STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

DR 8

Rekenen en vertalen.

A.van Wijngaarden.

1952

Printed at the Mathematical Centre, 49, 2e Boerhaavestraat, Amsterdam.

The Mathematical Centre, founded the 11-th of February 1946, is a non-profit institution aiming at the promotion of pure mathematics and its applications. It is sponsored by the Netherlands Government through the Netherlands Organization for the Advancement of Pure Research (Z.W.O), by the Municipality of Amsterdam, by the University of Amsterdam, by the Free University at Amsterdam, and by industries.

REKENEN EN VERTALEN.

Rede

Uitgesproken bij de aanvaarding
van het ambt van bijzonder hoog-
leraar aan de Universiteit van
Amsterdam op

27 October 1952

door

Dr Ir A. van Wijngaarden.

Dames en Heren Bestuurderen van Stad en Universiteit,

Mijne Heren Curatoren en Bestuursleden van de Stichting voor Hoger Onderwijs in de Toegepaste Wiskunde,

Dames en Heren Hoogleraren, Lectoren, Privaatdocenten, Assistenten en Studenten,

en voorts gij allen, die deze plechtigheid met Uw tegenwoordigheid vereert,

Zeer gewaardeerde toehoorders,

U kent allen het sprookje van Assepoester, het bescheiden meisje, dat met blijdschap het huishoudelijke werk verrichtte in het gezin met de schone zusters, die haar zo harteloos behandelden. Een vriendelijke petemoei zag echter kans haar met behulp van enige tovenarij zo aantrekkelijk te maken, dat zij en niet de zusters het hart won van de prins.

Ik wil U zo'n Assepoes schilderen in het gezin van de wiskunde, nl. de rekenaar. Zijn Zondagse naam is: Beoefenaar van de numerieke wiskunde. Schone zusters zijn er vele in het gezin. Ik zal ze gemakshalve vaak samen noemen onder een enkele naam, nl. wiskundige zonder meer. Vroeger, dat wil zeggen zo'n vijfduizend jaar geleden was de plaats van de rekenaar in het gezin achtenswaardig genoeg. Allengs heeft het gezin zich echter aanzienlijk uitgebreid. De jongere dochters zijn ontegenzeglijk zeer schoon maar ook zoals dat gebruikelijk is soms onnodig hooghartig tegen de oudere zuster, het huissloofje.

Huishoudelijk werk is uiterst practisch. Het is dan ook geen wonder, dat de rekenaar bijzonder practisch is ingesteld. Dit neemt niet weg, dat hij soms even goed voor zijn plezier rekent, evenals Assepoes tijd vond voor het voeren van de vogeltjes. Er zijn rekenaars, die voor hun plezier Bessel-functies berekenen in honderd decimalen of een faculteit van duizend en een cijfers. Ook in het eenvoudigste werk kan men blijkbaar plezier hebben en misschien is het uiteindelijk niet onbelangrijker dan het zoeken naar wijsheid die na publicatie ~~misschien~~ wellicht door niemand gelezen wordt.

De practische instelling van de rekenaar wil ik toelichten aan een enkel voorbeeld, nl. mijn houding tegenover de volgende definities van een groot getal N en van een klein getal p:

"Het getal N is $9^{9^{9}}$; het getal p is het aantal ondeelbare getallen tussen N en $N + 9$".

Voor de wiskundige zijn nu zowel N als p gedefinieerd. Immers het betreft hier slechts een eindige verzameling getallen en hij kent bijv. een methode, welke hem in een eindig aantal stappen leert, hoeveel ondeelbare getallen er tussen N en $N + 9$ liggen. Als rekenaar bezie ik deze definities echter met grote argwaan. Het grote getal N acht ik nog wel gedefinieerd, maar ook alleen maar omdat het in een zodanige vorm gegeven is, dat ik bepaalde eigenschappen van N en haar buren bepalen kan. Op de gewone wijze gaat dat niet, want ik kan het getal niet eens in het tientallig stelsel neerschrijven. Niet om principiele redenen, maar enkel omdat ik geen 369693100 cijfers neer kan schrijven Zo groot is N namelijk. Ik acht het dus niet voldoende te weten, dat ik N zou kunnen verkrijgen door gedurig optellen van de eenheid, want zolang kan ik niet tellen.

Tegen de definitie van p heb ik echter veel ernstiger bezwaren. Voor mij is p namelijk niet gedefinieerd, hoewel het maar een heel klein getal is. Ik kan wel bewijzen, dat er hoogstens één ondeelbaar getal tussen N en $N + 9$ ligt, want van 7 van die 8 getallen kan ik een deler aanwijzen. Van het getal

N + 4 ken ik echter geen deler, hoewel ik wel mijn best gedaan heb er een te vinden. U behoeft niet bang te zijn, dat ik zou trachten de wiskunde opnieuw te beperken door nog krassere eisen te stellen aan het begrip "definitie van een getal", want daarvoor is mijn bezwaar te onbepaald. Misschien ken ik volgende week wel een deler van het getal N+4 en dan weet ik dat p = 0 is. Maar zolang ik geen deler heb gevonden, heb ik geen zekerheid omtrent p en ik kan ook niet op verzoek het onderzoekingsproces tot het bittere einde voortzetten, want dit einde kan ik niet bereiken. Daar is mijn leven namelijk te kort voor, ook al had ik rekenmachines ter beschikking die 100000 maal zo snel werken als de snelste van tegenwoordig.

Deze eerste kennismaking met de rekenaar verwekt weliswaar een indruk van grote geborneerdheid, maar mogelijk toch ook een van betrouwbaarheid. Deze indruk is echter misschien onverdiend gunstig. Men kan natuurlijk niet van de rekenaar verwachten dat hij aan de wiskundige methoden grotere eisen van strengheid aanlegt dan de wiskundigen van zijn tijd. Maar na 1800 werden divergente reeksen uit de wiskunde verbannen. Omdat er niets voor in de plaats werd gesteld, rekende de rekenaar er evenwel rustig mee verder en, het moet worden erkend, met groot succes. Zulke openbare ongehoorzaamheid tegen de op dat moment geldende spelregels verwekt natuurlijk eerder de indruk van onbetrouwbaarheid. In dit speciale geval heeft de rekenaar onlangs echter nog gelijk gekregen ook en een door hem clandestien ontwikkelde methode heeft het volle fiat van de wiskundige verkregen. Dit is overigens niet alleen een verrijking van de wiskunde, maar ook een geruststelling voor de rekenaar, want het is niet aangenaam met een slecht geweten te werken, ook al wordt men er toe gedwongen.

