Examen statistisch analist
Technologisch toepassingsgebied
1957–1966

Deel 1 Vraagstukken

Examen statistisch analist

Technologisch toepassingsgebied

1957—1966

I Vraagstukken

Georganiseerd door de Vereniging voor Statistiek

Uitgegeven door het Mathematisch Centrum Amsterdam

Voorwoord

Deze uitgave in twee delen bevat de vraagstukken en uitgewerkte oplossingen van tien examens Statistisch Analist - Technologisch Toepassingsgebied. De examens werden afgenomen in de jaren 1957-1966 onder auspiciën van de Vereniging voor Statistiek. Deel 1 bevat de vraagstukken, deel 2 de uitgewerkte oplossingen.

Op vele plaatsen werd, o.a. ter wille van de uniformiteit, van de door de examencommissie gegeven formulering van de vraagstukken en standaardantwoorden afgeweken. Het werk aan deze veranderingen verbonden werd voornamelijk verricht bij het Mathematisch Instituut der Technische Hogeschool, Delft. Hierbij dient vooral ir. H.A. de Munck genoemd te worden. Voor het in druk brengen werden bij het Mathematisch Centrum nog op enkele plaatsen kleine wijzigingen in de oplossingen aangebracht door drs. E.A. v.d. Velde.

Hoewel bovengenoemde examens niet meer worden afgenomen leek deze uitgave toch gewenst: voor collecties vraagstukken als deze zal bij velen, die hun inzicht in praktische (i.h.b. de technologische) toepassingen van de statistiek willen beproeven ongetwijfeld belangstelling bestaan.

Amsterdam, mei 1970.

Examen 1957

1. Een bedrijf krijgt regelmatig partijen binnen van een bepaald massaprodukt. De keuring (op attributen) van de partijen, die nogal in omvang verschillen, geschiedt door middel van steekproeven. De keuringsresultaten van 10 achtereenvolgende ontvangen partijen zijn:

Nummer partij	Omvang partij	Omvang steekproef	Aantal afgekeurde exemplaren
1	4100	205	8
2	2200	110	5
3	1100	55	2
4	3000	150	6
5	1200	60	3
6	400	20	1
7	1600	80	3
8	900	45	2
9	600	30	1
10	2000	100	4

Vraag: a. Welke kritiek heeft U ten aanzien van de keuze van de omvang der steekproeven?
Welke oplossing zoudt U in een dergelijk geval kiezen?

b. Ook ten aanzien van de resultaten van de keuring (aantal afgekeurde exemplaren) bestaat gerede aanleiding tot kritiek. Welke is deze kritiek? Licht Uw bezwaren toe.

2. Bij een bepaald beloningssysteem is het verband tussen het uurloon y in centen en de uurprestatie x:

$$y = 100 + 0{,}5x.$$

In de prestaties van de individuele arbeiders doen zich uiteraard schommelingen voor. Gebleken is, dat het karakter van deze fluctuaties in statistische zin "toevallig" is. Er bestaat dus bijvoorbeeld geen correlatie tussen de opeenvolgende uurprestaties en in de prestaties van een arbeider over een aantal opeenvolgende uren valt geen verloop waar te nemen.
De uurprestaties van een bepaalde arbeider fluctueren over langere tijd gemeten om een gemiddelde 70 en met standaardafwijking 7.

Tussen welke grenzen zal, bij een werktijd van 8 uur per dag, het dag-inkomen in gemiddeld 90 van de 100 dagen liggen?

3. In een publikatie komt o.a. de volgende zinsnede voor:
..... Het produktieproces verliep zonder uitval. Het is dus statistisch beheerst .....
Geef hierop Uw commentaar.

4. In een fabrieksafdeling neemt men gedurende de fabricage steekproeven ten behoeve van een attributieve keuring, die met behulp van kruisjes-kaarten (c-kaarten) wordt uitgevoerd. De steekproefgrootte is 40 en elke twee uren wordt één keer een steekproef genomen. Met deze controle is juist één controleur bezet. Men vraagt zich evenwel af of het hier niet beter is om per uur 20 stuks te controleren of bijvoorbeeld per half uur 10 stuks.
Geef aanwelke overwegingen kunnen gelden om in een dergelijk probleem tot een antwoord te komen.

5. Voor de doorslagspanning van een zeker isolatiemateriaal geldt het volgende keuringsvoorschrift:
"Het gemiddelde van 25 stuks moet liggen tussen 80 en 100 kV".
Uit ervaring weet men, dat de standaardafwijking (σ) der waargenomen doorslagspanningen nagenoeg constant is en 5 kV bedraagt. Voorts kan de verdeling der doorslagspanningen in de praktijk als normaal beschouwd worden.

Vraag: a. Hoe groot is de goedkeurkans als het partijgemiddelde μ = 95 kV
Hoe groot is de goedkeurkans als het partijgemiddelde μ = 100 kV
Hoe groot is de goedkeurkans als het partijgemiddelde μ = 105 kV.

b. Maak met behulp van de antwoorden op vraag a. een keurings-karakteristiek, waarbij langs de abscis μ wordt uitgezet (dus niet het in de partij aanwezige uitvalpercentage).

In de praktijk wordt bovenbedoeld voorschrift echter onjuist geïnterpreteerd. Men vervangt namelijk het steekproefgemiddelde door de mediaan en eist dus dat deze tussen 80 en 100 kV ligt.

Vraag: c. Maak nu voor deze keuringswijze weer een keuringskarakteristiek als bedoeld in vraag b.

d. Wat kunt U, gezien de beide keuringskarakteristieken, concluderen over het gevolg van de foutieve interpretatie van het oorspronkelijke voorschrift?

6. Bij een zeker fijn montagewerk is het mogelijk, dat een monteuse bepaalde fouten maakt die later bij het gebruik storend zijn, doch die na de montage kunnen worden hersteld.
Deze fouten zijn moeilijk te vermijden en te ontdekken, maar kunnen door zorgvuldig werken wel tot een laag percentage worden teruggebracht.
De gang van zaken bij deze produktie is als volgt:

- In de afdeling werken een 10-tal monteuses M1 t/m M10, die ieder partijen van 100 stuks gereed maken. Deze montage gaat snel, een monteuse werkt ongeveer 1 uur aan een partij.
- Deze partijen worden, o.a. op bovengenoemde montage-fouten, gecontroleerd door een tweetal controleurs C1 en C2. Het werk van de monteuses wordt niet volgens een bepaald schema over de controleurs verdeeld.
- Produkten met montage-fouten, door de controleurs gevonden, worden aan een reparatie-afdeling doorgegeven.
Zowel van de monteuses als van de controleurs wordt een grote mate van oplettendheid gevergd om de montagefouten te vermijden, respectievelijk op te sporen. Daarom wordt de kwaliteit als volgt in de beloning betrokken:
- De monteuses krijgen een loon dat afhangt ten eerste van het totaal aantal afgeleverde exemplaren en ten tweede van het aantal daarin geconstateerde exemplaren met montagefouten. Om de premie te kunnen vaststellen noteren de controleurs hoeveel partijen ze van ieder van de monteuses hebben gecontroleerd en hoeveel foutieve exemplaren in deze partijen werden gevonden. Op basis hiervan wordt het uit te betalen loon per monteuse vastgesteld.
- De controleurs krijgen een loon dat afhangt van het aantal door hen doorgelaten foutieve produkten. Om dit aantal te bepalen geschiedt het volgende:

Uit het als goedgekeurd afgeleverde werk van elke controleur worden door een laboratorium-assistent op aselecte wijze wekelijks drie partijen genomen. Uit elk van deze drie partijen worden wederom op aselecte wijze steekproeven van 50 exemplaren genomen. Deze steekproeven worden zeer zorgvuldig onderzocht op foutieve produkten. Het aantal hierbij gevonden foutieve exemplaren is bepalend voor de kwaliteitspremie van de controleurs. Uit proefnemingen is gebleken, dat het laboratorium geen fouten over het hoofd ziet.
De aantallen afgekeurde exemplaren, door de controleurs in het werk van de monteuses gevonden, en de aantallen gecontroleerde partijen worden door de controleurs rechtstreeks aan de loonadministratie doorgegeven ter berekening van de kwaliteitspremies van de monteuses. Ook de controleresultaten van het laboratorium worden ter berekening van de kwaliteitspremies der controleurs aan de administratie doorgegeven.
De chef van de montage-afdeling heeft met deze kwaliteitspremies geen bemoeienis.
Het blijkt, dat nog te veel klachten bestaan bij de afnemers over de frequentie waarmee bovengenoemde montagefouten voorkomen.
Er wordt daarom een onderzoek ingesteld en uit de door de loonadministratie verstrekte gegevens worden de overzichten I en II samengesteld. Uit de controleresultaten van het laboratorium wordt verder overzicht III samengesteld.

Vraag: a. Uit overzicht III blijkt, dat steekproeven van C1 in veel gevallen meer foutieve exemplaren bevatten dan die van C2.
Toets of dit verschil door steekproefschommelingen zou kunnen zijn veroorzaakt. Motiveer de keuze van de toets.

b. Bereken voor de beschouwde periode van 13 weken een schatting van het percentage foutieve exemplaren, dat nog in de partijen aanwezig was na inspectie door de controleurs.

c. Bij de beschrijving van de gang van zaken werd opgemerkt, dat geen bepaald schema gevolgd werd bij de verdeling van de partijen over de controleurs. Heeft dit in de praktijk tot gevolg gehad, dat de verdeling van de partijen over de controleurs toevallig was?

d. Men beweert, dat het in vraag a.bedoelde verschil tussen de controleurs te wijten is aan de verschillen in de percentages foutieve exemplaren in de door hen gecontroleerde partijen: hoe groter het aantal foutieve exemplaren in de te controleren partijen, hoe meer foutieve exemplaren ook zullen worden doorgelaten.
Vindt deze bewering naar uw oordeel steun in de u verstrekte gegevens?

Overzicht I

Aantallen door de controleurs onderzochte partijen (per monteuse)
(periode 31/12/'56 - 30/3/'57)

Monteuse	Controleur		Totaal
	C_1	C_2	
M1	218	404	622
M2	260	308	568
M3	35	503	538
M4	488	110	598
M5	518	114	632
M6	388	130	518
M7	193	335	528
M8	107	446	553
M9	107	406	513
M10	292	291	583
Totaal	2606	3047	5653

Overzicht II

Aantallen afgekeurde exemplaren, door de controleurs bij de verschillende monteuses gevonden. (periode 31/12/'56 - 30/3/'57).

Monteuse	Controleur		Totaal
	C_1	C_2	
M1	1700	3294	4994
M2	2262	2618	4880
M3	284	4276	4560
M4	7222	1782	9004
M5	6734	2052	8786
M6	6596	1950	8546
M7	1563	3250	4813
M8	2140	1829	3969
M9	963	3857	4820
M10	2307	2881	5188
Totaal	31771	27789	59560

Overzicht III

Aantallen door de controleurs doorgelaten foutieve exemplaren in drie steekproeven van ieder 50 exemplaren. (periode 31/12/'56 - 30/3/'57)

Week nr.	Controleur	
	C_1	C_2
1	4	5
2	7	4
3	7	3
4	5	3
5	6	6
6	4	2
7	5	4
8	6	3
9	7	4
10	7	5
11	8	7
12	10	5
13	10	6
Totaal	86	57

De gegevens, die door de controleurs aan de loonadministratie worden doorgezonden, worden slechts gecontroleerd wat het aantal afgeleverde partijen betreft. Het aantal door de controleurs opgegeven foutieve exemplaren wordt niet met het aantal gerepareerde exemplaren vergeleken, zodat een eventueel onjuist door de controleur opgegeven aantal reparatie-gevallen niet kan worden geconstateerd.

