STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

REKENAFDELING

R 133

Bijdrage tot het verkrijgen van enig inzicht in hetgeen zich in een wringer afspeelt.

door

[Staf van de Rekenafdeling]

[1951]

Rapport over:

"Bijdrage tot het verkrijgen van eenig inzicht in ~~HETGEEN~~ hetgeen zich in een wringer afspeelt".

In bovengenoemd artikel tracht Ir Gans een theoretisch gefundeerd inzicht te geven van de factoren die bij het wringproces een rol spelen, zoals drukverloop, olielevering en spleetweerstand.

De wringer bestaat uit een as met twee schroefbladen van verschillende spoed, ieder een gang lang, gescheiden door een tussenring en een huis met z.g. wringlatten en keerlatnokken die aan het huis bevestigd zijn en tot de tussenring doorlopen en er voor zorgen, dat de te persen stof, teweten oliehoudende zaad, niet met de as kan meedraaien.

Het persen vindt plaats doordat het zaad door de schroef, waarvan de spoed kleiner wordt, geperst wordt. De wand van het huis is samengesteld uit de wringlatten, die elkaar dakpansgewijs overlappen en een grote weerstnad tegen meedraaien van het zaad geven

De afmetingen van de wringer worden als volgt aangegeven:

Straal binnenwand huis	R	
Straal tussenring	r	
Lengte tussenring	a	
Spoed eerste schroefblad	S_1	
Spoed tweede schroefblad	S_2	
Dikte schroefblad	δ	(waarom deze δ ingevoerd wordt is niet duidelijk, de dikte wordt op pag.15 toch verwaarloosd).

Gedefinieerd wordt de gemiddelde schroeflijn als schroeflijn met straal $r_m = \frac{R+r}{2}$. Voor de hellingshoek α van de gemiddelde schroeflijnen geldt:

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{S_1}{2\pi r_m} \qquad \operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{S_2}{2\pi r_m}\ .$$

Voor de variabele afstand x_φ der schroefbladen wordt op zeer omslachtige wijze afgeleid:

$$x_\varphi = a - \delta + S_1 - \frac{\varphi}{2\pi}(S_1 - S_2)$$

waarbij φ de draaiingshoek van de schroef is.

De doortocht, dat is het oppervlak van de doorsnede waardoor het zaad geperst wordt, in axiale zin, is:

$$F\varphi = (R - r)x\varphi\ .$$

Om het drukverloop tengevolge van de verandering van F_φ te bepalen, worden een aantal onderstellingen omtrent het zaad gemaakt:

1. Volkomen homogeniteit (men houdt geen rekening met olie).
2. Volkomen elasticiteit.
3. De elasticiteitsmodulus is evenredig met de druk).
4. De constante van Poisson $m = \infty$.

De derde onderstelling is aanvechtbaar, de vierde is onaanvaardbaar. Hoewel deze eisen in strijd zijn met wat zich in werkelijkheid afspeelt, zal later blijken, dat de auteur in zijn verdere afleiding zich vereenvoudigingen veroorloofft, die ten enen male ontoelaatbaar zijn.

Voor het drukverloopworden de spanningen optredend in een zaadelement gelegen tussen twee meridiaanvlakken, die een hoek $d\varphi$ insluiten, schroefbladen, naaf en huis beschouwd. Om dit te kunnen doen worden omtrent wrijving de volgende onderstellingen gemaakt:

1. Axiale wrijving tussen zaad en huis wordt verwaarloosd, evenals axiale wrijving tussen zaad en naaf.
2. Ook de axiale wrijving, evenals de vervormingen van het zaad , tengevolge van de keerlatnokken worden verwaarloosd.
3. Het zaadelementen wordt geacht een zodanige samenhang te bezitten dat de in de berekeningen optredende krachten en momenten kunnen worden overgebracht.
4. De tangentiele wrijving tussen zaad en huis wordt onafhankelijk van de druk, maar alleen afhankelijk van de ruwheid van het huis, veroorzaakt door de dakpansgewijze ligging van de wringlatten.

Om de verdere behandeling te vergemakkelijken wordt de omgekeerde beweging beschouwd n.l. een stilstaande schroef en roterend huis, waarbij dan het zaad door de keerlatnokken wordt voortgestuwd (fig.3). De hoek tussen keerlatnok en zaadelement zij ψ. φ is de hoek tussen zaadelement en beginpunt van de beweging.

De keerlatnok drukke met kracht S_o tegen het zijvlak van het eerste element. Deze kracht werkt op een oppervlakte $a(R-r)$. Het aangrijpingspunt van S_o wordt aangenomen in het midden van de nok, dus op afstand $\varphi\, r_m \operatorname{tg}\alpha_2 + \frac{a}{2}$ van het tweede schroefblad.

De kracht die op het volgende element werkt is gelijk aan S_o verminderd met de resultante van de wrijving

$$S_1 = S_o - \frac{\partial S_o}{\partial \varphi} d\varphi .$$

Vervolgens wordt op zeer omslachtige wijze aangetoond dat de resultante op ieder element is $\frac{\partial S_\varphi}{\partial \varphi} d\varphi = dS$ waarbij moet worden opgemerkt dat het zeer ongebruikelijk is een variabele als index te schrijven.

Dan volgt een duistere alinea waarin het eerste schroefblad actief d.w.z invloed op het zaad uitoefenen en het tweede passief, alleen reactie uitoefenend op het zaad, genoemd wordt.

