MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM
STATISTISCHE AFDELING

Leiding: Prof. Dr D. van Dantzig
Chef van de Statistische Consultatie: Prof. Dr J. Hemelrijk

Rapport S 171

Uitkomsten van het econometrisch decisieprobleem der kritieke dijkhoogte voor Centraal Holland.

door
Prof.Dr D. van Dantzig
en
Prof.Dr J. Hemelrijk

1955

1. Inleiding en overzicht der uitkomsten.

Naar aanleiding van het rapport ΔC1871 van de hand van Ir Bischoff van Heemskerck over het decisieprobleem der dijkverhogingen van Centraal Holland, worden in dit rapport nogmaals enkele punten van dit probleem besproken, gedeeltelijk onder verwijzing naar de vroeger verschenen rapporten S 149 en S 149A van het Mathematisch Centrum.

Vooropgesteld zij, dat het o.i. zeker zinvol en verhelderend is, dat Ir Bischoff van Heemskerck naast de "analytische" ook de "grafische" methode heeft toegepast en eveneens, dat het nuttig is de uitkomsten, verkregen met extreme waarden der geschatte constanten te vergelijken met de uitkomst, verkregen met de schattingen zelf.

Wij menen, dat de volgende punten uit het rapport van Ir Bischoff van Heemskerck aan een kritische beschouwing onderworpen moeten worden. Eenvoudigheidshalve zijn alle formuleringen en berekeningen betrokken op Hoek van Holland resp. Centraal Holland.

1. De in nota ΔC1871 gebruikte waarden voor de kansdecimeringsverhoging a', die de helling der HW-overschrijdingslijn bepaalt, zijn veel te laag. De waarde 0,75 moet niet als een bijzonder hoge, maar als een afronding van de beste thans bekende schatting (0,74) beschouwd worden. Er is geen redelijke grond, om aan te nemen, dat deze schatting te hoog zou zijn.

2. Indien voor de onnauwkeurig bekende constanten intermediaire waarden worden aangenomen, is het noodzakelijk een onzekerheidsfactor (ongeacht de factor voor "imponderabilia" of niet-economische waarden) toe te voegen waarvoor in S 149 $f_2=3$ werd voorgesteld. Veel kleiner mag deze waarde zeker niet zijn, om een verantwoord resultaat te krijgen.

Een toelichting op deze twee punten wordt in latere paragrafen gegeven. De conclusie, waartoe wij geraken, is, dat de op blz. 6 van ΔC 1871 als oplossing van het probleem vermelde kritieke stormvloedstand [1] van 5,20 à 5,50 m niet verantwoord

1) "Kritiek" is te verkiezen boven het Germanisme "maatgevend".

moet worden geacht en met ongeveer 1 m tot 6 à 6,50 m verhoogd dient te worden. De berekeningen, die tot deze conclusie leiden, zijn in par. 6 beschreven.

Een opmerking van secudair belang is:

3. Hoewel het in principe op hetzelfde neerkomt of men de twee factoren f_2 en f_3 dan wel de bijbehorende extraverhogingen $X_2 = a'\log f_2$ en $X_3 = a'\log f_3$ willekeurig vaststelt, verdient bij variabele a' eerstgenoemde methode de voorkeur.

In par. 5 worden enige punten van het rapport ΔC 1871 besproken, waarvoor de opmerkingen niet leiden tot wijzigingen in de numerieke resultaten. Enkele andere punten waarop de kritiek niet van principieel belang is, blijven in dit rapport onaangeroerd.