Vraag: e. Welke mogelijkheid voor fraude is in verband hiermee aanwezig? Geven de overzichten aanleiding om te veronderstellen dat die fraude inderdaad heeft plaatsgevonden?

De bedrijfsleider van de fabriek vraagt zich af of de hierboven geschetste werkwijze voldoende waarborgen geeft voor het bereiken en handhaven van een kwalitatief beheerst proces.

Vraag: f. Op welke onderdelen van de beschreven werkwijze hebt U kritiek? Welke veranderingen zoudt U daarom voorstellen?

Opmerking: Het is ongewenst significantietoetsen toe te passen, wanneer het te onderzoeken verschil evident is.

Examen 1958

1. Een matrijs levert per gieting 5 exemplaren van een bepaald artikel af. Het gieten van een dergelijke groep van 5 neemt ongeveer 6 minuten in beslag, zodat per uur ongeveer 10 groepen van 5 exemplaren kunnen worden geproduceerd.
De gietstukken moeten worden gecontroleerd op een bepaalde afmeting (de afwijking van de nominale maat zal verder worden aangeduid met x, met als eenheid 0,1 mm).
Ten behoeve van een procesanalyse wordt nu van ieder van 20 opeenvolgende produktie-uren aselect één groep genomen.
Per betrokken groep wordt van ieder gietstuk de afwijking x bepaald, waarbij verondersteld mag worden, dat de meetfout verwaarloosbaar is.
Daarna wordt uit de vijf uitkomsten het gemiddelde $\bar{x}$ en de spreidingsbreedte R berekend.
In onderstaande tabel zijn deze berekende grootheden in volgorde van produktie weergegeven.

Vraag: a. Teken een controlekaart voor $\bar{x}$ en R.

b. Bij de beschouwing van de onder a genoemde $\bar{x}$-R-kaart valt een bijzonder verschijnsel op. Welk is dit verschijnsel en hoe zou men het statistisch kunnen verklaren?

c. Over welke gegevens zou men moeten beschikken voor een verdergaande analyse?
Geef suggesties omtrent mogelijke technische oorzaken van bovengenoemd verschijnsel.

Tabel:

Gemiddelde $\bar{x}$ en spreidingsbreedte R voor 20 groepen van 5 gietstukken (eenheid 0,1 mm)		
Groep	$\bar{x}$	R
1	13	21
2	8	11
3	11	19
4	13	13
5	11	8
6	11	17
7	8	21
8	9	14
9	10	18
10	8	9
11	13	16
12	10	21
13	12	21
14	12	8
15	10	19
16	9	10
17	12	11
18	13	22
19	8	13
20	11	20

2. Ter bepaling van de gemiddelde stijfheid van een rol weefseldoek wordt een steekproef genomen van acht proeflapjes, ieder groot 5 cm bij 5 cm. De stijfheidsmeting geschiedt met behulp van een zgn. Scoll-apparaat volgens een gestandaardiseerde methode, waarbij het proeflapje aan één van de vier zijden aan de rand wordt ingeklemd. Aan een proeflapje worden vier stijfheidsmetingen gedaan door het lapje vóór iedere volgende bepaling over een hoek van 90^{o} te draaien alvorens het opnieuw in te klemmen.
De (in een bepaalde eenheid) uitgedrukte meetresultaten zijn weergegeven in onderstaande tabel. Aan ieder lapje werden achtereenvolgens de metingen 1 t/m 4 verricht. Het als "meting 1" aangeduide resultaat is het eerst bepaald, daarna "meting 2", enz.

Tabel: Meetresultaten van stijfheidsmeting aan 8 proeflapjes A t/m H

	Proeflapjes							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Meting 1	151,1	129,8	146,8	147,2	123,6	178,5	137,4	144,8
Meting 2	139,7	146,7	152,0	143,2	138,7	166,1	148,5	147,2
Meting 3	148,5	133,3	150,6	133,7	161,3	178,6	150,1	152,0
Meting 4	147,8	125,7	134,5	138,6	132,2	165,5	143,3	160,1

Van deze 32 meetresultaten (x_i) werden zowel het gemiddelde $\bar{x} = 146,8$ berekend als de standaardafwijking:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{32} (x_i - \bar{x})^2}{31}} = 13,35.$$

Tenslotte werd een (symmetrisch) tweezijdig betrouwbaarheidsinterval met 95% betrouwbaarheid voor het rolgemiddelde als volgt berekend:

$$\bar{x} \pm 2,04\ s = 146,8 \pm 2,04 \cdot 13,35.$$

De grenzen zijn: 119,6 en 174,0.

Op bovenstaande berekeningen wordt de kritiek geleverd dat vereenvoudigingen mogelijk zijn, n.l.:

1. Door het verantwoord afronden van de meetresultaten
2. Door s niet te berekenen met behulp van de kwadratenmethode, maar met behulp van de spreidingsbreedte R.

Dit laatste dient te geschieden door per proeflapje de spreidingsbreedte te bepalen, de acht uitkomsten te middelen en uit de gemiddelde spreidingsbreedte met behulp van een bekende omrekeningsfactor een schatting s_R voor de standaardafwijking te berekenen.

Vraag a. Rond de meetresultaten en de daaruit berekende grootheden af. Welke afrondingsregel(s) is (zijn) hierbij toegepast?

b. Voer de boven aangeduide berekening van de schatting s_R met behulp van de spreidingsbreedte van de niet afgeronde meetresultaten uit. Wat is Uw verklaring voor het gevonden verschil tussen s en s_R?

c. Is de boven aangegeven berekeningsmethode van een betrouwbaarheidsinterval voor het rolgemiddelde juist? Zo neen, hoe zoudt U dan een betrouwbaarheidsinterval voor het rolgemiddelde berekenen? (Hierbij behoeven de noodzakelijk geachte numerieke bewerkingen niet werkelijk te worden uitgevoerd, maar kan worden volstaan met de aanduiding ervan).

3. Op een chemisch laboratorium wordt per dag een zeer groot aantal (enkele duizenden) monsterflesjes met vloeistof onderzocht op de aanwezigheid van een bepaalde verontreiniging, genaamd ascosol. Men beschikt over een feilloos werkende methode om dit onderzoek uit te voeren. In plaats van ieder flesje individueel te onderzoeken kan men ook de volgende werkwijze toepassen.
Men formeert op aselecte wijze groepen monsterflesjes van gelijke aantallen, maakt vervolgens per groep een "verzamelmonster" door uit ieder flesje een scheutje ervan in een speciale fles te doen en onderzoekt de inhoud hiervan op de aanwezigheid van ascosol.
Bij afwezigheid weet men, dat ieder flesje van de groep vrij is van ascosol; bij aanwezigheid dient verder ieder flesje individueel te worden onderzocht (om organisatorische redenen ziet men er van af zo'n groep eventueel weer te splitsen in deelgroepen, waarop vervolgens dezelfde werkwijze kan worden toegepast).
Men wenst nu het aantal flesjes per groep (de groepsgrootte) zodanig vast te stellen, dat het onderzoek tegen gemiddeld zo gering mogelijke kosten plaatsvindt (optimale groepsgrootte).
Hierbij is gegeven, dat de kosten van een analyse om de aanwezigheid van ascosol te onderzoeken per keer *f*.0,50 bedragen.
De kosten voor het maken van een verzamelmonster voor een groep kunnen in twee delen worden gesplitst:
1. Kosten, evenredig met het aantal flesjes per groep. Deze kosten blijven verder buiten beschouwing, daar zij - zoals gemakkelijk kan worden ingezien - bij het vraagstuk van de optimale groepsgrootte geen rol spelen.
2. Kosten, onafhankelijk van de groepsgrootte (administratiekosten e.d.); deze kosten bedragen per gevormde groep *f*.2,50.

<u>Vraag</u> a. Indien gegeven is, dat op een bepaalde dag de fractie p van met ascosol besmette flesjes gelijk is aan 0,01 bereken dan voor deze dag de optimale groepsgrootte. (Aanwijzing: maak een tabel of grafiek, waarin de kosten als functie van de groepsgrootte worden uitgezet).

b. Men kan nu een grafiek maken, waarin de optimale groepsgrootte is uitgezet tegen de fractie p als variabele. Geef zonder verdere berekeningen aan hoe het globale verloop zal zijn van deze grafiek.

4. Opmerking: Op alle onderstaande vragen moet een kort en bondig antwoord worden gegeven.

Vraag a. Vermeld in de bijgevoegde tabel welke van de onderstaande uitspraken voor een statistisch beheerst proces al dan niet gelden:

1. Een systematisch verloop van de punten op de controlekaart voor het gemiddelde zet zich niet verder voort dan tot één van de op de kaart aangegeven controlegrenzen.
2. Het aantal punten buiten de op de kaart aangegeven controlegrenzen is, behoudens steekproeftoevalligheden, gelijk aan het aantal genomen steekproeven vermenigvuldigd met de overschrijdingskans van deze grenzen.
3. Het percentage produkten, dat buiten de tolerantiegrenzen voor het betreffende kenmerk ligt, is behoudens steekproeftoevalligheden, gelijk aan 100 maal de overschrijdingskans van de controlegrenzen.
4. Men neemt ieder kwartier vier opeenvolgende exemplaren, waarvan men de variantie berekent. Het gemiddelde van een aantal van deze varianties zal, behoudens steekproeftoevalligheden, gelijk zijn aan de variantie van alle geproduceerde exemplaren.

b. Waarom hebben de tabellen voor partijkeuring van Dodge en Romig een ingang naar "Process Average % " ?

c. Hoe luidt de definitie van het "controlepunt" bij het Philips Standaard Steekproefsysteem voor partijkeuring?

d. Onder welke omstandigheden zoudt U bij industriële kwaliteitscontrole de mediaan in plaats van het gemiddelde gebruiken?

Tabel behorende bij vraag a.

Geef in onderstaande tabel aan, welke van de genoemde uitspraken 1 t/m 4 juist zijn en motiveer kort **Uw** antwoord.

Uitspraak	Deze uitspraak is:	Motivering
1e	juist / onjuist ⁎/	
2e	juist / onjuist ⁎/	
3e	juist / onjuist ⁎/	
4e	juist / onjuist ⁎/	

⁎/ doorhalen wat niet van toepassing is.

5. In een metaalbedrijf worden assen gemaakt. De diameters van deze assen worden door de machinebediende bij de machine gemeten.
Bij een bepaalde serie van 10 assen constateerde hij de in tabel 1 weergegeven uitkomsten (in mm).
Later werden dezelfde assen in de meetkamer opnieuw gemeten. Men vond toen de waarden vermeld in tabel 2.
Nadat de bedrijfsleider beide waarnemingsreeksen had gezien, gaf hij de machinebediende opdracht de metingen te herhalen. Deze vond toen de in tabel 3 opgegeven waarden.