Soms is de wiskundige en de rekenaar één persoon. Ik noem slechts een enkel voorbeeld: Gauss, die enerzijds de meest fundamentele wiskundige begrippen schiep en anderzijds bijna onmenselijke rekenarbeid verrichtte om de baan van planetoïden, hoopjes stof in de wereldruimte, te bepalen. En in het algemeen is er niet zo veel verschil van opvatting tussen de wiskundige en de rekenaar. Alleen is het onderwerp van hun belangstelling verschillend. Soms kunnen ze van elkaars hulp gebruik maken en laten het dan ook niet na. Zo zal de getallentheoreticus vaak door numerieke gegevens op het spoor van allerlei algemene stellingen komen. Daar zijn voorbeelden te over van. Maar een tabel van alle ondeelbare getallen onder elf millioen heeft verder geen wezenlijke betekenis voor hem. Omgekeerd dankt de rekenaar heel veel aan de wiskundige. Maar dit betekent niet, dat hij zou kunnen volstaan met de resultaten van de wiskundige, voorzover ze betrekking hebben op de problemen, waarmede hij te maken heeft. Hij zal er zelf veel theorie bij moeten maken. Soms ook zal hij ervaren, dat hij maar beter de methoden van zijn collega geheel vergeet en zelf opnieuw begint.

Al heeft Assepoes dan nl. niet zo veel tijd voor haar make-up nodig, zij heeft ook vele zorgen die haar zusters niet kennen. De rekenaar legt niet altijd de eisen van elegantie op aan zijn methoden. Maar wel wil hij ze zo kiezen, dat hij zo weinig mogelijk bewerkingen behoeft uit te voeren of dat hij zo weinig mogelijk cijfers op het papier behoeft te schrijven. Hij moet zelfs rekening houden met een uiterst menselijke eigenschap, de feilbaarheid. Zijn hele leven is één enkele strijd tegen fouten.

Ik ken een rekenaarster, die in een rij getallen 30, 31, 32,..., vaak het getal 33 oversloeg. Ik kan me niet voorstellen, dat iemand een hekel zou kunnen hebben aan het getal 33, dus houd ik het er maar op, dat ze grote voorliefde voor het volgende getal 34 had. Dit was inderdaad haar huisnummer. Voor de psycholoog ligt hier in elk geval een interessant gebied van onderzoek.

Het gevaar van fouten is zelfs zo groot, dat de rekenaar vaak iteratieve processen verkiest die wat meer rekenwerk vereisen, maar waarbij men wel eens een fout mag maken zonder dat het uiteindelijke antwoord fout is. In het algemeen hebben dergelijke processen echter het nadeel, dat zij na een eindig aantal stappen npg steeds slechts een benadering van het antwoord geven, zij het een met groter aantal stappen steeds betere benadering. Er bestaan echter ook methodes, die na een bepaald aantal stappen het exacte antwoord leveren mits men er geen fout bij heeft gemaakt, doch die als men een fout maakt, toch, zij het na wat meer stappen, het goede resultaat leveren. Dit is natuurlijk ~~iede~~ ideaal, mits de totaal benodigde arbeid niet veel groter is dan bij de conventionele methodes.

Aan de rekenaar staan evenwel nog gans andere hulpmiddelen ten dienste bij het oplossen van vraagstukken. Is hij bijv. helderziende, dan kan hij het antwoord raden en hoeft alleen nog maar een controle ter bevestiging van de juistheid uit te voeren. Deze methode is echter om begrijpelijke redenen slechts zelden toe te passen. Nog onwaarschijnlijker lijkt het misschien, dat men het antwoord zou kunnen verkrijgen door te dobbelen. Toch is dit wel degelijk onder bepaalde omstandigheden een bruikbare methode. Het is dan ook niet mijn bedoeling te suggereren dat men de verschillende cijfers van het antwoord achtereenvolgens door dobbelen zou bepalen, doch dat men een stochastisch model construeert, gelijkwaardig met het op te lossen vraagstuk, dat men bij benadering empirisch op kan lossen door te dobbelen, of zo. Ik kan dat het eenvoudigst toelichten aan de hand van een eenvoudig voorbeeld, het berekenen van een bepaalde integraal, of wat op hetzelfde neerkomt, het berekenen van de oppervlakte van een of andere figuur. Een aanschouwelijk procede om dit te doen, is de figuur te tekenen op een vel millimeterpapier en daarna te tellen hoeveel ruitjes van het papier binnen de figuur zijn gelegen. Dit is zo simpel, dat men zou menen, dat de wiskundige er geen goed woord voor over zou hebben. Dit is echter geenszins het geval. In een zo eerbiedwaardig vak als de getallentheorie is het een beroemd onderwerp. Nu ja, men telt daar de linkerbovenhoeken van de vierkantjes in plaats van de vierkantjes zelf en eigenlijk gaat het om iets geheel anders. Men kan, althans in principe, op deze wijze zelfs de gevraagde oppervlakte tussen twee grenzen insluiten, waarbij het verschil van die twee grenzen gelijk is aan de som van die vierkantjes waar de kromme doorheenloopt. Door de kromme groot genoeg te tekenen, of wat op het zelfde neerkomt, de vierkantjes klein genoeg, kan men de nauwkeurigheid van het resultaat dan willekeurig hoog opvoeren, en altijd heeft men twee strenge grenzen voor de fout, een naar boven en een naar beneden. De prijs, die men hiervoor moet betalen, is echter enorm, want men moet dan heel veel punten of vierkantjes tellen.