2. De kansdecimeringsverhoging a'.

Deze constante, die voor de bepaling van de Wemelsfelderlijn fundamenteel is, is thans één van de best bekende van alle in de formule voorkomende constanten. De aannemelijkste schatting ("maximum likelihood estimate") op grond van de Van der Ham-selectie is $a' = 0{,}74$ (vgl. rapport 1954-11(IV) van het Mathematisch Centrum); symmetrische 10% resp. 5% betrouwbaarheidsintervallen, waarvan de berekening in een later rapport beschreven zal worden, zijn

$$0{,}64 \leqq a' \leqq 0{,}865$$

resp.

$$0{,}62 \leqq a' \leqq 0{,}89 .$$

Deze symmetrische betrouwbaarheidsintervallen (waarbij dus de kansen op overschrijding van de bovengrens en op onderschrijding van de ondergrens aan elkaar gelijk, dus 5% resp. 2½% zijn) liggen tengevolge van de scheefheid niet symmetrisch t.o.v. de geschatte waarde, die evenredig met de gemiddelde overschrijding van een bepaald peil is. Men zou daarom ook de mediaan als schatting kunnen gebruiken, die $a' = 0{,}765$ geeft, maar minder nauwkeurig is (minder "informatie") verwerkt.

De fundamentele vraag is:

Is het juist, selecties als die van Drs Van der Ham te gebruiken, of kan men even goed of beter met alle beschikbare HW-standen werken?

Dat dit laatste niet het geval is, kan als volgt worden ingezien.

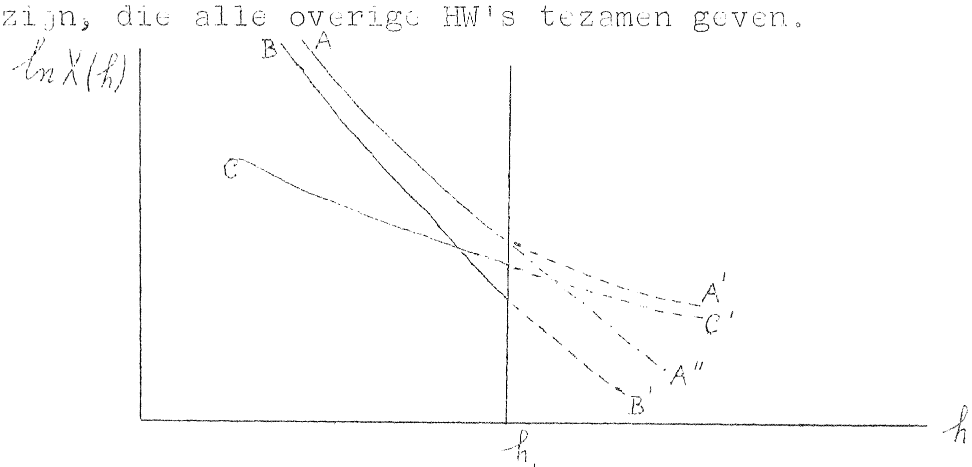
De gebruikelijke statistische methoden berusten alle op twee onderstellingen: a) de afzonderlijke waarnemingen zijn onderling onafhankelijk, b) zij bezitten alle dezelfde wh-verdeling; anders gezegd: zij zijn afkomstig uit een homogene populatie (Weliswaar bestaan er ook statistische methoden, die niet op deze onderstellingen berusten, maar deze zijn veel minder ver ontwikkeld en vereisen zoveel omvangrijker bere-keningen, dat zij voor het ogenblik niet voor toepassing in aanmerking komen.