Tabel 1

Eerste meting door de machinebediende	
As-no.	Diameter in mm.
1	18,30
2	18,33
3	18,15
4	18,33
5	18,35
6	18,28
7	18,27
8	18,26
9	18,18
10	18,34

Tabel 2

Meting in meetkamer	
As-no.	Diameter in mm.
1	18,31
2	18,35
3	18,16
4	18,32
5	18,37
6	18,31
7	18,28
8	18,26
9	18,19
10	18,37

Tabel 3

Tweede meting door de machinebediende	
As-no.	Diameter in mm.
1	18,30
2	18,34
3	18,15
4	18,35
5	18,37
6	18,26
7	18,28
8	18,23
9	18,16
10	18,35

Het is zeker, dat geen verwisselingen of evidente slordigheden bij het meten hebben plaatsgevonden. Voorts mag men aannemen, dat de meetapparatuur van de meetkamer aan hoge nauwkeurigheidseisen voldoet, d.w.z. het verschil tussen een werkelijk gemeten afmeting en de opgegeven waarde is gering. De bedrijfsleider achtte de verschillen, die uit de tabellen blijken, erg groot. Hij trok toen de conclusie, dat de verschillen moeten worden toegeschreven aan de onnauwkeurigheid van het meetapparaat van de machinebediende.

Vraag a. Is deze conclusie gerechtvaardigd of kunnen er nog andere oorzaken zijn voor de vrij grote verschillen tussen de meetresultaten van tabel 1 en tabel 2? Zo ja, welke?

Door vergelijking van de metingen uit tabel 1 met die uit tabel 3 krijgt men een indruk over de mate waarin de metingen, verricht met het meetapparaat van de machinebediende, reproduceerbaar zijn. De bedrijfsleider concludeerde uit de metingen, dat het meetapparaat wel 0,03 mm verkeerd aanwees, daar bij as nummer 8 een verschil tussen de metingen van 0,03 mm optrad.

Vraag b. Acht U het maximale verschil tussen twee metingen van een as (0,03 mm in het voorbeeld) een juiste maat voor de reproduceerbaarheid der metingen?
Als Uw antwoord ontkennend is, geef dan Uw bezwaren weer en geef aan hoe uit dergelijke herhaalde metingen wel een maat voor de reproduceerbaarheid kan worden afgeleid.

Het betreffende meetapparaat werd vervangen door een nieuw van hetzelfde fabrikaat. Dit kon volgens de meetkamer niet meer dan 0,004 mm fout aanwijzen. Herhaalde metingen als bovenbedoeld leidden tot de conclusie, dat men gemiddeld kleinere verschillen tussen fabriek en meetkamer vond dan voorheen het geval was. De spreiding tussen deze verschillen bleef echter van dezelfde orde van grootte.

Vraag c. Betekent het vorenstaande dat er met de aanschaf van het nieuwe meetapparaat verbetering is bereikt? Licht Uw antwoord toe.

6. Een bedrijf, dat speelgoed fabriceert, stelt als eis dat een order binnen twee dagen na ontvangst moet zijn afgeleverd. Voor de expeditie-afdeling betekent deze eis, dat op sommige dagen veel werk moet worden verzet en op andere weinig, daar het aantal per dag binnenkomende orders nogal variëert.
Om in de situatie een kwantitatief inzicht te verkrijgen heeft men over een zekere periode nagegaan hoeveel orders per dag binnenkwamen. De zaterdagen werden daarbij buiten beschouwing gelaten.
Deze gegevens zijn verwerkt tot bijgaande frequentietabel. Men zou kunnen veronderstellen, dat men hier te doen heeft met een Poissonverdeling.

Frequentietabel	
Aantal per dag binnenkomende orders	Frequentie
< 151	1
151 t/m 250	0
251 " 350	3
351 " 450	14
451 " 550	28
551 " 650	49
651 " 750	61
751 " 850	53
851 " 950	28
> 950	5

Vraag a. Toon zonder uitvoerige berekeningen aan, dat de verdeling geen Poissonverdeling is.

b. Wat zou de oorzaak van deze afwijking zijn?

Examen 1959

1. Op een slijpmachine worden ringen geslepen. Na het slijpen moet de dikte van deze ringen liggen tussen de grensmaten: 73,00 ± 0,15 mm. Het slijpen dient behalve om de gewenste afmeting te bereiken ook om de juiste oppervlaktegesteldheid te verkrijgen. Om dit laatste te verwezenlijken moet de slijpsteen regelmatig worden vervangen.
Herhaaldelijk komt het voor, dat de dikte van de ringen buiten het gestelde tolerantiegebied valt.
Gedurende een week wordt ieder uur (meestal aan het begin van dit uur) een steekproef van 5 exemplaren genomen en gemeten. Bovendien wordt het proces nauwkeurig gadegeslagen en worden de opmerkelijke feiten genoteerd. De waarnemingsresultaten zijn gegeven in de tabel op de volgende bladzijde.

Vraag: a. Maak een $\bar{X}$- en R- kaart.
b. Beoordeel dit proces, mede aan de hand van de in de bijlage aangegeven opmerkingen.
c. Wat kan er volgens U worden gedaan, opdat zonder ingrijpende wijzigingen aanzienlijk minder uitval wordt gemaakt?

2. Van een onderneming is het hoofdkantoor gevestigd in A en een fabriek in B. A en B zijn gescheiden door twee rivieren. A is vanuit B langs 2 routes te bereiken.

Route I. Een oude smalle weg met twee pontverbindingen; de afstand tussen A en B is ca. 80 km.

Route II. Een op enige afstand van A en B gelegen moderne vierbaansweg met bruggen over de rivieren; de afstand tussen A en B bedraagt dan ca. 130 km.

De bedrijfsleider van de fabriek in B heeft beide routes reeds zeer vaak gereden en geconstateerd, dat route I gemiddeld 2 uur in beslag neemt met een standaardafwijking van 15 min., terwijl route II gemiddeld 2¼ uur vergt met een standaardafwijking van slechts 3 min. (De verdelingen van de rittijden blijken elk bij benadering normaal te zijn.)
Op een dag heeft de bedrijfsleider in A om 16.00 uur een conferentie met zijn directeur, die er zeer op gesteld is op tijd te beginnen.

Tabel bij vraagstuk 1959 - 1

Dikte van geslepen ringen

Steekproeven van 5 stuks per uur.
De meetresultaten zijn aangegeven als afwijking van de nominale maat (73,00 mm) in 0,01 mm.

Maandag	8	uur	- 9	+ 3	+ 5	- 7	- 4
	9	"	+ 4	- 2	+ 3	- 9	+ 3
	10	"	+10	- 4	0	- 4	0
	11	"	- 2	- 8	0	-10	+ 5
							slijpsteen vervangen
	13	"	+ 5	+ 1	- 1	+ 1	+ 2
	14	"	- 6	+ 1	+ 1	+ 6	+ 3
	15	"	- 8	+ 2	0	- 4	- 6
	16	"	- 1	- 9	- 2	+ 3	- 9
Dinsdag	8	uur	-13	-10	- 5	-13	- 6
	9	"	+ 3	+ 5	- 4	- 3	+ 1
	10	"	-10	+11	- 1	+ 2	- 2
	11	"	0	- 7	- 5	+ 1	- 5
	13	"	+ 1	- 5	- 1	+ 2	+ 2
	14	"	+ 1	+ 2	0	+ 4	- 3
	15	"	- 2	+ 6	+ 4	+ 1	0
	16	"	-19	+10	+ 5	+ 4	- 3
Woensdag	8	uur	- 1	-17	- 8	- 7	- 5
	9	"	- 3	- 4	+11	+ 3	- 8
	10	"	+ 1	+ 4	+ 4	- 8	0
	11	"	- 6	+ 2	+14	- 3	+ 5
	13	"	-12	+ 2	- 4	+ 6	- 3
	14	"	- 3	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1
							slijpsteen vervangen
	15	"	- 3	- 3	-13	- 2	- 5
	16	"	- 2	+ 7	- 3	0	- 1
Donderdag	8	uur	-15	- 5	-13	-13	- 3
	9	"	- 1	- 2	- 4	- 3	+ 2
	10	"	+ 2	- 3	-13	+ 9	+ 1
	11	"	+ 1	- 1	- 4	- 3	+ 2
	13	"	- 5	- 8	+ 5	+ 2	- 4
	14	"	+ 6	- 2	-11	+ 5	+ 6
	15	"	- 2	+ 6	+ 5	- 3	-11
	16	"	- 1	- 2	+ 6	- 5	0
Vrijdag	8	uur	-12	-16	- 4	+ 2	-15
	9	"	- 6	+ 2	+ 2	+ 2	- 6
	10	"	+ 8	- 8	- 4	+ 4	+ 6
	11	"	+ 2	+ 8	+13	0	+ 2
	13	"	+ 1	- 3	+ 4	+ 2	+ 1
							slijpsteen vervangen
	14	"	+ 4	+ 7	+ 3	- 3	+ 2
	15	"	+ 4	+ 2	- 8	0	- 4
	16	"	- 2	0	- 5	+ 2	+ 6
Zaterdag	8	uur	-14	- 4	- 9	- 2	- 6
	9	"	+ 4	- 2	+ 3	0	+ 5
	10	"	- 1	+ 9	- 2	- 7	+ 4
	11	"	+ 4	+ 4	- 2	- 1	+ 1

Vraag: a. Indien de bedrijfsleider om 13.30 uur vertrekt, welke route zal hij dan nemen?

Door een bedrijfsstagnatie kan de bedrijfsleider pas om 14.00 uur precies vertrekken.

Vraag: b. Welke route neemt hij nu en welke overwegingen zal hij daarbij laten gelden?

Als de bedrijfsleider bij zijn vertrek, na het verhelpen van de stagnatie bij de poort van het fabrieksterrein komt, wordt hij door de portier staande gehouden, die hem meedeelt dat de conferentie tot 16.45 uur is uitgesteld.

Vraag: c. Aan welke route geeft hij nu de voorkeur?

Opmerking: Geef in Uw antwoorden duidelijk aan welke overwegingen bij de keuze een rol spelen.

3. In een aardewerkfabriek worden serviezen gemaakt, die o.a. bestaan uit 12 koppen en schotels, 12 ontbijtbordjes en 12 grote borden. Na het glazuren moet het aardewerk worden gebakken. Er is een oven voor het platte goed: schotels (diam.15 cm), ontbijtbordjes (21 cm) en grote borden (25 cm) en één voor koppen, kommen en schalen, welke oven hier buiten beschouwing zal worden gelaten. Een produkt wordt afgekeurd zodra een of meer glazuurfouten worden geconstateerd. Het uitvalpercentage tengevolge van glazuurfouten voor het platte goed schommelt tussen 24 en 26 %.
De bedrijfsleiding vond dit percentage altijd wel hoog, maar was er in de loop van de tijd aan gewend geraakt. Zij weet het voor een deel aan de ouderdom van deze oven.
Sinds enige jaren is de produktie geleidelijk toegenomen, zodat de capaciteit van de "platgoed"-oven niet meer voldoende is. Men besluit daarom een tweede oven voor "platgoed" aan te schaffen, die in principe gelijk zal zijn aan de oude. De ovenbaas van de oude oven wordt belast met de installatie en de aanloop van de nieuwe oven, terwijl aan zijn assistent de verantwoordelijkheid voor de oude oven wordt opgedragen. In verband met ruimte-overwegingen in de ovens blijven de schotels en ontbijtborden in de oude oven gestookt, terwijl de andere

borden onder leiding van de oude ovenbaas in de nieuwe oven zullen worden gebakken. Begrijpelijkerwijs verwacht de bedrijfsleiding heel wat van deze nieuwe grote investering. De eerste week bleek het uitvalpercentage ten gevolge van glazuurfouten in de nieuwe oven echter ca. 45% te bedragen. Hoewel dit wel erg tegenviel, meende men dit als een aanloopeffect te moeten beschouwen en inderdaad verminderde het uitvalpercentage bij de nieuwe oven in de volgende weken geleidelijk tot ca. 30%. Ondanks alle pogingen van de ervaren oude ovenbaas bleek het proces zich echter ongeveer op dit percentage te stabiliseren.
De jonge assistent, die nu de verantwoordelijkheid voor de oude oven droeg, deed zijn best om aan te tonen, dat er uit de oude oven nog wel een beter resultaat te halen was, indien het maar eens fris aangepakt werd. En inderdaad daalde het uitvalspercentage ten gevolge van glazuurfouten tot ca. 20% (schotels 15% en ontbijdbordjes 25%).
De bedrijfsleider verweet de oude ovenbaas het slechte resultaat met de nieuwe oven en stelde hem de jonge assistent tot voorbeeld, die met de oude oven zelfs betere resultaten dan hij had weten te behalen.

