STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

REKENAFDELING

R 162

De daling van het phreatisch oppervlak boven een drain.

Numerieke resultaten.

Door

[Staf van de Rekenafdeling]

[1952]

De daling van het phreatisch oppervlak boven een drain.

Numerieke Resultaten.

Rapport R 162.

In gevolge de opdracht van de Gemeentelijke Waterleidingen van Amsterdam, werd de berekening uitgevoerd van de ψ_0 voorkomend op pagina 8 van het rapport TW no. 12, J. Kemperman, De daling van het phreatisch oppervlak boven een drain. De hieronder voorkomende symbolen, hebben, indien niet anders gedefinieerd, dezelfde betekenis als in het rapport TW no. 12. De afstand FD zij y.

Deze afstand y bleek in zeer goede benadering onafhankelijk te zijn van h. Het is evenwel duidelijk dat wanneer H - y = h, dit niet meer kan gelden.

De uitkomsten zijn opgetekend in het bijgevoegde nomogram, hetwelk geeft de waarden-paren α_2 en y/H bij constante H/L.

Hierbij is $L = \alpha_2\, q$ en $q = Q/2\pi k$.

De intervallen zijn in onderling overleg gekozen. Verder werd een formule afgeleid, welke in benadering de potentiaal weergeeft op afstand δ van de bron. Aangenomen is daarbij, dat δ van de grootte van 0,1 m. is. Bij grotere δ, d.w.z. δ in de orde van 1 m. of, wanneer de afstand H - y te klein wordt, dient men zeer voorzichtig te zijn.

Gebruikmakend van de relaties (21) en (11) van TW no. 12 vindt men

$$\delta = q\int_{t_0}^{t_0+\varepsilon} \frac{dt}{(t-t_0)}\left\{\lambda\left[\sqrt{\frac{1+t}{1-t}} - \sqrt{\frac{1+t_0}{1-t_0}}\right] - \mu\left[\sqrt{\frac{1-t}{1+t}} - \sqrt{\frac{1-t_0}{1+t_0}}\right] + \frac{1}{\pi}\left[\arcsin t - \arcsin t_0\right]\right\}$$

waarin ε een geschikt gekozen, klein getal is.

ε is natuurlijk afhankelijk van δ. De vormen tussen vierkante haken ontwikkelend naar $(t-t_0)$, en alleen de eerste orde termen integrerend, vindt men

$$\delta = q\;\varepsilon\left[\lambda\sqrt{\frac{1+t_0}{1-t_0}}\,\frac{1}{(1-t_0^2)} + \mu\sqrt{\frac{1-t_0}{1+t_0}}\,\frac{1}{(1-t_0^2)} + \frac{1}{\pi\sqrt{1-t_0^2}}\right] = q\;\varepsilon\; T(t_0,\mu).$$

Door toepassing van (11) TW. no. 12, blijkt dan:

$$T(t_0,\mu) = 2\mu\sqrt{\frac{1-t_0}{1+t_0}}\,\frac{1}{(1-t_0^2)} + \frac{1}{\pi\sqrt{1-t_0^2}} - \frac{\arcsin t_0}{\pi(1-t_0^2)} + \frac{1}{2(1-t_0^2)}\,.$$

Dus $\varepsilon = \dfrac{\delta}{q\,T(t_0,\mu)}$.

Uit formule (14) van TW no. 12 volgt dan weer:

$$\frac{\varphi(\delta)}{L} = \frac{H}{L} - \frac{q}{L} \log \left\{ \frac{4\,b\,T(t_0,\mu)}{\delta/q} \right\} .$$

Hierbij zijn enige vereenvoudigingen aangebracht, mogelijk gemaakt door de grote waarden van b in dit geval.

De L is dermate groot ten opzichte van alle andere afmetingen van het veld, dat de stroming practisch horizontaal is. $\varphi(\delta)$ is de potentiaal in een punt loodrecht onder de bron op een afstand δ daarvan gelegen.

Onder gebruikmaking van de relaties voor H en φ_D verkrijgt men:

$$\varphi(\delta)/L = (H-y)/L - q/L \left\{ \log \frac{\delta}{4q(1+t_0)T(t_0,\mu)} + 1{,}38632 \right\} .$$

Deze formule bevat nog de parameters t_0 en μ, maar bij numerieke behandeling blijkt q/L zodanig klein te zijn, dat practisch alleen de term (H-y)/L meedoet.

Bij een δ van de orde van 1.10^{-3} meter kan men in het ongunstigste geval een fout groter dan 10% verwachten. Voor $\delta \to 0$ krijgt men de gewone logarithmische singulariteit van een bron in een tweedimensionaal veld. Voor δ van de orde van een decimeter krijgt men dus als hoofdterm de statische potentiaal.