Beschouwt men nu alle HW-standen, dan zijn deze onderstellingen beide niet vervuld. Vooreerst kunnen opeenvolgende HW-standen onderling afhankelijk zijn, doordat eenzelfde meteorologische toestand zich over twee of meer opeenvolgende HW's uitstrekt (en ook, zij het in mindere mate, door schommelingen in het NZ-bekken). Hieraan zou men desnoods tegemoet kunnen komen, door niet alle HW-standen te nemen, maar na elke HW b.v. twee over te slaan. Dit helpt echter niet t.a.v. de tweede onderstelling: de populatie van alle HW's is beslist niet homogeen. Vooreerst is er een duidelijke seizoensfluctu-atie: HW's zijn - statistisch gesproken! - 'szomers lager dan 'swinters. Voorts geeft de Van der Ham-selectie, die gebaseerd is op de depressie-banen en dus nauw aansluit op de meteorologische oorzaken van zeer hoge waterstanden, een aanzienlijk hogere waarde voor α', terwijl ook bij deze selectie de hoogste waterstanden nog een tendentie vertonen hoger te liggen dan men op grond van de bij deze selectie aangepaste rechte lijn zou verwachten. Dit betekent, dat rechtlijnige extrapolatie van deze lijn eerder een onderschatting dan een overschatting van de werkelijke gevaren geeft. Wenst men de rechtlijnige extrapolatie niet te gebruiken, omdat deze niet door een theoretische basis gesteund wordt, dan zal men op grond van de hoogste waarnemingen de lijn in de richting van deze waarnemingen moeten laten afbuigen, hetgeen tot nog grotere dijkverhogingen zou leiden. Anderzijds is het niet uitgesloten, dan het KNMI op den duur in staat zal zijn een scherpere selectie te maken, waardoor deze afbuiging in de hoogste waarnemingen zou verdwijnen. Op het ogenblik zijn er vermoedelijk nog te weinig waarnemingen beschikbaar om zulk een eventuele scherpere selectie statistisch bruikbaar te doen zijn.

Tenslotte behandelen wij nogmaals de principiële vraag: Moet in het onderhavige geval de decisie met betrekking tot de dijkverhoging gebaseerd worden op een zo scherp mogelijk meteorologisch geselecteerde populatie van HW's dan wel op de gehele (inhomogene) populatie?

Dat het eerste het geval is, kan geïllustreerd worden aan de hand van figuur 1, waar de situatie, enigszins overdreven, voorgesteld is. Om meningsverschillen over al of niet rechtlijnigheid te voorkomen, is de figuur voor kromme lijnen getekend. Voor de hier te bespreken vraag is deze kwestie van geen invloed.

In figuur 1 is de HW h op de horizontale as uitgezet en $\ln X(h)$, waarin $X(h)$ het gemiddelde aantal overschrijdingen van h per jaar voorstelt, op de vertical as. Laat nu CC' de HW overschrijdingslijn voorstellen, voortkomende uit HW's van depressies, die een gevaarlijke baan volgen en laat BB' de lijn zijn, die alle overige HW's tezamen geven.



Figuur 1. De gevaren van extrapolatie bij een inhomogene populatie.

De ligging van deze twee lijnen is inderdaad zo als in figuur 1 geschetst is. De lijn AA', behorende bij de gehele populatie van HW's, wordt dan verkegen door de $X(h)$'s van CC' en BB' op te tellen. Daar de verticale schaal logarithmisch is, zal AA' links dicht bij BB' en rechts zeer dicht bij CC' komen. De verticale lijn bij $h = h_1$ stelt de grens van de waarnemingen voor. Deze liggen (tot nu toe) allemaal, of vrijwel allemaal, links van h_1. De gestippelde delen der lijnen zijn dus door extrapolatie verkregen. Het is duidelijk, dat voor de hoogte der dijken het gestippelde deel der lijn AA' van belang is.

Maar indien men het "zichtbare" deel van deze lijn zou extrapoleren, verkrijgt men zoiets als AA'', een extrapolatie, die onder CC' en dus zeker onder AA' verloopt, hetgeen een grove onderschatting van het werkelijke gevaar betekent. Men houde daarbij in het oog, dat de waarnemingspunten niet precies op een gladde kromme (of rechte) liggen. Dat een dergelijke extrapolatie als AA'' inderdaad herhaaldelijk geschied is blijkt uit het feit, dat de door ons gevonden lijn CC' reeds vanaf vrij geringe h boven de door anderen voorgestelde extrapolaties verloopt.

Ons voorstel komt nu overeen met het gebruik van CC', hetgeen dus, strikt genomen, nog aan de lage kant is. De extrapolatie van AA', mits zo uitgevoerd, dat deze boven CC' blijft liggen, zou nog beter zijn. Daar echter BB' in het gebied, waar het om gaat, veel lager loopt dan CC' is er in dat gebied vrijwel geen verschil tussen CC' en AA'. Het verschil bij lage waarden van h heeft geen invloed, daar deze HW's niet gevaarlijk zijn. Het gebruik van AA'' is echter in het geheel niet verantwoord.