Vraag: Zijn de getrokken conclusies juist? Motiveer Uw antwoord.

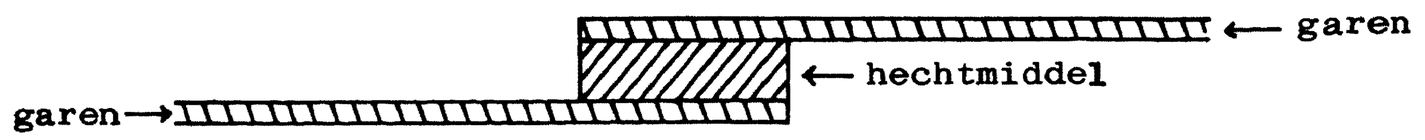
4. Bij de fabricage van een moeilijk te vervaardigen soort produkten, die parallel op 2 machines T8 en T9 kan geschieden, treedt nogal veel uitval op. Men overweegt daarom een bepaalde eenvoudige technische wijziging aan te brengen, waardoor ten koste van een meer bewerkelijke fabricage het uitvalpercentage misschien zal dalen.
   Op een bepaalde dag wordt op beide machines hetzelfde produkt vervaardigd. Van de 200 door machine T8 geleverde exemplaren worden er 56 afgekeurd, terwijl van de 200 exemplaren van T9 dit er 34 zijn. Genoemde wijziging wordt vervolgens aangebracht. Na enige tijd proeffabricage worden op een dag op beide gewijzigde machines proefseries van 200 exemplaren ieder gemaakt. Bij machine T8 en T9 vindt men nu resp. 41 en 24 afgekeurde exemplaren.

   Vraag: a. Heeft de wijziging de produktiekwaliteit verbeterd?
   Geef nauwkeurig aan onder welke voorwaarde(n) de getrokken conclusie geldig is.

b. Ga ook na, of er tussen beide machines een verschil in produktiekwaliteit bestaat.

c. Geef beknopt aan op grond van welke motieven in een geval als het onderhavige een beslissing ten aanzien van het al dan niet invoeren van de wijziging zal worden genomen.

5. Teneinde de hechtsterkte van een hechtmiddel te onderzoeken, worden twee stukken garen met behulp van dit hechtmiddel over een zekere lengte op elkaar geplakt (vgl.schets).



Na droging wordt de hechtsterkte bepaald op een zgn.dynamometer; de breuk treedt hierbij meestal op de plaats van de hechting op, doordat het hechtmiddel scheurt; soms echter breekt het garen. Aangenomen mag worden, dat de frequentieverdeling van hechtsterkten praktisch normaal is.

Bij een eerste proef met het hechtmiddel TEO-284 ontstonden alle breuken op de plaats van hechting. De uitkomsten van een steekproef van 25 hechtsterkte-bepalingen waren (in grammen):

240	224	207	223	222
228	230	217	234	228
213	211	209	212	231
216	215	219	215	231
208	239	222	201	234.

Vraag: a. Bereken het gemiddelde en de standaardafwijking van de 25 uitkomsten en een betrouwbaarheidsinterval met een onbetrouwbaarheid van 0,05 voor de verwachting (theoretisch gemiddelde) van de hechtsterkte.

Bij een tweede proef, met het hechtmiddel RBB-23, werden van een steekproef van 30 bepalingen 25 hechtsterkten gevonden, terwijl in 5 gevallen het garen brak. De gevonden hechtsterkten waren (in grammen):

229	236	218	216	241
227	223	246	227	225
235	242	223	234	238
234	231	243	230	216
224	232	221	223	227

In de 5 gevallen, waarbij het garen brak, bleek de garensterkte boven 240 gram te liggen.

Vraag: b. Bereken een schatting van de verwachting en van de standaardafwijking van de hechtsterkte.

Tenslotte is een proef genomen met het hechtmiddel CW-4, waarbij 125 trekkingen zijn uitgevoerd. In 40 gevallen mislukten de trekkingen, omdat het garen brak (de 40 garensterkten lagen ook nu alle boven 240 gram), terwijl in 10 gevallen de hechtsterkte niet afleesbaar was, omdat deze minder dan 180 gran bedroeg en op de dynamometer uitkomsten lager dan 180 gram niet konden worden afgelezen. De 75 gevonden hechtsterkten waren (in grammen):

186	184	248	188	218	234	213	216	250	200	241	221	225	225	216
235	208	199	189	218	183	237	232	224	188	233	195	189	218	215
244	225	202	255	244	231	195	206	207	225	225	232	219	208	239
246	197	225	230	207	218	226	191	216	228	238	238	195	210	201
228	237	210	237	219	204	212	202	191	220	239	239	220	220	206

Vraag: c. Bepaal grafisch een schatting van de verwachting en van de standaardafwijking van de hechtsterkte.

6. Een bepaald produkt wordt door een fabriek onder garantie geleverd. De garantiebepalingen houden in, dat een produkt, dat binnen een termijn van zes maanden na aflevering defect geraakt, gratis door de fabriek zal worden vervangen. Gedurende de eerste 8 maanden, waarin het betreffende produkt door de fabriek wordt afgeleverd, ontwikkelt de situatie zich zoals in tabel 1 (blz. V 23) is weergegeven. Op grond van deze ervaringen concludeert men dat $\frac{607}{14253}$, dus ca. 4,3 % van alle afgeleverde produkten, op grond van de garantieverplichting vervangen zal moeten worden.

Vraag: a. Is deze conclusie juist? Motiveer Uw antwoord.

De afgeleverde produkten dragen het nummer van de maand van aflevering. In tabel 2 (blz. V 23) zijn de in tabel 1 aangegeven aantallen vervangen produkten per maand gesplitst naar de maanden, waarin de betreffende produkten waren afgeleverd. In de eerste maand werden negen produkten vervangen, die uiteraard ook in deze maand waren afgeleverd. In de

tweede maand werden veertig produkten vervangen; hiervan waren er acht afgeleverd in maand 1 en 32 in maand 2, enz.
Het produkt is vrij kostbaar en men is van oordeel, dat het vervangingspercentage gedurende de garantieperiode te hoog is. Men wenst uit de thans reeds ter beschikking staande gegevens een zo goed mogelijk inzicht te verkrijgen in de "vervangingskromme" van het betreffende onderdeel. Met "vervangingskromme" wordt een grafische voorstelling bedoeld, die het totale aantal vervangen produkten, uitgedrukt als een percentage van het totale aantal afgeleverde produkten, weergeeft als functie van de verstrijkende garantietermijn.

Vraag: b. Construeer uit de beschikbare gegevens een benadering van de vervangingskromme.

Van het betreffende produkt is een proefserie van 150 exemplaren in gebruik, waarbij een gewijzigde - en naar men verwacht verbeterde - constructie werd toegepast. Deze proefserie is op het ogenblik, waarop dit onderzoek wordt ingesteld, drie maanden in gebruik. Uit deze proefserie werden in deze drie maanden vier produkten vervangen.

Vraag: c. Kan op grond van deze gegevens worden verwacht, dat de vervangingskromme van het gewijzigde produkt een gunstiger beeld zal tonen?
Motiveer Uw antwoord.

Tabellen bij vraagstuk 1959 - 6

Tabel 1. Aantal per maand afgeleverde en vervangen produkten.

maand nr.	aantal in deze maand afgeleverde produkten	aantal in deze maand met garantie vervangen produkten
1	412	9
2	1328	40
3	1718	53
4	1768	77
5	2068	91
6	2129	116
7	2312	99
8	2518	122
Totaal	14253	607

Tabel 2. Aantal per maand op grond van de garantiebepalingen vervangen produkten, gesplitst naar de maand van aflevering.

maand van vervanging	maand van aflevering								Totaal
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	9								9
2	8	32							40
3	2	19	32						53
4	0	10	29	38					77
5	1	6	15	28	41				91
6	1	4	12	17	35	47			116
7	0	0	7	7	12	31	42		99
8		0	1	1	14	12	37	57	122
								Totaal:	607

Examen 1960.

1. In een industrieel bedrijf werden alle exemplaren van een bepaald produkt, dat in partijen van ca.2000 stuks van verschillende leveranciers werd betrokken, bij binnenkomst nagekeken. De resultaten van deze honderd procent keuringen, gedurende een periode van een jaar, zijn in tabel 1 (blz. V 25) samengevat.

Het is bij de verwerking van het produkt gebleken, dat moeilijkheden werden ondervonden tijdens de verwerking van die partijen, waarin het percentage ondeugdelijke exemplaren hoger was dan 8 %. In dergelijke gevallen veroorzaakten de ondeugdelijke exemplaren stagnaties, waardoor de produktieomvang nadelig werd beïnvloed.

De hoeveelheid keuringswerk, die verbonden was aan de volledige controle gaf bezwaren. De afdeling werkvoorbereiding van het bedrijf adviseerde daarom de keuringsteekproefsgewijs te doen verrichten en stelde het in tabel 2 (blz. V 25) gegeven steekproefvoorschrift voor. Bij navraag verstrekte degene, die het voorschrift opstelde, de in figuur 1 (blz.V 26) gegeven keuringskarakteristiek. De karakteristiek werd nagerekend en bleek juist te zijn.

Vraag: a. Bereken bij keuring van toekomstige partijen volgens het voorgestelde voorschrift het gemiddelde percentage ondeugdelijke exemplaren in de voor verwerking beschikbaar komende partijen, onder de veronderstellingen, dat
   1. het percentage ondeugdelijke exemplaren in de aangeboden partijen in de toekomst dezelfde verdeling zal hebben als in het verleden (zie tabel 1) het geval was.
   2. afgekeurde partijen (feilloos) worden gesorteerd en de ondeugdelijke exemplaren worden hersteld.

Het toepassen van een dubbel steekproefvoorschrift blijkt op organisatorische bezwaren te stuiten.