Men kan nu op een veel amusantere manier te werk gaan. Men tekent om de figuur een vierkant en prikt de tekening op een muur. Dan neemt men een windbuks en lost met gesloten ogen een schot. Blijkt men, wat dan meestal het geval zal zijn, buiten het vierkant te hebben geschoten, dan herhaalt men het proces zonder meer. Heeft men echter binnen het vierkant geraakt, dan onthoudt men dit feit en tevens of het raakpunt bij geval ook binnen de figuur lag. Heeft men uiteindelijk een groot aantal malen binnen het vierkant geraakt, dan stopt men en beweert nu, dat de verhouding tussen het oppervlak van de figuur en de bekende oppervlakte van het vierkant ongeveer gelijk is aan de verhouding tussen het aantal treffers binnen de figuur en binnen het vierkant. De statisticus preciseert deze uitspraak als volgt: De werkelijke verhouding ligt tussen de experimenteel gevondene $\pm$ een fout behoudens een waarschijnlijkheid dat deze uitspraak fout is. Daarbij mag men zelf de fout kiezen, maar als men ze kleiner kiest om de nauwkeurigheid op te voeren, dan stijgt de kans dat de bewering fout is. Bovendien hangen de fout en de kans op fout zijn van de bewering nog af van het aantal treffers. Hoemeer treffers, hoe nauwkeuriger of hoe zekerder is het resultaat. Spreekt men nu van te voren een nauwkeurigh af en kiest men een niet al te kleine kans op fout zijn van de bewering, dan blijkt dat men met veel minder treffers binnen de figuur kan volstaan, dan met te tellen punten bij de klassieke methode. Dat is natuurlijk geen wonder, want men is nu ook niet helemaal zeker van het antwoord. Houden wij rekening met de menselijke feilbaarheid, dan is men dat echter bij gebruik van de klassieke methode ook nooit, dus de methode, zeer karakteristiek Monte-Carlo-methode genaamd, verdient alle aandacht. Natuurlijk gaat de rekenaar niet werkelijk schieten. Hij kan wel op andere manieren willekeurige punten binnen het vierkant aanwijzen. Het enige wat hij daarvoor nodig heeft, zijn zogenaamd willekeurige getallen. Er zijn verschillende manieren om ze te verkrijgen.

Verreweg de elegantste manier is ze te berekenen, hoe zot het ook lijkt. En nog erger, de reinste tak van de wiskunde, de getallentheorie, levert de hulpmiddelen om ze te berekenen. Het is geenszins de eerste praktische toepassing van de getallentheorie, maar weinigen konden voorzien, dat ze misbruikt kon worden om resultaten te leveren, waaraan per definitie iedere zin moet ontbreken.

De Monte-Carlo-methode is in heel veel gevallen toe te passen. Dit ziet men in door te bedenken, dat vele randwaardeproblemen ontleend zijn aan de mathematische physica, die ze op haar beurt weer verkregen heeft als afbeelding van een stochastisch vraagstuk. Als de suiker in Uw thee oplost, vindt een buitengewoon ingewikkeld proces van botsingen van moleculen plaats. De wiskundige behandelt dit proces op lompe wijze. Hij introduceert namelijk in het essentieel discrete systeem het begrip continue concentratie. Dit begrip, dat alle fijne details verdoezelt, is zo karakterloos, dat het zich laat beschrijven met behulp van een eenvoudige differentiaalvergelijking, de potentiaalvergelijking. Moet de rekenaar in een bepaald geval een randwaardeprobleem behorende bij een potentiaalvergelijking oplossen, dan is het eerste wat hij doet er een discreet model van maken. De functies, die hij kan hanteren zijn nu eenmaal niet meer dan een stelsel blokjes, eventueel op passende wijze bijgevijld. Dat is evenwel zo erg niet, want wij hebben zo juist gezien, dat het fraaie functiebegrip van de wiskunde alleen gebruikt kon worden door een erg onscherpe foto te verwarren met de fysische werkelijkheid. Toepassing van de Monte-Carlo-methode nu betekent slechts een grof model van het stochastisch aequivalent direct numeriek empirisch onderzoeken. De methode kan dus worden toegepast bij al die vraagstukken, waar dit aequivalent bestaat.

Het grote nadeel van de Monte-Carlo-methode is dat men vele malen moet dobbelen aleer men een enigszins bruikbaar resultaat verkregen heeft. Hoewel het principe al langer bekend was, is ze dan ook pas practisch ontwikkeld nadat de rekenaar geleerd had met veel grotere snelheid te rekenen dan voorheen Assepoes heeft namelijk hulp van haar petemoei Electronica gekregen. Deze heeft iets voor haar getoverd, dat haar onweerstaanbaar aantrekkelijk maakt, de electronische rekenmachine.

Al lang gebruikt de rekenaar machines om vlugger op te schieten met zijn werk. Als hij niet toevallig een rekenwonder is, werkt hij met een gewone electrische rekenmachine zelfs ongeveer honderd maal zo snel als met potlood en papier alleen. Het kan echter veel sneller. De snelheid van de machines die de mens zo normaal maakt, als bijv. naaimachines of draaibanken, wordt beperkt door de traagheid van haar onderdelen, die sterk genoeg moeten zijn om het materiaal te bewerken. Nu zijn cijfers wel lastig te bewerken, maar ze wegen in ieder geval niets. Daarom is het ook niet nodig om zware en trage machine-onderdelen te gebruiken, maar kleine bliksemsnelle electronenstralen kunnen het benodigde werk ook doen. De snelheidswinst is dan ook enorm. Met de huidige electronische machines duurt een enkele vermenigvuldiging zo ongeveer een duizendste deel van een seconde. Dat betekent, dat de electronische machine nog eens tienduizend maal zo snel werkt als de rekenaar gewapend met een gewone electrische rekenmachine, dus millioen maal zo snel als een gewoon mens. Zelfs voor de technici is deze snelheidswinst verrassend. Slechts op één gebied heeft de techniek een enigszins vergelijkbare winst behaald, Nl. in de communicatietechniek. Duurde het overbrengen van een bericht uit een ver land vroeger wellicht een jaar, thans duurt het per radio, indien nodig, niet langer dan de wachttijd op de aansluiting van een dringend gesprek. De kwaliteit van het per radio overgezonden bericht of het per televisie overgezonden beeld laat echter wel eens te wensen over. Bij het rekenen moet echter iedere bewerking practisch feilloos zijn, anders kan men het evengoed laten. De kwaliteitseisen aan een electronische rekenmachine gesteld zijn dan ook ongekend. Als een electronische rekenmachine maar één uur feilloos heeft gewerkt, heeft ze onvoorstelbaar veel bewerkingen uitgevoerd. Een gewone rekenaar zou voor dat zelfde aantal bewerkingen zijn machine tot de draad verslijten, zijn vulpen trouwens ook. Zelf zou hij trouwens ook waarschijnlijk rijp voor pensioen zijn.