Een misverstand zou wellicht daardoor kunnen ontstaan, dat bij zeer vele statistische problemen inderdaad de gehele (gemengde) populatie gebruikt zou moeten worden. Of dit echter al dan niet het geval is, hangt af van de vraag, of de te trekken conclusies of te nemen decisies al dan niet op de gehele populatie betrekking hebben. In het onderhavige geval is dit niet zo, daar het criterium voor de bruikbaarheid van een dijk gelegen is in zijn bestand zijn tegen de hoogst voorkomende waterstanden. Bij veiligheidsproblemen van andere aard, waar b.v. het vóórkomen van zéér vele tamelijk (maar niet extreem) hoge waarden van de kritieke grootheid (hier: HW-stand) gevaarlijker zou zijn dan dat van enkele extreem hoge, zou er meer reden zijn om de gemengde populatie te gebruiken.

Concluderende kunnen wij dus zeggen, dat de door Ir Bischoff van Heemskerck gebruikte waarden van α' voor C_1, C_2, C_3, t.w. 0,45; 0,75 en 0,60 beslist niet te verantwoorden zijn. Men zou hiervoor 0,62; 0,89 en 0,74 (of afgerond 0,60; 0,90 en 0,75) moeten nemen, of bij alle drie krommen 0,75. Dienovereenkomstig moet dan ook p_0 bepaald worden. Wij willen er nog op wijzen, dat op grond van de in het M.C. opgedane ervaring, waarbij allerlei andere in aanmerking komende methoden ook nog geprobeerd zijn, de gevonden waarde van 0,74 ons voorkomt nog iets aan de lage kant te zijn, terwijl 0,89 ons wel zeer hoog voorkomt, zonder dat wij daarvoor quantificeerbare redenen kunnen opgeven. Met de overblijvende onzekerheid kan o.i. het beste op de onder 3 aangegeven wijze rekening worden gehouden.

3. De onzekerheidsfactor f_2.

Om analoge redenen als boven vermeld, t.w. omdat wij hier met een veiligheids-, en niet met een wetenschappelijk schattingsprobleem te maken hebben, is het beslist onverantwoord de onzekerheden in de verschillende constanten te verwerken door een gemiddeld resultaat te gebruiken. Men moet hetzij de ongunstigste, redelijkerwijze in aanmerking komende schattingen gebruiken, hetzij bij het gemiddelde een extra verhoging voor de onzekerheid optellen. In S 149 en S 149A hebben wij voorgesteld dit te doen door onder het logarithme-teken een factor 3 toe te voegen, omdat wij op grond van onze ervaring met allerlei waarden-combinaties de indruk hebben, dat $f_2 = 3$ de orde van grootte der onzekerheden redelijk behoorlijk weergeeft en deze zeker niet onderschat. Zowel in η als in de economische grootheden, vooral in V kan gemakkelijk een fout van 50 à 100% of zelfs nog meer schuilen. Voor Hoek van Holland betekent $f_2 = 3$ met $\alpha' = 0{,}75$ een extra verhoging $X_2 = \alpha' \log f_2 = 0{,}36$ m. Een wezenlijk kleinere waarde, b.v. $f_2 = 2$ $(X_2 = 0{,}225)$ ware o.i. zeer beslist te laag.