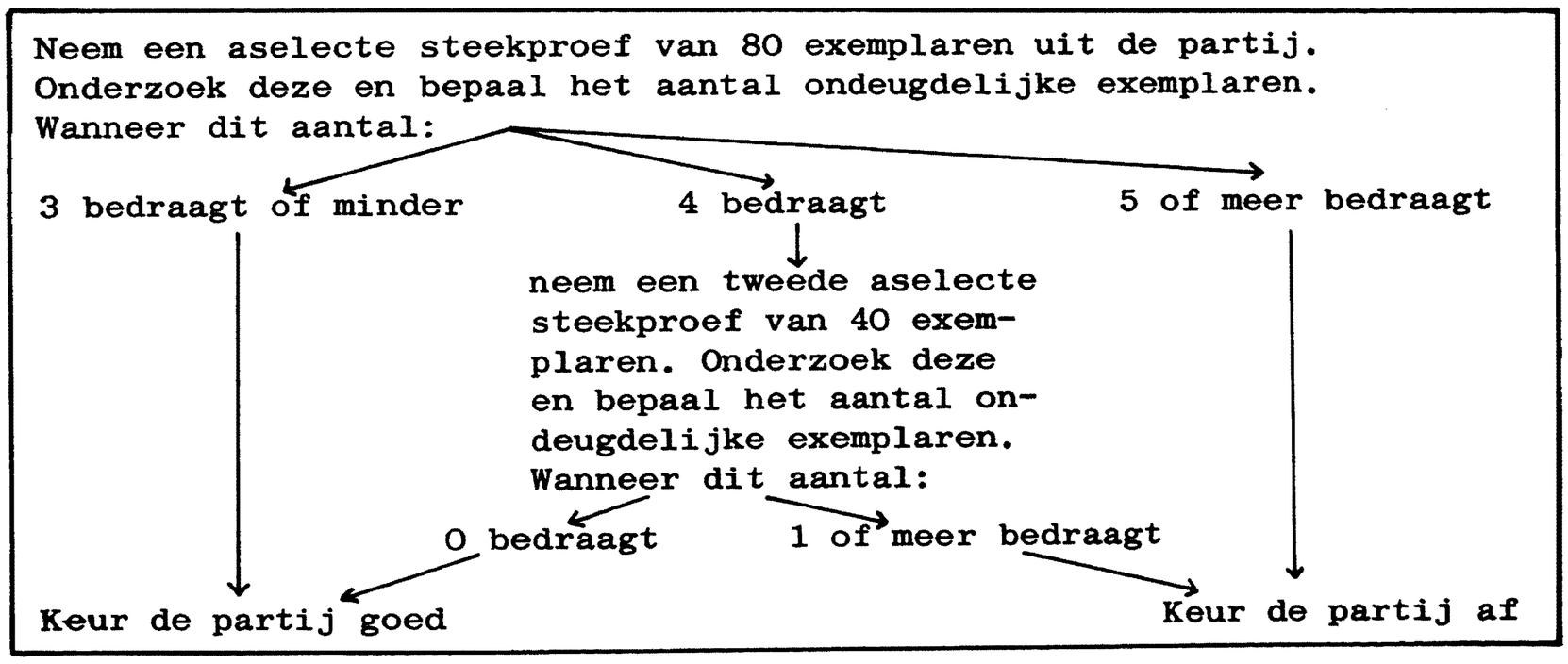
Vraag: b. Stel, met behulp van het nomogram in figuur 2 (blz. V 27) een enkelvoudig steekproefvoorschrift op voor de gegeven situatie. Motiveer de gekozen waarden van de parameters, met behulp waarvan U de n- en c-waarde bepaalt.

Vraag: c. Geef Uw oordeel over de doelmatigheid in de gegeven situatie van het oorspronkelijk voorgestelde dubbele steekproefsysteem.

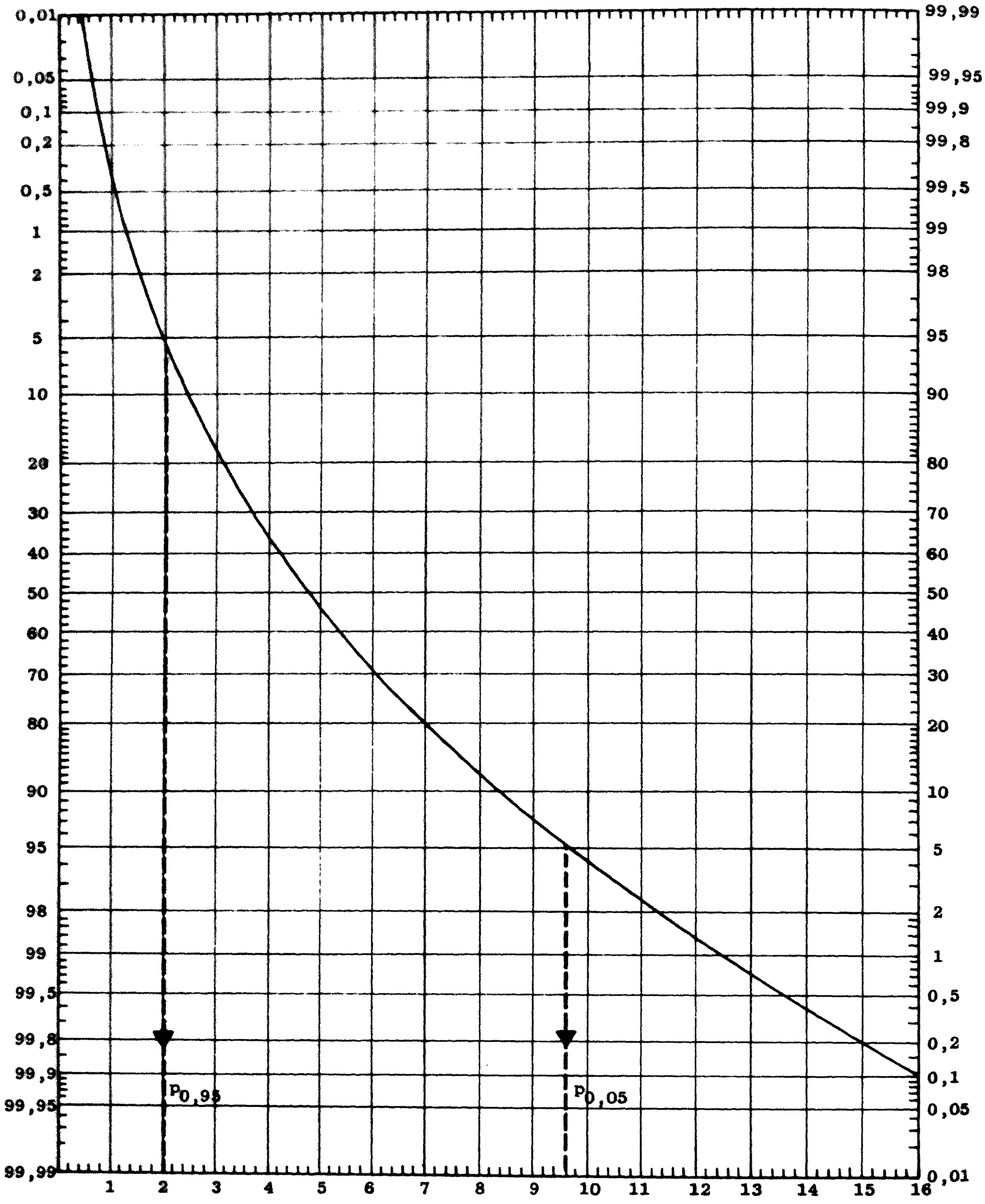
Tabel 1

Resultaten van de keuring van 228 partijen van het produkt	
% ondeugdelijke exemplaren	aantal partijen
0 < 1	62
1 < 2	53
2 < 3	2
3 < 4	4
4 < 5	2
5 < 6	7
6 < 7	13
7 < 8	23
8 < 9	27
9 < 10	18
10 < 11	12
11 < 12	2
12 < 13	3
	228

Tabel 2 Steekproefvoorschrift 1

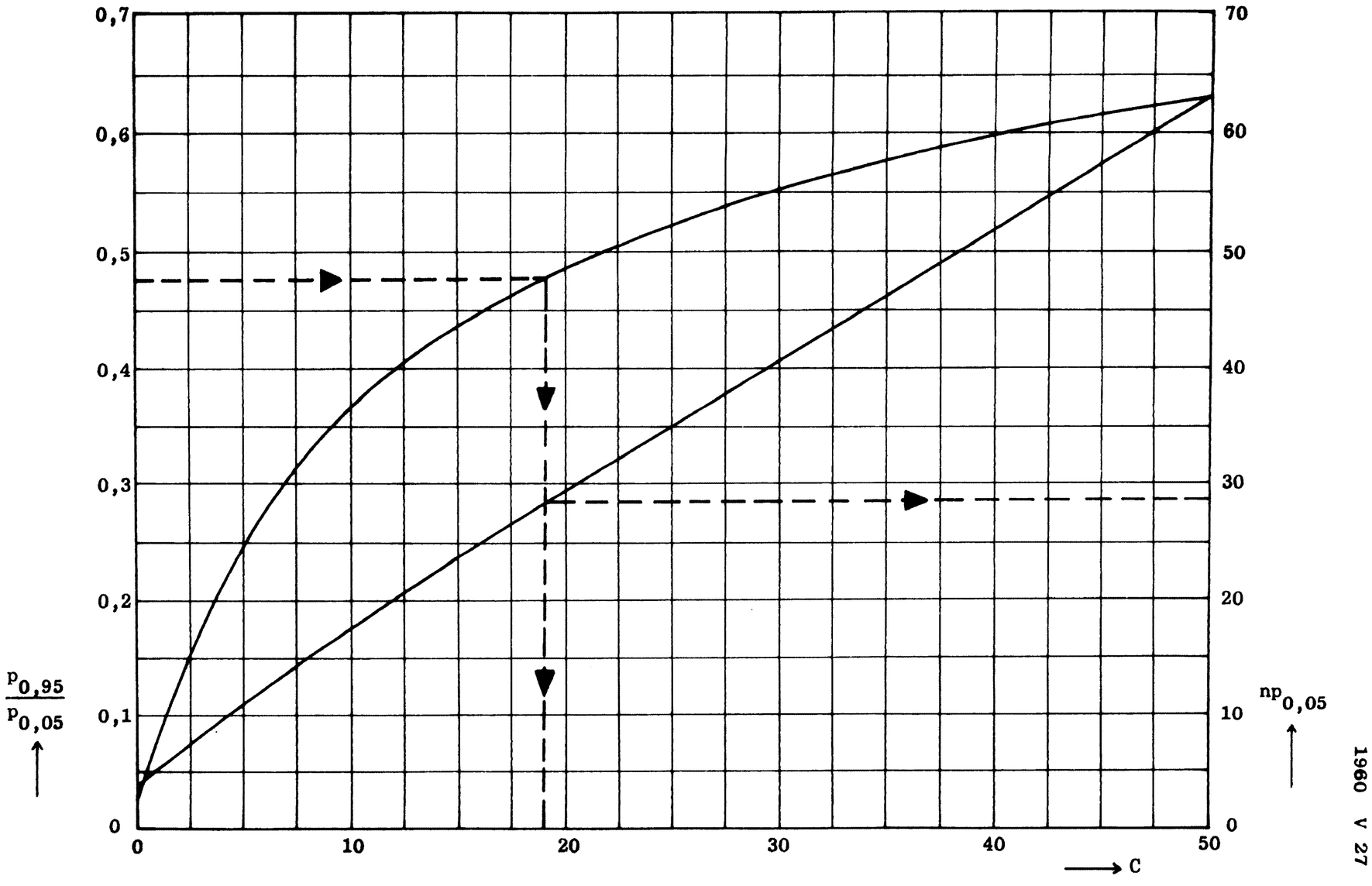


Keuringskarakteristiek van steekproefvoorschrift 1



Figuur 1

Nomogram voor het bepalen van een enkelvoudig steekproefvoorschrift



Figuur 2

2. In een filiaal van een winkelbedrijf worden eenmaal per week, op dinsdag, de artikelen aangevuld. Op maandagavond moet men hiertoe telefonisch aan het centrale magazijn opgeven wat men wenst te ontvangen. De volgende morgen worden dan de bestellingen afgeleverd. Tussentijdse bestellingen zijn niet mogelijk, want op andere dagen moeten de andere filialen worden bevoorraad.