Ik zei al, dat cijfers lastig te bewerken ~~waren~~ zijn. Daarom is een electronische rekenmachine ~~dan ook~~ weliswaar vreselijk snel maar ook uiterst gecompliceerd. De enige vergelijkbare constructie wat ingewikkeldheid betreft is eigenlijk een telefooncentrale, die trouwens ook vele functies bezit nauw verwant aan die van de rekenmachine. Ik zal dan ook niet trachten U ook maar enigszins een beeld te geven van de werkingswijze van de rekenrobots. Er wordt trouwens reeds genoeg over geschreven en gesproken. Nog maar ruim een week geleden sprak een mijner collega's er over vanaf deze zelfde katheder. Veeleer zal ik trachten een beeld te geven van het soort vraagstukken, dat men er mee op kan lossen. Men behoeft dan slechts te weten, dat de machines een groot geheugen hebben, waarin zij allerlei wetenswaardigheden kunnen onthouden, dat zij in staat zijn uit deze gegevens nieuwe gegevens volgens bepaalde regels af te leiden - rekenen zeggen wij meestal - en voorts dat zij in staat zijn gegevens uit de buitenwereld op te nemen en haar resultaten weer aan de buitenwereld bekend te maken.

Ik zal geenszins trachten volledig te zijn in mijn overzicht. Zelfs zal ik niet trachten realistisch te zijn in die zin, dat alleen vraagstukken aan de orde komen, die op het ogenblik al opgelost kunnen worden. Zonder meer zult U wel willen geloven, dat de rekenaar ermede allerlei ingewikkelde berekeningen kan uitvoeren voor zijn directe confraters. Vele van die berekeningen dienen een practisch doel. Soms is echter slechts het verkrijgen van fundamenteel inzicht van belang. Als voorbeeld noem ik U een 2000 jaar oud probleem. De Pythagoreërs hadden grote belangstelling voor getallen die gelijk waren aan de halve som van haar delers, zelfs zo, dat zij ze volkomen getallen noemden. Een voorbeeld van een volkomen getal is 6. Dit is immers deelbaar door 1, 2, 3 en 6 en 1 + 2 + 3 + 6 = 12, dat is het dubbele van 6. Zij wisten zelfs, hoe men ze kàn maken. Daarvoor behoeft men slechts een hulpvraagstuk op te lossen, nl. het getal 2 tot een zodanige macht te verheffen, dat het 1 meer is dan een ondeelbaar getal. Welke machten dat nu precies zijn konden zij niet vertellen. Welnu, dat weten wij ~~nu~~ ook nog niet. De Grieken kenden er vier, wij vijftien. Ze liggen zeer grillig en slechts met enorme inspanning van uiterst geoefende rekenaars was men enige jaren geleden zo ver, dat de machten tot aan de 257-ste volledig doorzocht waren. Met een teleurstellend resultaat overigens, want na de 127-ste macht, die zo'n bijzondere macht is, vond men er geen enkele meer. Natuurlijk stijgen de moeilijkheden van de berekening snel met de grootte van de macht. Zo was de situatie toen electronische machines gereed kwamen, machtig genoeg om gebruikt te worden voor dit doel. En binnen korte tijd werden er nieuwe machten gevonden, die wij anders nooit gekend hadden, want het onderzoek bijv. van de 1279-ste macht duurde op de machine 13 minuten en 25 seconden, maar zou een rekenaar anders het grootste deel van zijn leven hebben gekost. Voor de wiskundige rijst overigens het probleem of hij deze resultaten mag gebruiken in een bewijs van de een of andere stelling. Hij kan zelf nl. niet aantonen dat ze volgen uit de axioma's. Gelukkig hebben ze voor hem waarschijnlijk alleen heuristische waarde. Hij kan wellicht aan de hand ervan bepaalde stellingen gissen, die hij dan achteraf mogelijk streng bewijzen kan.

De prins uit het sprookje, voor wie Assepoes met haar tovermiddel nu zo betoverend is geworden is echter een andere. Het wonderinstrument in de handen van de rekenaar heeft hem nl. het centrum gemaakt van een gereedschap van allerhande personen, vanaf de boekhouder tot de taalkundige, die zich verdringen om zijn gunst. Eerlijk gezegd gaat het initiatief ook wel een beetje van de rekenaar uit en misschien moeten wij dan ook eerder zeggen, dat de rekenaar hier een sleutelstelling heeft bezet van waaruit hij allerlei andere wetenschappen onder schot kan nemen. Daaronder vallen allereerst al de wetenschappen die zich bezig houden met welgeordende objecten en relaties en die dan ook zonder meer herleid kunnen worden tot rekenen, ware het niet, dat de omvang van de noodzakelijke berekeningen practische toepassing in de weg stond. Daar horen bijv. toe allerlei bedrijfswetenschappen en actuariele wetenschappen. Ook de logistiek in dubbele betekenis, enerzijds nl. in de betekenis van gemathematiseerde logica, anderzijds als de wetenschap die zich bezighoudt met bevoorradingsproblemen van een leger. Ontelbaar zijn de mogelijke toepassingen vooral nu men zelfs zo ver gekomen is, dat men een machine werkelijk kan laten praten, dus reeksen van cijfers kan laten omzetten in verstaanbare taal. Die toepassingen zijn zelfs zo belangrijk, dat iedereen het de rekenaar vergeeft, dat zijn machines zo vreselijk kostbaar zijn, zodat hij wel op zeer grote voet leeft. Ik vind het alleen jammer dat dit op het laatste ogenblik de vergelijking met Assepoes met de kleine voetjes volkomen mank doet gaan.

