

STICHTING  
MATHEMATISCH CENTRUM

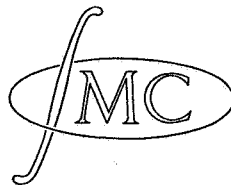
2e BOERHAAVESTRAAT 49  
AMSTERDAM

REKENAFDELING

Rapport R 863

Bepaling autocorrelatiefunctie en  
energiedichtheidsspectrum

S.J.Christen



Mei 1963

## Inleiding

Dit rapport geeft een beknopte beschrijving van een programma dat gemaakt is in opdracht van Ir. H.J.Schoemaker, directeur van het Waterloopkundig Laboratorium in Delft. Het programma is geschreven voor de electronische rekenmachine X1 van het Mathematisch Centrum in Amsterdam.

Formules om van een tijdreeks de autocorrelatiefunctie

en het energiedichtheidsspectrum te bepalen

Van de tijdreeks  $x_i$  bepalen we eerst het gemiddelde

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

De autocorrelatiefunctie is:

$$C_{hr} = \frac{1}{N-hr} \sum_{i=1}^{N-hr} (x_i - \bar{x})(x_{i+hr} - \bar{x}) \approx$$
$$\frac{1}{N-hr} \sum_{i=1}^{N-hr} x_i x_{i+hr} - \bar{x}^2 \quad \text{voor } r = O(1)M.$$

$N$  is het aantal getallen  $x_i$  en  $h$  en  $M$  zijn constanten.

Vervolgens wordt uitgerekend:

$$L_p = C_0 + 2 \sum_{q=1}^{M-1} C_{qh} \cos \frac{p\pi}{M} q + C_{Mh} \cos p\pi$$

voor  $p = O(1)M$ .

Uit deze  $L_p$ 's wordt dan het energiedichtheidsspectrum bepaald.

$$U_p = (L_{p-1} + 2L_p + L_{p+1})/4$$

met  $L_{-1} = L_1$  en  $L_{M+1} = L_{M-1}$  en voor  $p = O(1)M$ .

Invoer

De invoer geschiedt met een 7-gats getallenband, waarop de getallen telkens in één heptade geponst zijn. Dit impliceert dat de getallen niet groter kunnen zijn dan 127 en alle positief zijn.

De getallenband moet er als volgt uitzien:

- |                        |   |  |
|------------------------|---|--|
| 1) stuk blank          | } | ieder getal bestaat uit één<br>heptade |
| 2) nummer              |   |  |
| 3) h                   |   |  |
| 4) M                   |   |  |
| 5) de N getallen $x_i$ |   |  |
| 6) stuk blank          |   |  |

Verder geldt:

$$0 < N \leq 8000$$

$$0 < x_i \leq 127$$

$$M \approx N/100$$

h is een klein geheel getal.

N.B. Ten behoeve van de gebruiker is er nog een andere code waarin de getallenbanden geponst kunnen worden. Na inlezing van een correctiebandje kan het programma deze banden verwerken.

De getallen  $x_i$  worden dan op de volgende manier, telkens in 5 heptades, geponst:

- 1) scheidingsteken
- 2) 1000-tallen
- 3) 100-tallen
- 4) 10-tallen
- 5) eenheden

Behalve het scheidingsteken zijn alle heptades  $\leq 9$ .

Om verschillende redenen geldt hierbij niet de gewone interpretatie van de gaatjes op de band.  
Bij deze banden geldt wat in het volgende tekeningetje, dat een heptade voorstelt, hopelijk duidelijk te zien is.

o o o : o o o o  
8 4 2 1

Het scheidingsteken ziet er als volgt uit:

• • o : • o o o

Na het laatste getal komt het sluitsymbool:

• • • : o o o o

Voor de getallen  $N$ ,  $x_1$ ,  $h$  en  $M$  gelden dezelfde restricties als bij de eerstgenoemde code.