Opgemerkt dient hierbij nog te worden, dat niet slechts in de techniek, maar ook op andere economische terreinen een verschijnsel overeenkomende met de extra verhoging X_2 voorkomt. Met name geschiedt dit in het schadeverzekeringswezen, doordat de assuradeur de premie bepaalt op grond van (veelal op het oog geschatte) schadekansen, die hij daarom altijd zal trachten aan de hoge kant te taxeren. Ook moet in dit verband de zgn. "egalisatiereserve" worden bezien, die dient om fluctuaties ten opzichte van het gemiddelde op te vangen. Anderzijds is ook de verzekerde bereid, voor het wegnemen van het grootste deel van het risisco wat méér te betalen dan met de schadeverwachting overeenkomt. De meeste ondernemingen (uitgezonderd zeer grote concerns, die eventuele schade gemakkelijk kunnen opvangen, en zeer kleine ondernemingen, die de premie niet kunnen opbrengen) zullen er ook niet toe overgaan, b.v. een brandverzekering op te zeggen, omdat ze daaraan b.v. gedurende 25 jaren meer premie betaald hebben dan ze aan schadeuitkering hebben ontvangen. Hetzelfde geldt voor particulieren, b.v. met betrekking tot ziekenhuis- en operatiekosten-verzekering, automobielverzekering, brand- en inbraakverzekering, e.d. voor fruittelers t.a.v. glasschadeverzekering, enz.enz.

Hoe groot deze in het assurantiewezen impliciet optredende "veiligheidsfactor" is, is op grond van de schaarse statistische gegevens niet na te gaan. Er is echter wel enige reden om aan te nemen, dat deze gemiddeld in de buurt van 2 ligt, zodat, vooral in een geval als het onderhavige, waar enorme risico's met zeer onzekere gegevens gepaard zijn, een factor 3, ook economisch bezien, zeker niet onredelijk genoemd mag worden.

Opgemerkt dient nog te worden, dat de verzekerde zelfs als indirecte schade ("consequential loss") door productiederving e.d. mede verzekerd is, (welke in ons geval in de waarde V inbegrepen behoren te zijn), doorgaans bereid zal zijn een hoger bedrag dan de verzekeringspremie (die zelf reeds hoger is dan de schadeverwachting) uit te geven, als hij daarmede de schade (brand, inbraak, enz.) kan voorkómen. Deze extra factor hebben wij niet in f_2, maar in f_3 opgenomen, daar f_2 alleen dient om de mogelijkheid op te vangen, dat de onbekende factoren te laag geschat zouden zijn, terwijl f_3 dient om "ideële waarden" op te nemen, waartoe dus ook de meerdere "waarde" van het voorkómen in vergelijking tot het vergoeden van rampschade behoort. Natuurlijk heeft het geen enkele practische betekenis, de factoren f_2 en f_3 te onderscheiden, maar voor een goed begrip van de situatie is het wel nodig, dat men er zich rekenschap van geeft, dat deze beide factoren zéér verschillend van aard zijn, en beide ingevoerd moeten worden, zoals b.v. een verzekeringsmaatschappij ook niet de premiereserve, de egalisatiereserve, de reserve voor koersverschillen etc. tot één enkele reserve zal samenvatten.

4. De factoren f_2 en f_3.

Wij hebben in S 149 gemeend, de resterende onzekerheid, zowel als de imponderabilia te moeten weergeven door aan de grootheid C toe te voegen factoren, die dus tot termen $X_2 = {}^{a'}\log f_2$ en $X_3 = {}^{a'}\log f_3$ in de som X leiden, die van a' afhankelijk zijn. Ir Bischoff van Heemskerck betoogt (pag. 4, onder f) dat dit ongewenst is en dat het beter is, X_2 en X_3 onafhankelijk van a' vast te stellen. O.i. is dit niet juist. Om dit in te zien, kan men wederom een denkbeeldig geval beschouwen, waarin de verschillen zeer duidelijk tot uitdrukking komen. Beschouwen wij derhalve twee denkbeeldige polders A en B, die in alle opzichten (met name: waarde V en bevolking, huidige overschrijdingskans p_0, enz.) overeenstemmen, maar zeer verschillende a' hebben, b.v. $a' = 0{,}45$ resp. $a' = 0{,}90$. De bijbehorende waarden van X_0 en X_1 zijn dan voor B ongeveer tweemaal zo groot als voor A. Welke reden kan er dan echter zijn om voor X_2 en X_3 in beide gevallen dezelfde waarde te kiezen? O.i. is het redelijk ook deze waarden bij B tweemaal zo groot te nemen als bij A, omdat daardoor het feit uitgedrukt wordt, dat B (dus ook de daar levende bevolking) zoveel meer gevaar loopt dan A.