Over een enkele dier toepassingen wil ik U echter wat meer vertellen. Daartoe moet ik echter eerst vertellen, dat de moderne rekenaar nog een andere machtige bondgenoot heeft op zijn terrein, behalve alleen de wiskundige en de logicus.

Op hetzelfde vlak tussen mathesis en techniek is nl. onlangs een geheel nieuw complex van wetenschappen ontstaan, bekend onder namen als Informatietheorie, Communicatietheorie, enz. Enerzijds grenst dit complex aan de wiskunde anderzijds aan physica en techniek, maar de grenzen zijn moeilijk aan te geven. Zoals bijv. in de statistiek een begrip als waarschijnlijkheid optreedt, dat in eerste instantie de wiskunde vreemd lijkt, maar naar later gebleken is, toch geen obstakel is tot het vormen van een wel-geaxiomatiseerde wetenschap, zo treedt hier als centraal element het begrip informatie op. Het heeft er alle schijn van dat het een zeer vruchtbaar begrip is. Ik zal het trachten toe te lichten aan een eenvoudig voorbeeld. Stel, dat mij op dit ogenblik werd gezegd: "Iemand uit de zaal wenst U straks even te spreken", dan bevat deze mededeling een zekere hoeveelheid informatie. Hoe ik deze informatie zou moeten meten, dat wil zeggen, in een getal uitdrukken, is niet recht duidelijk. Wanneer ik echter nu de vraag stelde, wie mij dan wel spreken wou en ik kreeg antwoord op deze vraag, dan bevatte dit antwoord een zeer bepaalde en meetbare hoeveelheid informatie. Ik zou namelijk een aantal vragen kunnen stellen, alle door ja of nee te beantwoorden, die mij in een van te voren berekenbaar aantal keren de plaats van de persoon precies zou doen kennen, als bijv. "Zit dé persoon links in de zaal?", "zit dé persoon in de voorste helft van de zaal?", enz. Wanneer ik voor het gemak aanneem, dat in deze Aula 256 plaatsen zijn, dan zou ik na precies 8 maal vragen de plaats hebben bepaald. Ik zeg dan, dat het ineens gegeven antwoord mij een informatie verstrekte van 8 bits, waarin een bit, afkorting voor "binary-unit", de informatie eenheid is. Ik zou van tevoren een code kunnen vaststellen bijv. een opeenvolging van enkele letters en dan zou als antwoord een woord van twee letters meer dan voldoende geweest zijn; bijv. zou "MC" kunnen betekenen rij M plaats C. Daarmee zou men tot 26 x 26 = 676 plaatsen kunnen komen, dat is meer dan 2 maal zoveel als 256. Ja, ik zou zelfs blijkbaar in die twee letters nog een extra bit kunnen bergen, bijv. de mededeling of het een heer dan wel een dame betrof. Deze extra-informatie zou ik kunnen gebruiken als een zekere controle of ik de mededeling wel goed had verstaan. Meer waarschijnlijk zou het zijn dat mijn zegsman mij antwoordde door de naam van dé persoon te vermelden, bijv. "Mevrouw van Wijngaarden". De informatie zou dan ondanks het gebruik van 20 letters en 2 spaties toch niet meer geweest zijn dan bij passende afspraak in 2 letters kon worden medegedeeld. Ja, zij zou zelfs minder zijn, want wellicht bevinden zich meerdere ~~personen~~ dames in de zaal, die aan die omschrijving voldoen. Men kan gemakkelijk narekenen dat weer na passende afspraak de 20 letters en 2 spaties voldoende zijn om een willekeurig mens op aarde te definieren, mitsgaders een uittreksel te geven van zijn burgelijke stand.

Blijkbaar benut de schrijftaal meer letters dan strikt noodzakelijk is. Dat volgt overigens niet streng uit het voorgaande voorbeeld, want het maken van de afspraak voor de code voor het aanwijzen van een persoon hier in de Aula, zou veel meer dan 20 letters vereisen. Maar ook wanneer men niet principieel afwijkt van de gebruikelijke wijze van conversatie is een enorme besparing mogelijk. Immers het totale aantal woorden dat in een taal voorkomt, verbuigings- en vervoegingsvormen inbegrepen, is zeker kleiner dan 26^4, zodat althans de schrijftaal aan 4 letters per woord voldoende zou hebben. Het uitspreken van die woorden zou misschien niet altijd gemakkelijk zijn en wat meer is, een enkele foute letter zou tot een geheel ander woord leiden, zodat drukfouten op zijn best te corrigeren zouden zijn door de betekenis van de zin na te gaan. Gebruikt men ~~veel~~ meer letters dan strikt noodzakelijk is, anders gezegd, maakt men gebruik van overtollige informatie, dan is d kans op zulke storende drukfouten aanzienlijk kleiner. De kans op drukfouten zonder meer wordt natuurlijk groter, omdat meer letters moeten worden gebruikt. Men maakt in de taal bovendien gebruik van een hulpmiddel ter bekorting. Immers veel voorkomende woorden als en, is, ik, zijn korter dan zeldzame woorden als picofarad of periodenparallelogram. Bovendien zal hij, die het woord picofarad vaak nodig heeft, het vervangen door pf. Een dergelijke bezuiniging kan ook worden aangebracht in de minimale taal. Wanneer men een spatie en de andere leestekens handhaaft als aparte elementen, kunnen de 26 belangrijkste woorden met 1 letter, de 676 woorden die iets zeldzamer zijn met 2 letters en de 17576 zeldzame woorden met 3 letters worden voorgesteld, terwijl 4 letters alleen nodig zijn voor een klasse van 456976 uiterst zeldzame woorden. Gemiddeld wordt de lengte van een woord dan slechts ongeveer 2 letters.