Hierna gaat de auteur over tot definiering van een "zuivere zaaddruk p_φ", waar onder wordt verstaan, de druk die een gevolg is van doortochtsvermindering. p_φ is een functie van φ en van de elasticiteitsmodulus. p_φ is axiaal gericht, daar de contractieconstante $m = \infty$ is. Hierbij komen nog de schuifkrachten door buur-elementen uitgeoefend. Laat de schuifkracht D_φ op het

op linkerzijvlak werken

De resultante wordt dan

$$\frac{\partial D_\varphi}{\partial \varphi} d\varphi \, .$$

De druk p_s die deze schuifkracht compenseert is $p_s = \frac{1}{dF_\varphi} \frac{\partial D_\varphi}{\partial \varphi} d\varphi$, waarin dF_φ het oppervlak is, waarop de druk werkt. $dF_\varphi = \frac{1}{2}(R^2-r^2)d\varphi$.

$$\text{en } p_s = \frac{2}{R^2-r^2} \frac{\partial D_\varphi}{\partial \varphi}$$

De druk die het eerste schroefblad moet uitoefenen is $p_{\varphi_I} = p_\varphi + p_s = p_\varphi + \frac{2}{R^2-r^2} \frac{\partial D_\varphi}{\partial \varphi}$

De druk $p_{\varphi,2}$ in een doorsnede van het element $\perp$ op de as is gelijk aan p_φ vermeerderd met de resultante van de schuifspanningen die in de zijvlakken werken dus:

$$p_{\varphi,2} = p_\varphi + \frac{2}{R^2-r^2} \frac{\partial D_{\varphi 2}}{\partial \varphi} ,$$

waarbij dan $p_{\varphi_I} = p_\varphi + \frac{2}{R^2-r^2} \frac{\partial D_\varphi}{\partial \varphi}$

en $p_{\varphi_{II}} = p_\varphi$.

Naast deze axiale krachten die door de schroefbladen worden uitgeoefend komen de tangentiele krachten dx_1 en dx_2.

De hoek tussen dx_1 en het eerste schroefblad is α_1, die van dx_2 en het tweede blad α_2, waarbij $\alpha_1 > \alpha_2$. Zie fig. 7.

De auteur beweert nu dat het effect hetzelfde is, als men beide schroefbladen over α_2 gedraaid denkt. Dan is de hoek tussen dx_1 en het eerste schroefblad $\alpha_1 - \alpha_2$ en de hoek tussen dx_2 en het tweede blad 0. (Fig.7a). Dit nu is onjuist. Voor de evenwichtsvoorwaarden vindt hij, wanneer men de wrijving tussen zaad en schroefblad f stelt:

$$dx_1 = \tfrac{1}{2} (R^2-r^2)(tg\alpha_1 + tg\alpha_2 + f)p_\varphi \, d\varphi + (tg\alpha_1 - tg\alpha_2 + f) \frac{\partial D_\varphi}{\partial \varphi} d\varphi$$

$$dx_2 = \tfrac{1}{2} (R^2-r^2) f \, p_\varphi \, d\varphi ,$$

terwijl in werkelijkheid geldt:

$$dx_1 = \frac{(\sin\alpha_1 + f \cos\alpha_1)}{\cos\alpha_1 - f \sin\alpha_1} \left(\frac{R^2-r^2}{2} p_\varphi + \frac{\partial D_\varphi}{\partial \varphi}\right) d\varphi$$

$$dx_2 = \frac{(\sin\alpha_1 - f \cos\alpha_1)}{\cos\alpha_2 - f \sin\alpha_2} \frac{R^2-r^2}{2} p_\varphi \, d\varphi .$$

De krachten die het huis op het element uitoefent bestaan uit een tangentiele kracht dT en een moment dM_φ.

$dT = \frac{1}{2} \tau(1+\alpha) \, x_\varphi \, R d\varphi$, waarbij τ en α constant zijn. Volgens de auteur is $\alpha = -1$ het waarschijnlijkst, waarom vermeldt hij niet, (Zie fig.14) vermoedelijk omdat de formules dan gemakkelijker zijn!

$dM_\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \tau(1-\alpha) \, \frac{1}{2} x_\varphi \, R \, d\varphi \cdot \frac{2}{3} \, x_\varphi = \frac{1}{12} R\tau(1-\alpha) x_\varphi^2 \, d\varphi$

Voor evenwicht moet nu $dS + dT = dx_1 + dx_2$.

Vervolgens gaat de schrijver over tot beschouwing van verband tussen druk en vormverandering en daarna beschouwt hij alle spanningen optredende in een zaadelement. Het heeft echter geen zin dit alles hier te vervolgen, daar schrijver de onjuiste uitdrukking voor dx_1 en dx_2 gebruikt. In zijn verdere betoog steunen alle afleidingen hierop. Daar het niet eenvoudig is de formules uit het manuscript te corrigeren, hebben wij hiervan afgezien.

Afgezien van deze mathematische onjuistheden valt de verhandeling van Ir Gans op door de zeer gebrekkige, bijna kinderlijke wijze van behandeling. Voor de hand liggende betrekkingen worden op omslachtige wijze afgeleid, de notatie is onduidelijk, bijv. "p_φ ter plaatse $\varphi = \varphi$", waarmee bedoeld wordt "$p(\varphi)$". Voegt men hierbij de onderstellingen die de auteur omtrent de eigenschappen van het zaad gemaakt heeft, dan is het duidelijk dat de geldigheid van hetgeen de auteur afgeleid heeft, uitermate twijfelachtig is.