Wij hebben in S 149 naast $f_2 = 3$ ook $f_3 = 3$ voorgesteld, bij $a' = 0{,}75$ overeenkomende met $X_3 = 0{,}36$ m, maar achten ook $f_3 = 2$ overeenkomende met $X_3 = 0{,}225$ verdedigbaar.[2] Deze waarde verschilt niet noemenswaard van de door Ir Bischoff van Heemskerck voorgestelde $X_3 = 0{,}20$. Een natuurlijk niet principieel, maar zeker wel bruikbaar argument voor onze keuze lijkt ons gelegen te zijn in het feit, dat de Regering uiteindelijk de voorstellen voor het ten dele uit niet-deskundigen bestaande parlement zal moeten verdedigen, en via de pers aan het Nederlandse volk zal moeten bekend maken. Nu zal een keuze van $X_3 = 0{,}20$ op een totale dijkverhoging van 1,5 à 2 m op een leek de indruk maken van "Zijn mensenlevens niet méér waard dan 20 cm dijkverhoging?", terwijl de door ons voorgestelde keuze o.i. ook op voor leken overtuigende wijze kan worden uiteengezet, ongeveer als volgt: De economische meest verantwoorde verhoging van de dijken om in de toekomst het gevaar voor overstromingsrampen zo klein mogelijk te maken, bedraagt volgens de beste thans bekende schattingen 1,5 à 2 m. Daarbij is

2) De naam "correctiefactor, (resp. term) voor niet-economische waarden" lijkt ons gelukkiger dan "onwetendheidsfactor", omdat de onwetendheid (resp. onzekerheid) omtrent de constanten reeds door f_2 (resp. X_2) tot uitdrukking wordt gebracht.

inbegrepen de daling van de bodem, de rijzing van de zeespiegel en de inklinking van de dijken gedurende 3/4 eeuw of zoveel langer of korter als op grond van toekomstige nauwkeuriger waarnemingen nodig zal blijken te zijn. Daar bij de berekening van de formule verschillende getallen gebruikt zijn, die niet nauwkeurig bekend zijn, moet een extra veiligheid worden aangebracht.
Hiervoor is een "veiligheidsfactor" 3 genomen, d welke leidt tot (in Hoek van Holland) 36 cm extra verhoging. Ook is dan nog geen rekening gehouden met niet-economische waarden, zoals mensenlevens en cultuurgoederen, die bij een overstroming verloren kunnen gaan en voorts met het feit, dat men eenzelfde bedrag beter kan besteden aan het voorkómen dan aan het herstellen van een overstromingsschade, d.w.z. dat het gewenst is voor het voorkómen van een schade méér uit te geven dan de schade zelf zou bedragen. Daar deze niet-economische waarden niet berekenbaar zijn, is daarvoor als redelijke schatting een even groot bedrag aangenomen als de materiële waarden (landerijen, huizen, fabrieken, kassen enz.enz.) in het gevaar lopende gebied tezamen bedragen. Op grond daarvan moet de dijkverhoging nogmaals met 22,5 cm worden vermeerderd.

Zoals gezegd is het aan te nemen dat een verdubbeling van de materiële waarden teneinde de "ideële" of niet-economische waarden toch in aanmerking te nemen voor een leek veel aannemelijker zijn dan een extra verhoging van 20 cm, al zijn de uitkomsten nauwelijks verschillend.

5. Verdere opmerkingen.

Tenslotte nog enkele opmerkingen over punten, die op de numerieke resultaten geen invloed hebben.

a. Invloed van huidige kritieke dijkhoogte.

Wanneer men voor de kosten van een dijkverhoging X een lineaire functie van X aanneemt, is de toekomstige kritieke stormvloedstand $X+H_0$ niet slechts bij benadering (vgl. ΔC 1871, pag 3 onderaan), maar zelfs exact onafhankelijk van de huidige H_0 (en de daarbij behorende p_0). Men kan dit als volgt inzien.