U zult zich wellicht afvragen wat de bedoeling van deze uitweiding is. Daarom wil ik mij haasten om U een algemeen bekend voorbeeld te geven van namen van voorwerpen, die sinds eeuwen aangegeven worden met behulp van een systeem met minimaal aantal symbolen, dus zonder enige overtolligheid en die bovendien van groot belang zijn voor de numerieke wiskunde. Dat zijn nl. de natuurlijke getallen, die wij immers aangeven door middel van een rij van cijfers in het tientallig stelsel, waarbij het recept zo gemaakt is, dat iedere verandering van een cijfer tot gevolg heeft, dat het voorgestelde getal een ander is. Toevoeging van een enkel cijfer verandert zelfs de grootte van het getal drastisch. Dit feit was ook zonder informatietheorie al sinds lang bekend en toegepast voor het vervalsen van cheques. Dit is overigens niet een noodzakelijk nadeel van het voorstellen van getallen door cijferrijen. In onze schrijfwijze wordt een getal weliswaar meer dan tien maal zo groot door er het cijfer 1 achter te plaatsen, bijv. 1952 wordt 19521, maar in het Romeinse stelsel wordt het getal hetzij slechts 1 groter, bijv. 1952 wordt 1953, hetzij zelfs zinloos, omdat niet meer dan vier cijfers 1 achter elkaar mogen voorkomen. Bovendien mogen de verschillende cijfertekens in het Romeinse stelsel niet maar willekeurig van volgorde worden verwisseld, want daardoor ontstaat vaak een zinloos resultaat in tegenstelling tot de situatie in onze schrijfwijze. De Romeinse schrijfwijze bevat dus een zekere, zij het kleine overtolligheid en is iets betrouwbaarder. De nadelen er aan verbonden zijn evenwel zo groot, dat wij gaarne ons moderne stelsel handhaven.

Een ieder nu, die enig werkelijk idee heeft van de interne organisatie van een electronische rekenmachine, weet, dat de moeilijkheid van de constructie nauwelijks wordt veroorzaakt door het feit dat de machine moet rekenen. De wezenlijke bezigheid van de machine is namelijk het verwerken van informatie, dat wil zeggen, het voortdurend en op allerlei plaatsen besluiten tot ja of nee - 0 of 1 zeggen wij meestal - op grond van andere ja- of nee-besluiten. Of het resultaat uiteindelijk iets te maken heeft met optellen of vermenigvuldigen is van secundair belang. Wel van belang is, dat de apparatuur practisch feilloos werkt, omdat de gehanteerde informatie weinig of geen overtolligheid bezit. Dit heeft echter tot gevolg, dat men met dezelfde apparatuur of met apparatuur van nauwverwante aard ook allerlei andere soorten van informatie kan verwerken.

Een eenvoudig voorbeeld daarvan sluit aan bij wat ik zojuist zei over de schrijfwijze van woorden. Het is overigens voorlopig meer van illustratief dan van practische karakter. Stel, dat men uitvoerige berichten met transporteren met behulp van een communicatiekanaal, dat kan bijvoorbeeld een telegraafkabel of een brief zijn. Het is dan van belang ter besparing van tijd of geld de informatie in zo kort mogelijke vorm in te kleden. Stel nu, dat aan een rekenmachine de oorspronkelijke tekst ter lezing wordt opgegeven. Deze kan dan in zijn geheugen de vertaling opzoeken van ieder gelezen woord, dat wil zeggen, de minimale code die dus vaak uit slechts een of twee letters bestaat. De machine deelt deze gecodeerde informatie mede aan het communicatiekanaal. Aan de ontvangzijde kan een andere rekenmachine het bericht weer terug vertalen in de oorspronkelijke schrijfwijze. Zodoende is het kanaal ontlast van een groot deel van haar taak, zij het dan ten koste van twee electronische rekenmachines.

Terloops heb ik het woord vertalen gebruikt om de overgang aan te geven van de normale schrijfwijze van een woord naar de gecodeerde schrijfwijze en omgekeerd. De vraag rijst echter of het ook mogelijk is met behulp van een rekenmachine echt te vertalen, dus bijv. vanuit het Nederlands in het Engels of in een hogertaal. Het is duidelijk dat dit van enorm belang zou zijn. Enerzijds zou bijv. de Engels lezende wereld op snelle wijze voorzien kunnen worden van de Engelse tekst van wetenschappelijke publicaties, oorspronkelijk gepubliceerd in het Frans, Russisch of Japans. Anderzijds zouden allerlei onontwikkelde gebieden geholpen kunnen worden aan populaire literatuur, bijv. over landbouwmethoden, in hun eigen taal. Het is echter ook duidelijk dat het gestelde probleem uiterst moeilijk is.

Om na te gaan wat er nodig is om een tekst te vertalen, behoeven we slechts te analyseren wat wij zelf doen in dat geval. Allereerst nemen wij een woordenboek ter hand, waarin wij de ons onbekende woorden van de tekst opzoeken. Een gedeelte hebben wij reeds in ons eigen geheugen. Dit kan direct geimiteerd worden. In het geheugen van de machine kunnen wij een redelijk volledig woordenboek neerschrijven. Al direct merken wij op, dat de machine bij het opzoeken in dit woordenboek zal ontdekken, dat vaak meer dan één vertaling van het woord staat opgegeven, omdat het woord in de oorspronkelijke taal twee of meer verschillende betekenissen heeft en in die verschillende gevallen verschillende vertalingen behoeft. Zo moet het woord "bank" in het Engels worden vertaald met "bank" wanneer het zandbank of een bewaarplaats voor geld betreft, maar met "bench" als het gaat over een meubel of de werkbank van een timmerman. Voorts moet overwogen worden of in het woordenboek alleen het woord "zijn" moet worden opgenomen, dat trouwens al weer vertaald kan worden door "his" of door "to be", of dat ook woorden als "ben, bent, is, zijt, was, waren" enz. moeten worden vermeld. Dit laatste is vaak niet het geval in conventionele woordenboeken, maar wij zullen liberaal zijn en al die vormen ebbij opgeven. Dan is ons woordenboek nog verre van compleet. Immers het is ondoenlijk om alle woordsamenstellingen op te geven. Zo zal het woord "hoogleraar" en het woord "vrouw" opgegeven zijn, maar het woord "hoogleraarsvrouw" natuurlijk niet, hoewel het wel degelijk voor kan komen in gedrukte tekst, bijv. in de tekst van deze oratie. Bovendien worden steeds nieuwe woorden gevormd. Zo komt in geen enkel vooroorlogs woordenboek het woord "flip-flop" voor, maar het is in de moderne vakliteratuur over electronische rekenmachines schering en inslag.