Een band die geponst is volgens deze tweede code ziet er als volgt uit:

- 1) stuk blank
  - 2) nummer
  - 3) h
  - 4) M
- } in één heptade volgens de gewone  
ponsconventies
- 5) de  $N$  getallen  $x_1$  ieder getal in 5 heptades
  - 6) sluitsymbool
  - 7) stuk blank

Programma

Het programma beslaat de kanalen 32 t/m 39 en maakt gebruik van de volgende subroutines:

		beginadres
P56	Magazijn voor het aanroepen van interne typ-ponssubr.	26159 X0
P47	Dubbele lengte aftrekking	1024 X13
P25	Typ (R)	26269 X0
P22	Dubbele lengte optelling	25629 X0
P2	Cosinus	1024 X26

Verder gebruikt P25 nog de subroutines P11, P20 en P21 (alle in dood geheugen) en P2 gebruikt P10 met beginadres 1024 X27.

Het programma leest de getallen van de band en bergt ze op. De N getallen  $x_1$  t/m  $x_N$  worden gelezen, geteld en opgeborgen te beginnen op kanaal 64.

Eerst wordt het kwadraat van het gemiddelde uitgerekend en in dubbele lengte opgeborgen met de komma tussen de twee woorden.

De autocorrelatiefunctie  $C_{hr}$  wordt op de volgende manier uitgerekend:

In het geheugen worden 127 telhokjes = 0 gemaakt, te beginnen op adres 0 Z HO = 1024 X8.

Voor  $i = 1(1)N-hr$  wordt nu het volgende gedaan:

$$x_i + [x_{i+hr} \text{ HO}] \Rightarrow [x_{i+hr} \text{ HO}]$$

Daarna wordt  $\sum_{i=1}^{127} [i \text{ HO}] i$  uitgerekend, waarbij geen gebruik

wordt gemaakt van de vermenigvuldiging.

Na aftrekking van  $\bar{x}^2$  vinden we dan een  $C_{hr}$ .

Via P25 worden de (M+1) C's uitgetypt. In het geheugen staan ze in dubbele lengte te beginnen op kanaal 46.

De functie  $L_p$  wordt uitgerekend en opgeborgen te beginnen op kanaal 52.

Vervolgens wordt uit de functie  $L_p$  het energiedichtheids-spectrum bepaald en uitgetypt.

### Opmerkingen

- 1) Het magazijn begint op plaats 10080 X0 en heeft de lengte 700.
- 2) Het startadres is 1024 X0. Als alles goed verloopt stopt de X1 op plaats 15 Z E5 = 1039 X5.
- 3) Door het programma worden de volgende werkruimten gebruikt: 0 - 7 X0; 10 X0; 24 X0; 4 - 12 X1.

Uitvoer

De uitvoer begint met een TWNR en het typen van nummer en h, zonder teken.

Vervolgens tweemaal een TWNR waarna de autocorrelatiefunctie wordt uitgetypt in de vorm: breuk van 2 cijfers gevolgd door een macht van tien. Er komen 8 floating getallen op een regel.

Hierna komt weer een regel blank gevolgd door het uittypen van het energiedichtheidsspectrum, op dezelfde wijze als de autocorrelatiefunctie.





Algemene Voorponsing

DPZE 1024 X0	
DPZF 2048 X0	x <sub>1</sub> t/m x <sub>N</sub>
DPZH 0 Z E8	
DPHW 26159 X0	P56
DPZL 0 Z H5	P47
DPZR 0 Z L1	C <sub>r</sub>
DPFT 26269 X0	P25
DPZT 0 Z R6	L <sub>p</sub>
DPHY 25629 X0	P22
DPZU 0 Z T6	P2