De na dijkverhoging overblijvende verdisconteerde schadeverwachting L hangt alléén van het toekomstige, kritieke stormvloedpeil H, niet van het huidige (H_0), af:

De kosten van dijkverhoging (J) daarentegen hangen alleen van het verschil $H-H_0$ af: $J=J(H-H_0)$ Het decisieprobleem bestaat daarin, dat de som van beide, dus $J(H-H_0)+L(H)$ minimaal moet zijn. Voor het optimum geldt nu

$$\frac{dJ}{dH}+\frac{dL}{dH}=0$$

dus, als J in de omgeving van het optimum lineair is met $\frac{dJ}{dH}=K$

$$K+L'(H)=0$$

waarin $L'(H)$ de afgeleide functie voorstelt. Deze vergelijking, dus ook haar oplossing, de optimale H hangt dus bij een lineaire kostenfunctie niet van H_0 af.

b. Lineariteit van de kostenfunctie.

De op pag. 6 onder 4 gemaakte opmerking, dat de analytische methode het nadeel heeft, dat hierbij wordt uitgegaan van een rechtlijnig verloop van de lijn, en de overeenkomstige opmerking op pag. 4 onder 2 (voorlaatste zin) is onjuist. Zowel in het voorlopig rapport van December 1953 als in S 149A, par. 2 zijn niet-lineaire kostenfuncties in aanmerking genomen. Wel werd in S 149A opgemerkt, dat de afwijking van de lineariteit vermoedelijk verwaarloosbaar is, en dit blijkt ook uit ΔC 1871. Het feit dat Ir Bischoff van Heemskerck voor $H_0=3{,}85$ en $H_0=4{,}25$ bij benadering dezelfde toekomstige kritieke waterstand H vindt, bevestigt volgens het onder a. bewezene, dus onze opmerking (S 149A pag. 5) dat de afwijking der kostenfunctie van een lineaire in het gedeelte der kromme, dat de uiteindelijke resultaten bepaalt, vrijwel te verwaarlozen is. Alleen bij de toch niet in aanmerking komende kromme M_1 beïnvloedt de niet lineariteit van J enigszins de optimale H en zelfs hier wordt deze invloed verre overspoeld door de op pag. 4 onder e genoemde onnauwkeurigheid van 20%. Bij gebruik van de juiste waarde (n) voor a' kan .. in figuur 1 en 1a van rapport ΔC 1871 geschetste kromme in het relevante gebied dus vervangen worden door de formule

$$J=61+42X=61+42(H-3{,}85)$$

c. De in grafiek 4 opgegeven formule is niet geheel correct. De factor $e^{-\delta' T}$ in de teller van de laatste term moet door 1 vervangen worden.

6. De berekeningen.

De berekeningen zijn uitgevoerd met behulp van formule (29) van rapport S 149A van het Mathematisch Centrum, die ook door Ir Bischoff van Heemskerck als uitgangspunt voor zijn analytische methode genomen werd.

De volgende combinaties van constanten werden hierbij ingevuld:

	I	II	III	bron
α'	0,75	0,75	0,90	1954-11(IV) van M.C.
V	7000	10.000	10.000	△C 1871
δ'	2,5	2	2	
K	42	42	42	
η	0,7	1	1	
T	0,75	0,75	0,75	
f_2	3	1	1	zie par.3 en 4 van dit rapport.
f_3	2	2	2	

Voor de onbekende constanten $\alpha', V, \ldots, \eta$ is onderscheid gemaakt tussen schattingen die zo goed als dat gaat gekozen zijn en tussen bovengrenzen (of althans hoge schattingen) van deze constanten. In kolom I zijn nu de schattingen ingevuld en is de veiligheidsfactor $f_2=3$ genomen (overeenkomende, bij de gebruikte α', met $X_2=0{,}36$). In kolom II is voor α' de schatting genomen, terwijl voor de overige constanten een bovengrens is ingevuld; de veiligheidsfactor f_2 is nu weggelaten (d.w.z. = 1 genomen). In kolom III tenslotte is eveneens $f_2=1$ maar nu zijn voor <u>alle</u> constanten bovengrenzen ingevuld.