Blijkbaar rijzen al aanzienlijke moeilijkheden bij het woord voor woord vertalen van een tekst. Sommige daarvan zijn evenwel gemakkelijk te overwinnen. Zo kan de machine een woordsamenstelling trachten te ontleden en op die manier een dragelijke vertaling ervan maken. Zo dit in het geheel niet gelukt, zoals bij het woord "flip-flop" kan zij het gewoon onvertaald laten. Dit levert hier zelfs het goede resultaat, want "flip-flop" is een internationaal woord. Veel moeilijker ligt de zaak bij een woord, dat semantisch dubbelzinnig is, zoals het Nederlandse woord "bank". Een mogelijke oplossing is eenvoudig alle vertalingen met een passende aantekening erbij te geven, maar dit eist een aanzienlijke en vaak moeizame naredactie van de vertaalde tekst. Een andere mogelijkheid is voorredactie van de oorspronkelijke tekst op zulke gevaarlijke woorden. Dit zou bijv. in het genoemde geval van populaire publicaties te vertalen in alle negertalen, doenlijk zijn. De fraaiste oplossing is natuurlijk de machine te leren de passende vertaling te kiezen op grond van andere woorden in de tekst. Dit is evenwel niet eenvoudig. Het woord "op" gecombineerd met "bank" suggereert weliswaar dat hier bank vertaald moet worden met "bench", maar zelfs de hele zin "wij zitten op een bank" kan ook een mededeling zijn van een scheepskapitein, wiens schip op een zandbank is gelopen, of zelfs van kantoorpersoneel van de Amsterdamse Bank, in welke beide gevallen "bank" vertaald moet worden met "bank". De combinatie "in de bank" schijnt minder dubbelzinnig te zijn en te wijzen op de finantiele instelling. Toch is het niet uitgesloten dat de werkbank is bedoeld, want de timmerman kan een spijker in de bank slaan.

De zinsnede "door de bank" tenslotte is heel gevaarlijk. Alhoewel het mogelijk is, dat de procuratiehouder door de bank loopt of dat de timmerman de spij- door de bank heen slaat, is het waarschijnlijker dat bedoeld wordt "in het algemeen", te vertalen met "generally" of zoiets dergelijks.

Zoals bekend levert echter het woord voor woord vertalen van een tekst in het algemeen slechts een pover resultaat. Dit geldt speciaal wanneer de twee onderhavige talen syntactisch hoog ontwikkeld en sterk verschillend zijn. Alle classici onder U weten dit uit bittere ervaring. Een vertaling van het begin van de Odyssee: ανδρα μοι εννεπε μουσα πολυτροπον ... door "de man aan mij vertel de muze veel gewend" verdient nauwelijks de naam vertaling. Blijkbaar moet de machine ook een aanzienlijke kennis van de syntaxis van beide talen hebben. Nu is de taalwetenschap op dit punt van uit een wiskundig standpunt gezien nog in haar kinderschoenen. Weliswaar hebben wij zogenaamd intuitief een idee van syntaxis maar de regels die wij toepassen, missen ieder spoor van strengheid en efficientie, zoals voor het gestelde doel nodig is. Men kan de situatie enigszins vergelijken met de bepaling van de botanische soort, waartoe een plant behoort. Mijn kleine kinderen onderscheiden feilloos een boterbloem van een paardenbloem. Zij kennen namelijk de habitus zoals de bioloog het noemt. Dit moge voldoende zijn voor het dagelijks leven, maar het is het zeker niet voor een wetenschappelijke opbouw van de systematiek der planten. Daartoe gebruikt de botanicus een determineertabel. Weliswaar kost het enige moeite eer men zover gekomen is, dat men daarmede weer een boterbloem van een paardenbloem kan onderscheiden, maar uiteindelijk komt men er toch aanzienlijk verder mee. En passant merk ik op, dat een werkelijk goede determineertabel uitsluitend werkt met ja-nee-beslissingen, zodat na afloop van het determineren de verkregen informatie nauwkeurig kan worden gemeten. Wil men nu de syntaxis in het vertalen betrekken - en dit is zeker noodzakelijk - dan dient men dus eerst een bijna feilloze syntactische determineertabel op te stellen. Ik zeg expres "bijna feilloze". Immers een determineertabel voor planten schiet wel eens tekort wanneer men een misgroeid exemplaar van een plant probeert te determineren. Zo mogen we ook gerust wel eens verkeerd vertalen in een bijzonder ongewoon geval. Het maken nu van zulke determineertabellen der syntaxis is natuurlijk niet een taak welke alleen aan de rekenaar kan worden opgedragen, maar ook nauwelijks alleen aan de taalkundige. De rekenaar kent niet alle moeilijkheden van het taalvak, de taalkundige kent niet alle methoden om met behulp van ja-nee-beslissingen zijn weg te vinden in een gecompliceerde situatie. Dit laatste kan de rekenaar tegenwoordig juist bijzonder goed. Tegelijk met de electronische rekenmachine is namelijk een interessante tak van de numerieke wiskunde ontstaan, het zogenaamde programmeren, dat zich juist bezig houdt met dit ontrafelen. De samenwerking van rekenaars en taalkundigen is daarom nodig en de eerste maar belangrijke stappen op het terrein van de mechanische vertaling zijn reeds genomen. Zij wettigen het vermoeden dat binnen afzienbare tijd wezenlijk resultaat valt te verwachten.