De hoeveelheid, welke wekelijks per artikel besteld wordt, zou bijvoorbeeld als volgt kunnen worden vastgesteld:

Order = gemiddelde verkoop per week - nog aanwezige voorraad op maandagavond.

Deze bestelregel impliceert, dat men op dinsdagmorgen juist voor één week voorraad wenst te hebben. Daar echter de verkoop niet constant is, maar varieert, zal het vaak voorkomen, dat een bepaald artikel in de loop van een week uitverkocht raakt, hetgeen uiteraard een onbevredigende situatie is.

Hierin kan men verbetering brengen door het aanleggen van een zg. veiligheidsvoorraad, waardoor ook in weken, waarin de totale verkoop groter is dan de gemiddelde verkoop, aan de vraag kan worden voldaan. Naarmate de spreiding in de verkoop van een bepaald artikel groter is, zal ook deze veiligheidsvoorraad groter moeten zijn, wanneer men tenminste de kans, dat men uitverkocht raakt, beneden een zekere grens wil houden.

De bepaling van de ordergrootte gebeurt nu dus als volgt:

Order = gemiddelde verkoop - aanwezige voorraad + veiligheidsvoorraad.

Voor een bepaald artikel is gegeven, dat de verdeling der wekelijkse verkopen normaal is met een gemiddelde van 1000 kg en een standaardafwijking van 100 kg.

<u>Vraag</u>: a. Bereken het verband tussen de grootte van de veiligheidsvoorraad en de kans dat men uitverkocht raakt.

De winst per kg bedraagt ƒ.0,18. Het in voorraad houden van één kg.

op dinsdag brengt, ongeacht de dag van de week waarop deze kg (eventueel) wordt verkocht, voor deze periode van een week *f*.0,03 aan kosten met zich mee. Als een klant een bepaald artikel niet kan krijgen, koopt hij dit stellig bij een dichtbijzijnde concurrent. Een gemiste verkoop van één kg betekent dus een verlies van *f*.0,18.

Vraag: b. Geef aan op welke manier de optimale veiligheidsvoorraad kan worden bepaald.
Het uitvoeren van de hiervoor benodigde berekeningen wordt niet geëist.

3. Een as met een nominale diameter van 30 mm moet met een speling van tenminste 0,1 mm in het gat van een steunarm worden gemonteerd.
Over de fabrieksprocessen van de as en van het gat weet men het volgende.

Van het gat:

Bij het boren van een gat treedt een grote slijtage op. De boor moet daarom ieder uur worden vernieuwd. In dit uur is de boordiameter 0,18 mm afgenomen; de diameter-slijtage per geboord gat mag constant worden verondersteld. De uurproduktie blijft als een partij bij elkaar.
De toevallige afwijkingen bij het boren worden verwaarloosd.

Van de as:

De instelling van de machine, waarop de as wordt vervaardigd, is niet eenvoudig; door allerlei oorzaken kan deze instelling tot 0,07 mm van de gewenste 30 mm afwijken. Is de machine eenmaal ingesteld, dan wordt gedurende lange tijd een zeer groot aantal assen bij deze instelling gemaakt. Deze assen blijven als partij bij elkaar. De standaardafwijking van de asdiameters bij een instelling bedraagt 0,05 mm.

Bij de montage worden telkens partijen assen en partijen steunarmen in volgorde van gereedkomen van de partijen verwerkt. Steeds worden een as en een steunarm aselect gekozen uit de respectievelijke partijen. Vervolgens wordt de as in de steunarm gemonteerd.

Vraag: a. Wat is de vorm van de verdeling van de gatdiameters in de steunarmen van een bepaalde partij? Hoe groot is de stan-

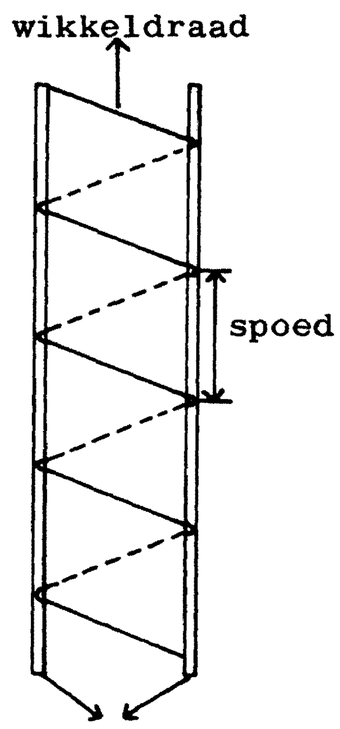
daardafwijking van deze verdeling?

b. Welke minimale waarde is als diameter van de nieuwe boor nog toelaatbaar, wanneer men eist, dat in geen enkele gemonteerde partij bij meer dan 0,1% van alle combinaties een speling van minder dan 0,1 mm optreedt?

Men besluit als diameter van de nieuwe boor de in vraag b. gevonden minimale waarde aan te houden.

Vraag: c. Bepaal zowel voor de gatdiameter als voor de asdiameter de symmetrische grenzen, waarbuiten per partij nooit meer dan 1% van die diameters valt; deze grenzen zouden dus eventueel als tolerantiegrenzen kunnen worden gebruikt.

4. Roosters voor elektronenbuizen (zie figuur) bestaan uit molybdeendraad (wikkeldraad), dat om twee evenwijdige steunbalkjes gewikkeld is. De steunbalkjes zijn gemaakt van een ander soort draad, dat hier verder steundraad zal worden genoemd.



De kwaliteit van de roosters wordt in belangrijke mate bepaald door de gemiddelde spoed van de wikkelingen. Het is bekend, dat deze spoed afhankelijk is van de elasticiteitsmodulus van de voor de roosters gebruikte steundraad. Er is echter nog een eigenschap van de steundraad, die op de gemiddelde spoed een invloed zou kunnen hebben, nl. de diameter. Om te onderzoeken of deze eigenschap, waarvan men mag aannemen dat zij onafhankelijk is van de elasticiteitsmodulus inderdaad van belang is voor de roosterkwaliteit, werd de volgende proef genomen.

Van een groot aantal aselect uit de produktie genomen steundraden werd de diameter gemeten. Deze bleek steeds te liggen tussen 94 en 106 µ. De draden werden daarna in drie klassen ingedeeld:

draden met een diameter van 94 tot 98 µ,
" " " " " 98 " 102 µ en
" " " " " 102 " 106 µ.

Uit elk van deze drie klassen werd aselect een draad gekozen. Elk der drie gekozen draden, waarvan de diameters resp. 97, 100 en 103 µ waren, werd nadien in drie even lange stukken geknipt.

Drie aselect uit de produktie gekozen wikkeldraden werden ieder eveneens in drie even lange stukken geknipt.

Elk stuk roosterdraad werd vervolgens gecombineerd met een stuk steundraad. De stukken van elke wikkeldraad werden hierbij aselect verdeeld over drie aselect gekozen stukken steundraad van verschillende diameter. Daarna werden de negen combinaties in een aselecte volgorde tot negen partijen roosters verwerkt. Door deze aselecte produktievolgorde werd voorkomen dat een eventueel niet beheerst werken van de roosterwikkelmachine de spoed van de roosters, afkomstig van bepaalde wikkel- of steundraden, systematisch beïnvloedde.
Van een wederom aselect gekozen even groot aantal roosters per partij werd vervolgens de gemiddelde spoed per rooster (in microns) bepaald en hieruit de gemiddelde spoed per partij. De resultaten waren:

Gemiddelde spoed in µ's

wikkeldraad	diameter steundraad		
	97 µ	100 µ	103 µ
1	20,1	24,0	32,0
2	22,2	26,3	34,1
3	21,0	26,0	33,1

Uit deze resultaten werd geconcludeerd, dat de diameter van de steundraad een belangrijke invloed op de gemiddelde spoed heeft. De argumenten daarvoor waren:

1. Uit de metingen blijkt, dat tussen de roosters van eenzelfde partij slechts een geringe spreiding optreedt, zodat de verschillen tussen de partijgemiddelden als reëel mogen worden aangemerkt.

2. Bij alle drie wikkeldraden treden tussen de steundraden van verschillende diameter even grote verschillen op.

3. Verwacht werd dat de gemiddelde spoed bij toenemende diameter monotoon zou stijgen of monotoon zou dalen. Gezien de bovenvermelde resultaten mag aangenomen worden, dat deze verwachting bevestigd is en wel in die zin, dat de gemiddelde spoed monotoon stijgt bij toenemende diameter.

Vraag: a. Welke fout schuilt er in de gebruikte proefopzet?
b. Waarom vormen bovenstaande drie argumenten een onvoldoende ondersteuning van de getrokken conclusie?
c. Welke wijziging zou de gegeven proefopzet wel geschikt hebben gemaakt voor het onderzoeken van het gestelde probleem?

5. In een chemisch continu-bedrijf (drieploegen-stelsel) wordt een chemische stof in charges in een reactor geproduceerd. De produktieomstandigheden worden gekarakteriseerd door een groot aantal factoren, waaronder de concentratie van de in een charge aan de grondstof toegevoegde belangrijkste component alfatron (uitgedrukt in gewichtsprocenten van het totaalgewicht van een charge), de vulgraad van de reactor door een charge (in procenten van het beschikbare reactorvolume) en de verblijftijd van de charge in de reactor (in minuten). Met het oog op de verwerking van deze chemische stof is de eindviscositeit van de geproduceerde charges bijzonder belangrijk. Genoemde grootheden - en nog andere - worden per charge bepaald door het bedrijfslaboratorium en genoteerd in het laboratorium-journaal.

De chemische stof wordt in verschillende soorten geproduceerd. Bij de soort ZW-312, gefabriceerd in de twee reactoren 4 en 5, blijkt de eindviscositeit zo sterk te variëren, dat klachten over de verwerkbaarheid ontstaan. De chef van het bedrijfslaboratorium besluit daarom een onderzoek in te stellen. Begonnen wordt met een statistische analyse van de journaalgegevens, die betrekking hebben op de laatste 26 charges van ZW-312 (zie tabel). Onderzocht wordt het verband tussen de eindviscositeit en enige in het journaal opgetekende grootheden.

Vraag: a. Teken drie spreidingsdiagrammen, nl. van de eindviscositeit met respectievelijk de concentratie van alfatron, de vulgraad en de verblijftijd. Welke conclusies volgen in eerste instantie uit deze drie diagrammen?

Uit een nadere statistische analyse blijkt uiteindelijk, dat één van de in vraag a. genoemde factoren toch een duidelijke invloed bezit op de eindviscositeit.

Vraag: b. Ga met behulp van een meer uitvoerige analyse van het cijfermateriaal na, welke factor dit is. Geef duidelijk aan hoe U tot deze conclusie bent gekomen.

N.B. Bij dit vraagstuk behoeft niet gerekend te worden.

