	83,8662	-5,16722	-0,0008657	0,0001599	-0,004551	0,0003367	Variant VIII
0,00002800	0,139672	35,6369	2,01031	0,0003631	0,0001313	0,0002541	0,00006732	
0,606	2,944	2,353	2,570	2,384	1,217	6,10	5,00	
	*****	***	****	***		*****	*****	
-0,162258	0	50,401471	-3,33735	-17,4389*	3,312119	-15,2817	3,62413	Variant IX
0,359583	0	35,624325	2,016911	4,46262	1,646960	2,7954	0,81460	
0,451239	-	1,4148	1,5059	3,90778	2.011049	5,466	4,448	
		*	*	*****	**(*)	*****	*****	
-0,191701	-0,336561	67,5756	-4,67792	-30,851	7,78084	-19,95062	4,4256	Variant X
0,3373614	0,156926	34,2982	1,97527	8,481285	2,78558	3,35189	0,84372	
0,568236	2,1447	2,9702	2,36824	3,6375	2,7932	5,952	5,24540	
	***	**	***	*****	*****	*****	*****	

Tabel 7.

C	θ	β_1	λ_1	λ_2	β_2	λ_3	λ_4	β_3	
-0,31989	1,2152	$9{,}13707 \cdot 10^{6}$	12,47 %	+0,78 %	-33,327	34,45 %	+6,304 %	0,0002661	Variant I
	0,15729		17 van de 20 wegingscoëff. positief			alle wegings-coëff. positief			
	1,36830 *	1,329 *			2,79 *****				
-0,14851	1,2444	$9{,}15382 \cdot 10^{6}$	14,74 %	+1,09 %	-30,835	33,45 %	+5,636 %	0,000345	Variant II
	0,1576		14 van de 16 wegingscoëff. positief			alle wegings-coëff. positief			
	1,552 *	1,543 *			2,672 ****				
$-3{,}365 \cdot 10^{-5}$	1,4163	957,9311	12,09 %	+0,747 %	-0,001331	33,17 %	+5,45 %		Variant III
	0,13106		17 van de 20 coëfficiënten positief			alle coëfficiënten positief			
	*****	2,327 ***			1,911 **				
$-1{,}5608 \cdot 10^{-5}$	1,42748	877,5735	14,23 %	+1,065 %	-0,001272	31,22 %	+4,14 %		Variant IV
	0,12653		14 van de 16 wegingscoëff. positief			alle coëfficiënten positief			
	3,378 *****	2,54 ****			1,894 **				
$-6{,}21870 \cdot 10^{-7}$	1,382521	523,9937	17,86 %	+1,53 %	-0,001716	33,66 %	+5,77 %		Variant V
	0,136577		alle wegings-coëff. positief			alle coëfficiënten positief			
	*****	2,450 ***			2,397 ***				

Tabel 8.

C	θ	β_1	λ_1	λ_2	β_2	λ_3	λ_4	$\gamma_2\theta$	
$-4{,}075^{*}$ 10^{-4}	1,416738	0,002350	15,97 %	1,296 %	-0,001784	32,97 %	5,313 %		Variant VI
	0,136159		13 van de 16 coëfficiënten positief		2,552	alle coëfficiënten positief			
	3,06	1,854							
	*****	**			****				
-0,29680	1,468160	1,70831	16,05 %	1,30 %	-1,04731	34,15 %	6,10 %		Variant VII
	0,130128		13 van de 16 coëfficiënten positief			alle coëfficiënten positief			
	3,597	1,47			2,357				
	*****	*			***				
$-1{,}2038^{*}$ 10^{-5}	1,412422	492,8663	12,05 %	0,742 %	-0,001773	34,58 %	6,38 %		Variant VIII
	0,139672		17 van de 20 coëfficiënten positief			alle coëfficiënten positief			
	2,944	1,42			2,729				
	*****	*			****				
-0,162258	1	373,93171	13,4787 %	0,8925 %	-49,88305	34,9596 %	6,6397 %		Variant IX
-	0		16 van de 20 coëfficiënten positief			alle coëfficiënten positief			
-	-	0,876063			4,4347				
					*****				
-0,143429	1,336561	346,19102	14,604 %	1,01099 %	-49,81994	40,231 %	10,142 %	10,131507	Variant X
-	0,156926		15 van de 20 coëfficiënten positief			alle coëfficiënten positief		4,782345	
-	2,1447	0,85844			2,6399			2,1185	
	***				***			***	
								$\gamma_2 \rightarrow 7{,}58027$	

Tabel 9.

β_3	λ_5	λ_6	β_4	λ_7	λ_8	R_2^2	Durbin-Watsonratio	geschatte standaardfout storingsterm	
-34,2995	43,493 %	10,73 %	0,8763	-0,8319 %	1,66 %				Variant I
	5 van de 6 coëfficiënten positief					0,814646	2,14843	0,246395	
3,274 *****									
-37,334	40,31 %	9,458 %	1,1336	2,61 %	1,04 %				Variant II
	5 van de 6 coëfficiënten positief					0,8216	2,17783	0,250707228	
3,514 *****									
-0,0025206	41,36 %	9,88 %	$1{,}0618^{*}$ 10^{-4}	1,906 %	1,168 %				Variant III
	5 van de 6 coëfficiënten positief					0,836776	1,9736	0,000018597	
3,979 *****									
-0,002796	38,00 %	8,53 %	$1{,}2422^{*}$ 10^{-4}	3,93 %	0,799 %				Variant IV
	4 van de 6 coëfficiënten positief					0,849695	2,0398	0,000018153	
4,45 *****									
-0,002975	39,39 %	9,09 %	$8{,}8007^{*}$ 10^{-5}	3,39 %	0,898 %				Variant V
	5 van de 6 coëfficiënten positief					0,822020	1,8765	0,000020061	
4,55 *****									

Tabel 10.

β_3	λ_5	λ_6	β_4	λ_7	λ_8	R_1^2	Durbin-Watson-ratio	geschatte standaardfout storingsterm	
-0,0029228	37,39 %	8,29 %	6,849* 10^{-5}	0,411 %	1,440 %				Variant VI
4,154 *****	5 van de 6 coëfficiënten positief					0,823741	1,9468	0,000019442	
-1,93150	36,93 %	8,10 %	0,048056	1,34 %	1,27 %				Variant VII
4,397 *****	5 van de 6 coëfficiënten positief					0,833463	2,030721	0,0129655	
-0,0030190	36,42 %	7,90 %							Variant VIII
4,848 *****	5 van de 6 coëfficiënten positief					0,797966	1,855164	0,000020635	
-37,328306	0,409387	0,097088							Variant IX
4,0128 *****	5 van de 6 coëfficiënten positief					0,782152	2,435959	0,2693507	
-39,89273	37,417 %	8,3002 %							Variant X
3,5362 *****	5 van de 6 coëfficiënten positief					0,824359	1,7098	0,2447023	

Tabel 11.