Mijne Heren leden van het Curatorium en van het Bestuur van de Stichting voor Hoger Onderwijs in de Toegepaste Wiskunde,

Nu aan de Universiteit van Amsterdam de gewone toegepaste wiskunde een plaats heeft gevonden in de opdracht verbonden aan een gewone leerstoel, hebt gij gemeend aan de bestaande bijzondere leerstoel een bijzondere bestemming te moeten geven. Uw waardering voor het wetenschappelijk karakter van de moderne numerieke wiskunde, welke blijkt uit de opdracht, luidende: "Numerieke, Grafische en Mechanische methoden in de Wiskunde" verheugt mij begrijpelijkerwijze ten zeerste. Voor de verstrekte opdracht ben ik U en de instantie die dit mogelijk heeft gemaakt zeer dankbaar. Ik zie de mij opgelegde taak als een ernstige verplichting, waaraan ik naar beste krachten hoop te voldoen.

Dames en Heren Bestuurderen van Stad en Universiteit,

Uw welwillende houding inzake mijn benoeming en de belangstelling die gij meerdere malen hebt getoond in het werk van mijn afdeling aan het Mathematisch Centrum, beschouw ik als evenzovele tekenen van Uw vooruitstrevende houding waar het de ontwikkeling van jonge takken van de wetenschap betreft, een houding welke terecht geldt als een sieraad van onze Stad en haar Universiteit.

Dames en Heren Hoogleraren en Lectoren,

Onlangs meende iemand verbonden aan deze Universiteit, die van mijn pasverworven waardigheid niet bleek te weten en trouwens ook niet weten kon, zich daarvoor te moeten verontschuldigen door te zeggen, dat andere hoogleraren er zo eerbiedwaardig uitzagen. Ik aanvaard het geimpliceerde oordeel gaarne en verheug mij er juist op, dat ik gemakkelijker dan tot dusverre een beroep kan doen op Uw grote kennis en ervaring. De vriendelijkheid, waarmede U mij tegemoet treedt, doet mij hopen dat dit beroep niet vergeefs zal zijn en dat mij met vertrouwen een plaats naast U innemen.

Dames en Heren Hoogleraren in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde,

Dat gij ~~uit eigen beweging~~ dadelijk een plaats voor mij inruimde in Uw ~~ver-~~ midden ~~gaderingen~~, verraste en trof mij meer dan ik tot uitdrukking kan brengen. Deze hartelijkheid en het feit, dat ik van velen onder U in de afgelopen jaren al * zo veel steun mocht ontvangen, doen mij met des te meer vreugde, mijn taak vervullen. Ik hoop met Uw steun ervoor te mogen wezen, dat het aan mij toevertrouwde vakgebied een bescheiden maar passende plaats vindt in de opleiding van de studenten aan deze faculteit.

Mijne Heren leden van het Curatorium van het Mathematisch Centrum,

Gaarne betuig ik mijn erkentelijkheid voor Uw toestemming een taak te aan de Universiteit te combineren met een aan het Mathematisch Centrum.

U, hooggeleerde Clay, dank ik voor de reeds jaren bestaande samenwerking tussen beide instellingen inzake het physische werk aan mijn vakgebied verbonden, en U, hooggeleerde Schouten, voor de prettige samenwerking gedurende de afgelopen twee jaren.

Hooggeleerde van der Corput, van Dantzig en Koksma,

Dat ik U speciaal en dan nog wel gedrieen toespreek vindt een natuurlijke oorzaak in zeven jaren samenwerking bij de opbouw van het Mathematisch Centrum. Toen ik, gevormd door mijn leermeesters Biezeno en Burgers, mij ongestoord dacht te gaan wijden aan het werk, dat mij lief was, hebt gij mij verleid dit zorgeloze bestaan op te geven om te helpen het leven in te blazen aan een stuk papier. Ik ben blij, dat ik aan Uw lokroep de voorkeur heb gegeven boven die van gemakzucht en buitenland. Ik ben rijker beloond dan ik had kunnen hopen. Niet alleen is er de voldoening dat het papier werkelijk is gaan leven ten bate van ons allen en van ons land, niet alleen hebt gij mij een groter vakgebied leren liefhebben, maar bovenal hebt gij mij door Uw voorbeeld van kennis en kracht tot daden en nog meer door Uw vriendschap iets geschonken dat niet uit boeken te leren of te genieten valt.

Dames en Heren van het Mathematisch Centrum,

Inderdaad is het papier gaan leven, en hoe! Natuurlijk ben ik U dankbaar voor de wijze waarop gij ons Centrum doet functionneren, maar meer nog verheug ik mij over het dagelijks persoonlijk contact met zoveel jonge mensen, dat mij voortdurend stimuleert tot bewondering, verwondering en lankmoedigheid, alles ten hoogste bevorderlijk voor het vreugdevol verrichten van het dagelijks werk.

Dames en Heren Studenten in de Wis- en Natuurkunde,

Een mijner collega's verzekerde U onlangs dat wij deze zaak voor ons en Uw plezier drijven. Dit is een zeer opwekkend geluid en ik ga er gaarne mee accoord, voorzover het tenminste de zuivere mathesis betreft. Deze zou inderdaad armzalig gebleven zijn zo haar beoefenaren haar niet voor hun plezier hadden bedreven. Voor zover het echter de toegepaste wiskunde betreft meen ik een waarschuwend woord niet achterwege te moeten laten. De ~~toegepaste wiskundige~~ beoefenaar daarvan vindt hl. zijn problemen niet door naar zijn eigen innerlijk maar naar de roepstem van buiten te luisteren. De beloning voor het gehoor geven aan die roepstem is tweeerlei. Allereerst zal hij meestal ervaren van het oplossen evenveel plezier te ondervinden als wanneer hij zelf het onderwerp had gekozen. Na het oplossen zal hij evenzo het plezier smaken van het behaalde resultaat, maar tenslotte zal hij ook nog het plezier ondervinden een ander geholpen te hebben.

Het kweken van bacterien in het Universiteitslaboratorium is een schone taak. Maar het stichten van een ziekenhuis in het tropisch oerwoud is ook een schone taak. Ik hoop, dat velen onder U zich geroepen zullen voelen later mede te werken aan het toepassen der wiskunde tot heil van het mensdom.

Ik dank U voor Uw aandacht.