Voorponsing P47

DPZE 1024 X13	
DPZF 25629 X0	

Voorponsing P2

DPZE 1024 X26	
DPZF 1024 X27	

Voorponsing P10

DPZE 1024 X27	
---------------	--

	DA	0	Z	EO	DI		
0	2A	12			A		
1	6A	26		XO			
2	OT	31		E5	P		
3	2A	16			A		
4	6A	31		X2		aantal getallen per regel	
5	6T	0	H	WO	0	=) Voorbereiding P56	
6	6T	10		D28	0	=) Extra regel blank	
9 →	7	2Z	1	XP		lees heptade	
8	6S	24		XO	Z		
9	Y 1T	3			A	→ skip blank	
10	6T	3	H	WO	1	=) typ nummer	
11	DT AG3	NL3		XT	DI		
12	2Z	1		XP			
13	6S	12		X1		h	
14	6T	3	H	WO	1	=) typ h	
15	DT AG3	NL3		XT	DI		
16	2Z	1		XP			
17	6S	7		XO			
18	6S	3		XO		M naar tellingen	
19	6S	4		XO			
20	6S	5		XO			
21	1S	1			A		
22	6S	11		X1		M - 1	
23	2B	0			A		
27 →	24	2Z	1	XP			
25	6S	1	Z	FO	B	Z	berg de getallen x <sub>1</sub>
26	N OB	1			A		
27	N 2T	24		EO	A	→	
28	6B	4		X1		N	
29	2A	0			A		
30	6A	5		X1		r:= 0	
31	6A	6		X1		p:= 0	

		DA	0	Z E1	DI	
	0	7A	0	FO		0 FO:= -0
	1	2B	4	X1		N
	2	2S	0	FO	B	
5 →	3	1B	1		A Z	
	4	N OS	0	FO	B	
	5	N 2T	3	E1	A	→
	6	OD	4	X1		/N
	7	6S	7	X1		berg kop $\bar{x}$
	8	2D	4	X1		
	9	6S	8	X1		berg staart $\bar{x}$
	10	2S	7	X1		
	11	2X	8	X1		
	12	2P	1	AS		
	13	2T	0	E6	A	⇒ vorm kwadraat van $\bar{x}$
11E6 ⇒	14	6T	12	E6	2	=) Extra regel blank
4E3 →	15	2S	12	X1		
	16	3X	5	X1		
	17	OS	4	X1		
	18	6S	9	X1		N - h x r
	19	2A	0		A	
	20	2B	127		A	
23 →	21	6A	0	Z HO	B	] maak 127 plaatsen = 0
	22	1B	1		A Z	
	23	N 2T	21	E1	A	
	24	2S	9	X1		
	25	OS	28	E5		
	26	6S	1	E2		
	27	2S	5	X1		
	28	2X	12	X1		h x r
	29	OS	9	X1		
	30	OS	29	E5		
	31	6S	2	E2		

	DA	0	Z	E2	DI	
4→0	3B	1			A	
1	(				)	2S i FO C P
2	(		DX2		)	Y 2B i+hxr FO C
3	Y 4S	0		HO	B	
4	Y 2T	0		E2	A	→
5	2S	0			A	
6	6S	0		XO		
7	7S	0		HO		0 HO:= -0
8	2A	30		E5		
9	6A	10		E2		
13→10	(		DX1		)	2A i HO C P
11	Y 4A	0		XO		
12	Y OS	0		XO		
13	Y 2T	10		E2	A	→
14	4P			SS	P	
15	N OLS	0		D15		
16	Y 2A	0			A	
17	N 2A	1			A	
18	OD	9		X1		
19	6S	10		X1		
20	2D	9		X1		
21	2A	10		X1		
22	2B	7		X1	A	adres $\bar{x}^2$
23	6T	1		LO	O	=) dubb.lengte aftr.
24	2B	5		X1		r
25	OB	5		X1		
26	6A	0		RO	B	berg $C_r$ in dubb.lengte
27	6S	1		RO	B	
28	6P			AS		normeer
29	6S	0		X1		berg staart
30	1B	2074			A	
31	5P			BS		kar. in S