De berekeningen verliepen als volgt:

	I	II	III	Opmerkingen
p_o	0,0011	0,0011	0,0038	uit $p_o = 2.10^{-\frac{H_o - 1,80}{a'}}$ (vgl. 1954-11(IV) ($H_o = 4,25$)
α	3,1	3,1	2,6	uit $\alpha = \frac{\ln 10}{a'}$
β	2,2	3,1	2,6	$\beta = \alpha . \eta$
X_o	1,02	1,21	1,86	$X_o = a' \log \frac{100 p_o V \alpha}{\delta' K}$
X_1	0,22	0,36	0,35	$X_1 = a' \log \frac{1 - e^{-(\delta' - \beta)T}}{1 - e^{-\delta' T}} \quad \frac{\delta'}{\delta' - \beta}$
X_2	0,36	0	0	$X_2 = a' \log f_2$
X_3	0,23	0,23	0,27	$X_3 = a' \log f_3$
X	1,82	1,79	2,48	$X = X_o + X_1 + X_2 + X_3$
$H_o + X$	6,07	6,04	6,73	$H_o = 4,25$ zie eerste regel)
$p(H_o + X)$	$3,8.10^{-6}$	$4,3.10^{-6}$	6.10^{-6}	kans op overschrijding van $H_o + X$ in één jaar, berekend met de formule van de bovenste regel

Hierbij is $H_o = 4,25$ genomen, maar, zoals in par. 5 is opgemerkt, verandert $X + H_o$ niet als men H_o wijzigt (b.v. $H_o = 3,85$ kiest). Uit deze resultaten blijkt:

1. De veiligheidsfactor $f_2 = 3$ vangt het verschil tussen de bovengrenzen in de schattingen voor alle constanten, behalve a' op, maar niet de overgang van $a' = 0,75$ op de bovengrens 0,90.

2. De invloed van een vergroting van de a' is aanzienlijk.

3. Bij de uitkomst van kolom III overwege men, dat het wel erg onaannemelijk is, dat de werkelijke waarden van alle constanten juist gelijk aan of groter dan de gekozen bovengrens zouden zijn. De waarde 6,73 voor $X + H_o$ kan daarom als vermoedelijk wel te hoog beschouwd worden.

Tenslotte hebben wij ook nog berekend hoe groot de overblijvende verdisconteerde schadeverwachting (in millioenen guldens) is bij enkele waarden van het toekomstige kritieke stormvloedpeil en wel voor verschillende waarden van a' en gemiddelde, respectievelijk ongunstige waarden voor de overige constanten. In onderstaande tabel is hierom een overzicht gegeven; in de g-kolom staan de waarden $L(H)$ bij de schattingen van V, δ' en η, in de o-kolom die bij ongunstige grenzen voor deze constanten.

a' / H	0,75		0,80		0,90	
	g	o	g	o	g	o
5,00	60	163	101	268	266	667
5,50	13	35	24	64	74	184
6,00	2,8	7,6	5,7	15,1	21	51
6,50	0,6	1,6	1,4	3,6	5,8	14

Hieruit blijkt duidelijk dat door de relatief geringe kostenverhoging van 42 millioen per meter extra verhoging de enorme risico's, gelegen in de onzekerheid der constanten opgevangen worden. Op grond van het betoogde in punt 2 mag de (alleen volledigheidshalve toegevoegde) eerste kolom niet zonder extra verhoging gebruikt worden, daar deze op te optimistische onderstellingen berust. In enigszins mindere mate geldt dit voor de derde kolom.

Conclusie.

De optimale dijkhoogte is die hoogte, waarbij de kritieke stormvloedstand ligt tussen 6 en 6,50 meter.

Op grond hiervan kan dus de toekomstige kruinhoogte worden bepaald. Het is wellicht nuttig er nogmaals de aandacht op te vestigen, dat bij $H_0 + X = 6$ m nog geen veiligheidsfactor voor a' is aangebracht.