BERKEKENING BETREFFENDE KOBALTBOM.

Prof.Dr Ir A. van Wijngaarden.

Rapport R 206

van de

Rekenafdeling van het Mathematisch Centrum, A'dam.

1 9 5 2 .

BEREKENING BETREFFENDE KOBALTBOM.

Een functie $F(f,h)$ voldoet aan de betrekking:

$$\frac{F(f,h)}{F(100,3.5)} = \frac{1}{p(f)} \cdot \left(\frac{100-15}{f-15}\right)^2 , \qquad (1)$$

waarin $p(f)$ numeriek gegeven is:

f	50	60	70	80	90	100
$p(f)$	0.849	0.897	0.930	0.960	0.983	1.000

Hieruit kan $p(f)$ door kwadratische interpolatie voor willekeurige f worden bepaald. Voorts is h als functie van f vastgelegd door de verge-lijking

$$F(f,h)=\mu e^{\mu f} \left[G(\mu f) - G\left\{\mu(f+h)\right\}\right], \qquad (2)$$

waarin $\mu = 0.446$ en

$$G(x)= x^{-1} e^{-x} + Ei(-x). \qquad (3)$$

De opgave is om hieruit h voor verschillende f te berekenen. De directe berekening stuit op bezwaren, omdat een aanzienlijk verschil in grootteorde bestaat tussen de beide termen in het rechterlid van (2). Daarom wordt als volgt getransformeerd:

$$G(x)= e^{-x} g(x), \qquad (4)$$

en de nieuwe functie $g(x)$ bezit de asymptotische ontwikkeling voor grot waarden van x

$$g(x) \sim x^{-2} + 2!\, x^{-3} - 3!\, x^{-4} + 4!\, x^{-5} - \ldots \qquad (5)$$

Voert men nog in: $x = \mu f$ en $a = \mu h$, dan gaat (2) over in:

$$e^{-a} g(x+a)= g(x) - \frac{1}{\mu} F(f,h). \qquad (6)$$

Voor $f = 100$ is $h = 3.5$. Uit (6) kan dus zonder meer $F(100,3.5)$ worden berekend. Men vindt

$$F(100,3.5)= 3.871 \times 10^{-4}.$$

Uit (1) kan nu voor iedere f de functie $F(f,h)$ berekend worden en daarmede is in (6) de rechterzijde en x bekend. Door iteratie kan nu a en hiermede h worden gevonden. Er bestaat alleen een reele oplossing voor a en dus voor h als de rechterzijde van (6) positief is. Door bere-kening blijkt dat het geval te zijn voor $f > 72.5$. Voor $f = 72.5$ is dus a en daarmede h oneindig groot. Men vindt dan de volgende uitkomst:

f	72.5	75	80	85	90	95	100
h	∞	7.74	5.52	4.66	4.16	3.78	3.50
$(f-72.5)^{1/3} h$		10.5	10.8	10.8	10.8	10.7	10.6

Men ziet, dat de hulpfunctie $(f-72.5)^{1/3} h$ slechts zeer weinig varieer over het in aanmerking komend gebied van f. Een goede benadering is dus desgewenst

$$h \approx 10.7\, (f - 72.5)^{-1/3} . \qquad (7)$$