	DA	0	Z E3	DI		
0	2B	2		A		
1	6T	0	F TO	2	=)	typ $C_r$ P25
2	2A	1		A		
3	4A	5	X1			$r := r + 1$
4	4T	15	Z E1	5 E	→	volgende $C_r$
11E4→	5	2A	6	X1		
6	1P	1	AA	P		is p even?
7	2B	7	XO			M
8	OB	7	XO			
9	OB	0	RO	A		
10	2A	0	RO			$C_0$
11	2S	1	RO			
12	Y 6T	1	H YO	0	=)	dubb.lengte opt.
13	N 6T	1	Z LO	0	=)	dubb.lengte aftr.
14	6A	4	X1			berg $C_0 \pm C_M$
15	6S	5	X1			
16	2A	6	X1			
17	2D	7	XO			
18	6S	7	X1			p/M
19	2S	11	X1			M - 1
20	6S	6	XO			
4E4→	21	2S	6	XO		
22	2X	7	X1			
23	1P	1	AS			
24	OP	1	SA			
25	6T	0	UO	1	=)	$\cos\pi\{S\} = \{S\}$
26	6S	8	X1			
27	2B	6	XO			] 2 x telling
28	OB	6	XO			
29	2X	1	RO	B		
30	2S	8	X1			
31	OX	0	RO	B		

	DA	0	Z E4	DI		
0	2B	4	X1	A		
1	6T	1	H YO	O	=)	dubb.lengte opt.
2	6A	4	X1			
3	6S	5	X1			
4	4T	21	Z E3	6 P	→	
5	2T	0	E7	A	⇒	
9E7⇒ 6	0B	6	X1			
7	6A	0	TO	B		berg Lp
8	6S	1	TO	B		
9	2A	1		A		
10	4A	6	X1			p:= p+ 1
11	4T	5	E3	3 P	→	
12	N 2T	30	E4	A	→	
13	2A	7	XO			
14	1P	1	AA	P		is M even?
15	N OLA	0	D15			
16	6A	1	XO			telling voor opt.
17	N OA	1		A		
18	6A	2	XO			telling voor aftr.
19	2A	0	RO			
20	2S	1	RO			
21	2B	4	RO	A		
24→ 22	6T	1	H YO	O	=)	dubb.lengte opt.
23	0B	4		A		
24	4T	22	Z E4	1 P	→	
25	2B	2	RO	A		
28→ 26	6T	1	LO	O	=)	dubb.lengte aftr.
27	0B	4		A		
28	4T	26	E4	2 P	→	
29	2T	0	E7	A	⇒	
12 ⇒ 30	6T	12	E6	2	=)	Extra regel blank
31	2A	0		A		

	DA	0	Z E5	DI		
0	6A	6	X1			
1	2B	0	TO	A Z		No cond!
21 →	2	2A	2	X0 B		
	3	2S	3	X0 B		
27 →	4	6T	1	H YO	O	=) dubb.lengte opt.
	5	6P		AS		normeer
	6	6S	0	X1		berg staart
	7	1B	2073		A	
	8	5P		BS		kar. in S
	9	Y 1S	1		A	
	10	2B	2		A	
	11	6T	0	F TO	2	=) typ U <sub>p</sub> P25
	12	4T	16	Z E5	7 E	→
	13	6T	5	D1	O	=) TPA?
	14	Y 1T	2		A	→
	15	7P				stop
12 ⇒	16	2B	6	X1		
	17	0B	1		A	
	18	6B	6	X1		p := p + 1
	19	0B	6	X1		
	20	0B	2-	TO	A Z	No cond!
	21	4T	2	Z E5	4 Z	→ UM nog uitrekenen
	22	2A	2	X0 B		
	23	2S	3	X0 B		
	24	2P	1	AS		2L <sub>p</sub>
	25	6T	1	H YO	O	=) dubb.lengte opt.
	26	0B	4		A P	
	27	2T	4	Z E5	A	⇒ Yes cond!
	28	2S	1	FO	C P	
	29	Y 2B	1	FO	C	
	30	2A	128	HO	C P	
	31	DN +	6553	6000		codewoord