Tabel bij vraagstuk 1960 - 5

Uittreksel uit het laboratoriumjournaal: gegevens over produktiesoort ZW-312

charge nr.	reactor nr.	ploeg code	conc.alfatron (gew. %)	vulgraad (vol.%)	verblijf-tijd (min.)	eindvisc. (cP)
719	5	B	30,5	97,0	307	105
720	4	B	28,1	97,7	299	113
721	4	C	29,7	96,9	304	101
722	5	C	30,0	98,5	306	108
723	4	A	30,3	97,0	300	110
724	4	A	29,3	96,3	301	107
725	4	B	29,6	96,6	301	112
726	4	C	29,6	97,9	303	111
727	5	B	30,1	97,5	304	107
728	4	A	29,8	97,5	299	117
729	4	C	29,1	97,8	298	104
730	5	A	28,0	96,7	297	107
731	4	B	30,4	98,0	302	117
732	5	A	30,3	96,9	307	118
733	4	A	30,5	96,6	301	104
734	5	C	27,7	98,1	300	109
735	4	C	28,0	97,8	303	101
736	5	A	29,8	97,4	304	111
737	4	C	30,9	98,5	299	117
738	5	B	29,0	97,2	302	115
739	5	C	30,5	97,3	298	101
740	4	C	30,0	98,2	301	105
741	4	B	29,7	96,3	297	104
742	4	C	29,5	97,3	298	105
743	5	C	29,0	98,4	297	113
744	5	B	30,2	96,4	301	100

Examen 1961.

1. Voor het aan elkaar hechten van twee metalen plaatjes wordt in een bedrijf gebruik gemaakt van een puntlasmachine (de produktie van deze machine bedraagt 2000 hechtingen per uur). Na telkens 15 bedrijfsuren worden de koperen laspunten van deze machine door nieuwe vervangen. Dit verwisselen van laspunten duurt gemiddeld 15 minuten, gedurende welke tijd de machine stilstaat. Zou men het verwisselen van de laspunten uitstellen dan ontstaan er volgens de baas van de lasserij te veel hechtingen, die na verloop van korte tijd weer loslaten.

Om te kunnen nagaan hoe groot het percentage van dergelijke slechte hechtingen bedraagt, wordt een onderzoek ingesteld. Gedurende 30 achtereenvolgende uren dat de machine in bedrijf is worden elk bedrijfsuur 200 aselect gekozen hechtingen gecontroleerd. De resultaten van het onderzoek zijn in onderstaande tabel vermeld.

uur	aantal slechte hechtingen	uur	aantal slechte hechtingen	uur	aantal slechte hechtingen
1	0	11	2	21	2
2	1	12	4	22	1
3	0	13	6	23	1
4	2	14	6	24	3
5	3	15	4	25	2
6	0	16	0	26	3
7	2	17	0	27	3
8	3	18	2	28	2
9	3	19	0	29	4
10	3	20	0	30	7

Direct voor het 1^e en 16^e uur zijn nieuwe laspunten gemonteerd.

Vraag: a. Maak een controlekaart van het percentage slechte hechtingen, en ga met behulp hiervan na of dit percentage, behoudens toevallige variaties, konstant is. Wat zijn Uw conclusies?

Aangenomen wordt, dat het percentage slechte hechtingen lineair afhankelijk is van het aantal bedrijsuren na een wisseling van de laspunten.

Vraag: b. Hoe wordt in het algemeen een dergelijk verband in formulevorm weergegeven?
Wat is de technische betekenis van de konstanten in een dergelijke formule?

Aangenomen mag worden, dat het in vraag b. genoemde verband na wisseling telkens hetzelfde is en dat dit verband ook geldig is indien langer dan 15 uren met dezelfde laspunten wordt gewerkt.

Vraag: c. Bereken dit verband.

Met de afnemer van de op elkaar gehechte plaatjes is overeengekomen, dat in geval van klachten tengevolge van een slechte hechting *f*.0,02 per slechte hechting zal worden terugbetaald. Het wisselen van laspunten kost per keer in totaal (inclusief produktie-verlies) *f*.4,-.

Vraag: d. Bepaal na hoeveel bedrijfsuren laspunten moeten worden vervangen, opdat de totale kosten, veroorzaakt door vervanging van laspunten en door klachten tengevolge van slechte hechtingen, minimaal zijn.

2. Een rederij onderhoudt een tweemaal-daagse dienst tussen Nederland en Noorwegen. Elke morgen om 11.00 uur en elke avond om 23.30 uur vertrekt een schip uit Oostmahorn, dat ten hoogste 200 passagiers met hun bagage kan meenemen.

   De meeste passagiers komen met de boottrein, die aansluiting heeft op de boot (volgens de dienstregeling komen de boottreinen aan om 10.21 uur en 23.00 uur).

   De directie streeft er naar om de boten op tijd te laten vertrekken en geeft op een bepaald moment de rederij-statisticus opdracht een onderzoek in te stellen naar vertragingen in het vertrek, die in het verleden zijn voorgekomen.

   Aangenomen mag worden, dat er geen systematische verschillen bestaan in

vertraging tussen dagen en evenmin tussen weken en maanden.

De statisticus gaat aan de slag en neemt gedurende een periode van 4 maanden telkens aselect één afvaart per dag van de eerste volle week van die maanden en noteert de belangrijkste gegevens (zie tabel op volgende bladzijde).
Vervolgens maakt hij een grafiek, waarin hij de vertraging (in minuten) tegen de tijd uitzet.

Vraag: a. Maak genoemde grafiek.

De statisticus komt bij het bestuderen van deze grafiek tot de conclusie dat de vertraging bij de dagboot, die om 11.00 uur moet vertrekken, over het algemeen kleiner is dan bij de nachtboot, die om 23.30 uur moet vertrekken.

Vraag: b. Op welke wijze kan objectief worden onderzocht of deze conclusie juist is? Voer dit onderzoek uit.

De directie meent, dat de mate van vertraging wordt beïnvloed door het aantal passagiers.

Vraag: c. Ga na of deze opvatting juist is (hiervoor behoeven geen berekeningen te worden uitgevoerd).

d. Is de conclusie van vraag c. in tegenspraak met die van vraag b.?

3. Aanwijzing. De bedoeling van dit vraagstuk is het leveren van kritiek op een deel van een rapport, weergegeven onder B. Vooraf wordt echter onder A een technische toelichting gegeven.

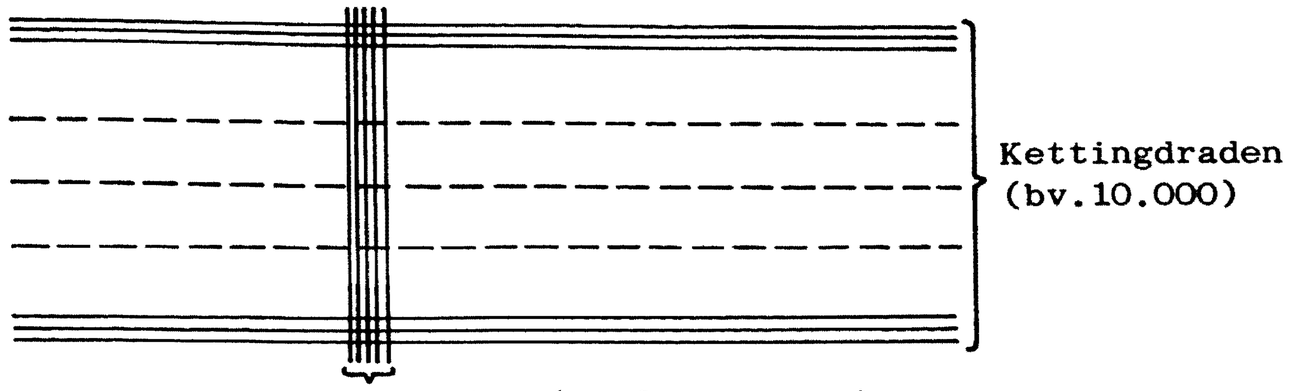
A. Toelichting.
Een weefsel wordt gemaakt door, volgens een bepaald patroon, draden in te slaan in een groot aantal (bijvoorbeeld 10.000) strak gespannen evenwijdig lopende kettingdraden. De inslagdraden worden als het ware "gevlochten" in de kettingdraden (vergelijk onderstaande figuur).
Het breken van kettingdraden ("kettingbreuk") tengevolge van het aanbrengen van de inslagdraden geeft storing bij het weefproces en heeft

Tabel bij vraagstuk 1961 - 2

Maand	Datum	Dag	d of n *)	Aantal passagiers	Vertraging in minuten
mei	1	maandag	d	167	1
	2	dinsdag	n	200	11
	3	woensdag	n	200	18
	4	donderdag	d	188	13
	5	vrijdag	n	200	12
	6	zaterdag	n	200	17
	7	zondag	d	162	1
juni	5	maandag	d	188	8
	6	dinsdag	d	186	8
	7	woendag	d	171	4
	8	donderdag	n	200	12
	9	vrijdag	d	192	13
	10	zaterdag	n	200	12
	11	zondag	d	177	6
juli	3	maandag	n	200	12
	4	dinsdag	d	180	8
	5	woensdag	n	200	10
	6	donderdag	d	195	14
	7	vrijdag	d	193	14
	8	zaterdag	n	200	10
	9	zondag	n	200	9
augustus	7	maandag	n	200	17
	8	dinsdag	d	183	6
	9	woensdag	n	200	15
	10	donderdag	d	186	6
	11	vrijdag	n	200	11
	12	zaterdag	d	185	13
	13	zondag	n	200	11

*/ d = dagboot; n = nachtboot

later ook verlies in kwaliteit qua uiterlijk van het weefsel tot gevolg: kettingbreuken zijn dus zeer ongewenst.



B. Deel van een rapport over de bepaling van het kritieke aantal kettingbreuken.

" ..... Aangezien voor het aangeven van het aantal kettingbreuken verschillende methoden bestaan, hebben wij indertijd een keuze gedaan, die ons rationeel toescheen. Volgens deze methode wordt het aantal breuken uitgedrukt per 10.000 kettingdraden per 10.000 inslagen.

Op deze wijze wordt tot uitdrukking gebracht dat zowel het aantal draden in de ketting als het aantal inslagen, dat verweven wordt, een bepalende factor is.
Gebleken is, dat bij het verweven van een normale katoenen ketting een gemiddeld aantal kettingbreuken per 10.000 kettingdraden per 10.000 inslagen van 0,6 nog aanvaardbaar is. Dit betekent, dat in het praktische geval van 100 m weefsel van 10.000 kettingdraden met 20 inslagen per cm op de gehele ketting ten hoogste 12 kettingbreuken mogen voorkomen. Voor een enigszins verantwoorde beoordeling van het aantal kettingbreuken zijn echter enige honderden meters weefsel beslist onvoldoende: op zijn minst moet hier 40.000 meter weefsel in aanmerking genomen worden, bij voorkeur afkomstig van 10 tot 20 weefgetouwen. Bij een zeer dun garen is in het algemeen een gemiddeld aantal kettingbreuken per 10.000 kettingdraden per 10.000 inslagen bij eenzelfde aantal inslagen (namelijk 20) per cm van 1,0 nog aanvaardbaar.
Wil men het aantal kettingbreuken met dezelfde procentuele nauwkeurigheid bepalen als in het zojuist genoemde geval, dan moet ook hier

circa 40.000 meter weefsel worden beoordeeld. In de praktijk stuit dit echter om verschillende redenen op grote moeilijkheden".

Vraag: Lever op het hier bovenstaande deel van het rapport kritiek; dat wil zeggen: geef aan welke uitspraken of verwachtingen foutief of ongefundeerd zijn.