	DA	0	Z E6	DI	
13E1⇒	0	6S	9	X1	
	1	2S	7	X1	
	2	0X	7	X1	
	3	6S	7	X1	voorlopige kop
	4	2S	8	X1	
	5	2X	8	X1	
	6	0A	9	X1	P
	7	N 2S	1		A
	8	N 4S	7	X1	
	9	N OLA	0	D15	
	10	6A	8	X1	berg staart
	11	2T	14	E1	A ⇒
=)	12	2A	0		A
	13	6T	7	H WO	1 =) TWNR
	14	2S	0		A
	15	6T	3	H WO	1 =) Tab
	16	DT AGO	XT		DI
	17	2A	0		A
	18	6T	7	H WO	1 =) TWNR
	19	2T	10	XO	E ⇒ klaar

	DA	0	Z E7	DI	
5E4 29E4 →	0	2P	1 AS		
	1	2B	0 RO	A	
	2	6T	1 LO	O	=) dubb.lengte aftr.
	3	0B	7 XO		M
	4	0B	7 XO		
	5	N 6T	1 H YO	O	=) dubb.lengte opt.
	6	Y 6T	1 Z LO	O	=) dubb.lengte aftr.
	7	2B	3 XO	P	
	8	2B	6 X1		
	9	2T	6 E4	A	⇒
		DA	31 X1	DN	
		+ 2294 7680			

700.2<sup>15</sup>+ 10080 t.b.v. P56

Correcties t.b.v. decimaal-binair geponste banden

	DA	0	Z EO	DI	
0	2A	12		A	
1	6A	26	XO		
2	0T	31	E5	P	
3	2A	16		A	
4	6A	31	X2		aantal getallen per regel
5	6T	0	H WO	0	=) Voorber. P56
6	2A	0		A	
7	6T	7	H WO	1	=) TWNR
10 → 8	2Z	1	XP		lees heptade
9	6S	24	XO	Z	
10	Y 1T	3		A	→ skip blank
11	6T	3	H WO	1	=) typ nummer
12	DT AG3	NL3	XT	DI	
13	2Z	1	XP		
14	6S	12	X1		h
15	6T	3	H WO	1	=) typ h
16	DT AG3	NL3	XT	DI	
17	2Z	1	XP		
18	6S	7	XO		] M naar tellingen
19	6S	3	XO		
20	6S	4	XO		
21	6S	5	XO		
22	1S	1		A	
23	6S	11	X1		M - 1
24	2B	0		A	
25	6B	4	X1		
26	2Z	1	XP		scheidingsteken
19U3 → 27	2Z	1	XP		lees duizendtal
28	2Z	1	XP		lees honderdtal
29	4P		SS	Z	$x_i < 100 ?$
30	N 2S	100		A	
31	2T	0	Z U3	A	⇒

Correcties t.b.v. decimaal-binair geponste banden  
 (vervolgblad 1)

	DA	0	Z U3	DI	
31EO ⇒ 0	6S	5	X1		
1	2Z	1	XP		lees tiental
2	4P		SB	Z	
3	N 2S	0	U4	B	
4	N 6Z	33	XX		verm. met 10
5	N 4S	5	X1		
6	2Z	1	XP		lees eenheid
7	4P		SB		
8	2S	0	U4	B	
9	0S	5	X1		
10	2B	4	X1		
11	6S	1	Z FO	B	
12	2Z	1	XP		
13	1S	7		A Z	sluitsymbool?
14	0B	1		A	
15	6B	4	X1		
16	N 2T	27	EO	A	→
17	2A	0		A	
18	6A	5	X1		
19	6A	6	X1		
20	2T	0	E1	A	⇒

Correcties t.b.v. decimaal-binair geponste banden  
(vervolgblad 2)

	DA	0	Z U4	DN
0		+ 0		
1		+ 0		
2		+ 8		
3		+ 0		
4		+ 4		
5				
6		DX3		
7				
8		+ 2		
9				
10		DX3		
11				
12		+ 6		
13				
14		DX3		
15				
16		+ 1		
17		+ 0		
18		+ 9		
19		+ 0		
20		+ 5		
21				
22		DX3		
23				
24		+ 3		
25				
26		DX3		
27				
28		+ 7		