4. Een bedrijf produceert een bacteriëel vaccin dat als suspensie *) in ampullen van 10 ml. wordt afgevuld. Partijen van 1000 ampullen worden steekproefsgewijs gecontroleerd op het bacteriëngehalte - dit is het gemiddelde aantal bacteriën per ml. - per ampul. Daartoe worden per partij 10 ampullen aselect gekozen. Uit elk van deze ampullen wordt tweemaal een monster van 1 ml. suspensie afgepipetteerd. Elk van deze monsters van 1 ml. wordt met een factor 10^6 verdund en van deze verdunde suspensie wordt 0,2 ml. gelijkmatig uitgestreken op een voedingsbodem, "telplaat" genaamd. Deze telplaat wordt gedurende 14 dagen bij 37^o bewaard.
Aangenomen mag worden, dat onder deze omstandigheden uit elke bacterie één kolonie ontstaat. Geteld wordt nu het aantal bacteriënkolonies, dat zich gedurende deze 14 dagen op een telplaat heeft ontwikkeld. Per ampul worden dus op twee telplaten de aantallen kolonies geteld, zodat in totaal twintig telresultaten worden verkregen, waarvan het gemiddelde wordt bepaald.

Tot dusver was het voorschrift een partij goed te keuren indien dit gemiddelde niet buiten het interval 200 tot 220 bleek te liggen.
Aan een statisticus werd nu gevraagd na te gaan of dit keuringsvoorschrift in overeenstemming was met de volgende drie eisen:

1e. partijen waarvan 1% (of meer) van de ampullen een bacteriën gehalte van 85×10^7 bacteriën/ml. of nog minder bevatten, moeten in tenminste 95% van de gevallen worden afgekeurd;

2e. partijen waarvan 1% (of meer) van de ampullen een bacteriëngehalte van 125×10^7 bacteriën/ml. of nog meer bevatten, moeten eveneens in tenminste 95% van de gevallen worden afgekeurd;

*) Vloeistof waarin de bacteriën in zwevende toestand verkeren.

3e. partijen met een gemiddeld bacteriëngehalte per partij van 105×10^7 bacteriën/ml. mogen in hoogstens 1% van de gevallen worden afgekeurd.

Op zijn verzoek werden hem de keuringsresultaten verstrekt van een groot aantal recente partijen. Hieruit werden met behulp van een variantie-analyse de volgende waarden voor de hieronder genoemde variantie-componenten afgeleid,

. voor de spreiding in het aantal bacteriënkolonies (per 0,2 ml. verdunde suspensie) tussen telplaten binnen een ampul:

$$\sigma_t^2 = 300.$$

. voor de spreiding in het aantal bacteriënkolonies (per 0,2 ml. verdunde suspensie) tussen ampul binnen een partij:

$$\sigma_a^2 = 100.$$

Tevens bleek dat de verdeling van het bacteriëngehalte per ampul binnen een partij voldoende nauwkeurig door een normale verdeling kon worden benaderd; dit was eveneens het geval met de telresultaten binnen ampullen.

<u>Vraag</u>: a. Bereken en teken de keuringskarakteristiek, behorend bij het bovenbeschreven keuringsvoorschrift.

b. Wat moet het antwoord van de statisticus zijn op de vraag of deze keuringsprocedure in overeenstemming is met de drie hierboven geformuleerde eisen? Motiveer uw antwoord.

c. Indien uw antwoord op vraag b. ontkennend luidt, welk keuringssysteem zou u dan aanbevelen opdat wel aan deze eisen wordt voldaan; met andere woorden, hoeveel ampullen moeten in de steekproef worden opgenomen bij gelijkblijvend aantal telplaten per ampul, en welke afkeuringsgrenzen voor het steekproefgemiddelde zijn gewenst?

d. Waarom komt een sequent steekproefsysteem hier niet in aanmerking?

Examen 1962

1. In een fabrieksafdeling waar een speciaal soort electromotoren wordt gemaakt, is tot dusver een gemiddelde dagproduktie van 800 stuks gerealiseerd. Er wordt een bepaalde reorganisatie van de afdeling voorgesteld. Na invoering hiervan wordt gedurende een periode van 6 weken geproduceerd, waarbij de onderstaande dagprodukties zijn verkregen.

Week	Dag	Dagproduktie	Week	Dag	Dagproduktie	Week	Dag	Dagproduktie
1	Maandag	785	3	Maandag	713	5	Maandag	750
	Dinsdag	772		Dinsdag	746		Dinsdag	715
	Woensdag	822		Woensdag	780		Woensdag	754
	Donderdag	846		Donderdag	731		Donderdag	780
	Vrijdag	812		Vrijdag	748		Vrijdag	767
2	Maandag	770	4	Maandag	724	6	Maandag	802
	Dinsdag	749		Dinsdag	696		Dinsdag	835
	Woensdag	794		Woensdag	710		Woensdag	796
	Donderdag	772		Donderdag	736		Donderdag	776
	Vrijdag	758		Vrijdag	712		Vrijdag	816

Bij de analyse van gegevens van voor de reorganisatie bleek dat de produkties konden worden beschreven door een normale verdeling met als standaardafwijking $\sigma = 31$ stuks.

Vraag: a. Onderzoek of de in de tabel vermelde dagprodukties statistisch beheerst zijn.

b. Mag uit deze gegevens worden geconcludeerd dat de gemiddelde dagproduktie na de reorganisatie systematisch beneden het vroegere gemiddelde blijft? Geef commentaar.

2. In een werkplaats staan vijf draaibanken van verschillend type, die ieder door een speciale man worden bediend. Om een indruk te verkrijgen over onder andere de mate van stilstand van de banken, wordt

besloten deze gedurende een komende periode van tien normale werkweken met behulp van multimomentopnamen te onderzoeken. Een werkweek bestaat uit vijf werkdagen (maandag tot en met vrijdag), elk van acht werkuren (8.00 - 12.00 uur, 13.00 - 17.00 uur). Een moment zal worden aangeduid door het aangeven van een bepaalde minuut (bijvoorbeeld week 6, dinsdag 11.23 uur); de waarneming wordt geacht te geschieden aan het begin van de aangegeven minuut.

Men besluit in de periode van tien weken in totaal 1.000 waarnemingen te verrichten en vraagt zich af hoe dit kan worden georganiseerd. Overwogen wordt de volgende waarnemingsmethode toe te passen:
Voor elke draaibank zijn er in de beschouwde periode dus 24.000 momenten, dat wil zeggen voor de vijf draaibanken samen 120.000 momenten. Uit deze populatie van 120.000 momenten wordt nu een steekproef van 1.000 momenten genomen, waarbij op de aangewezen momenten een waarneming (dat wil zeggen stilstand of niet) aan de desbetreffende draaibank wordt verricht (<u>methode A</u>).

<u>Vraag:</u> a. Geef op beknopte wijze aan hoe een waarnemingsschema met behulp van een tabel met toevalscijfers, waarvan gemakshalve de eerste bladzijde op blz.V 45 is gegeven, kan worden opgesteld.

b. Bereken de standaardafwijking van het gevonden percentage stilstand over de beschouwde tien weken en een betrouwbaarheidsinterval (met 5% onbetrouwbaarheid) voor het werkelijke percentage, onder de veronderstelling dat het gevonden percentage 25 bedraagt.
Wat is ten aanzien van de verschillende draaibanken de betekenis van het gevonden percentage (en van het betrouwbaarheidsinterval)?

Methode A blijkt nogal bewerkelijk te zijn, zowel wat betreft het opstellen van het waarnemingsschema als de uitvoering daarvan. Men besluit daarom de draaibanken op 200 momenten tegelijk waar te nemen, hetgeen organisatorisch goed mogelijk is. Op deze wijze worden ook 1.000 waarnemingen verkregen, namelijk 200 series van 5 (<u>methode B</u>).
Na uitvoering van de multimomentopnamen leert een statistische analyse,

dat voor de beschouwde periode van 10 weken geen aantoonbare verschillen in percentage stilstand tussen de draaibanken bestaan.

Vraag: c. Vergelijk de beide opnamemethoden A en B wat betreft de nauwkeurigheid, waarmede het werkelijke percentage stilstand wordt geschat (geen formules of berekeningen).

Vervolgens wordt een frequentieverdeling gemaakt van de 200 series van 5 waarnemingen aan de verschillende draaibanken, waarbij als variabele het aantal stilstaande banken wordt genomen. Het resultaat wordt weergegeven in onderstaande tabel.

aantal stilstaande banken	frequentie
0	98
1	42
2	21
3	11
4	7
5	21

Vraag: d. Welke conclusie kan worden getrokken?
(Geen uitvoerige berekeningen).

e. Hoe groot is de standaardafwijking van het percentage stilstand, dat uit bovenstaande frequentieverdeling kan worden berekend?

Men wil het verkregen cijfermateriaal nu tevens trachten te gebruiken om een voorspelling te doen voor de (naaste) toekomst wat betreft de mate van stilstand onder de bestaande omstandigheden.

Vraag: f. Geef beknopt aan hoe daartoe het verkregen cijfermateriaal verder geanalyseerd zou moeten worden.

3. In een bedrijf waar stoomafsluiters worden gemaakt, wordt een nieuw type afsluiter in een proefserie vervaardigd.
Een van de belangrijkste eigenschappen van de afsluiters is de stoom-

Tabel bij vraagstuk 1962-2.

Toevalscijfers (eerste bladzijde).

03 47 43 73 86	36 96 47 36 61	46 98 63 71 62	33 26 16 80 45
97 74 24 67 62	42 81 14 57 20	42 53 32 37 32	27 07 36 02 51
16 76 62 27 66	56 50 26 71 07	32 90 79 78 53	13 55 38 58 59
12 56 85 99 26	96 96 68 27 31	05 03 72 93 15	57 12 10 14 21
55 59 56 35 64	38 54 82 46 22	31 62 43 09 90	06 18 44 32 53
16 22 77 94 39	49 54 43 54 82	17 37 93 23 78	87 35 20 96 43
84 42 17 53 31	57 24 55 06 88	77 04 74 47 67	21 76 33 50 25
93 01 63 78 59	16 95 55 67 19	98 10 50 71 75	12 86 73 58 07
33 21 12 34 29	78 64 56 07 82	52 42 07 44 38	15 51 00 13 42
57 60 86 32 44	09 47 27 96 54	49 17 46 09 62	90 52 84 77 27
18 18 07 92 46	44 17 16 58 09	79 83 86 19 62	06 76 50 03 10
26 62 38 97 75	84 16 07 44 99	83 11 46 32 24	20 14 85 88 45
23 42 40 64 74	82 97 77 77 81	07 45 32 14 08	32 98 94 07 72
52 36 28 19 95	50 92 26 11 97	00 56 76 31 38	80 22 02 53 53
37 85 94 35 12	83 39 50 08 30	42 34 07 96 88	54 42 06 87 98
70 29 17 12 13	40 33 20 38 26	13 89 51 03 74	17 76 37 13 04
56 62 18 37 35	96 83 50 87 75	97 12 25 93 47	70 33 24 03 54
99 49 57 22 77	88 42 95 45 72	16 64 36 16 00	04 43 18 66 79
16 08 15 04 72	33 27 14 34 09	45 59 34 68 49	12 72 07 34 45
31 16 93 32 43	50 27 89 87 19	20 15 37 00 49	52 85 66 60 44
68 34 13 30 70	55 74 30 77 40	44 22 78 84 26	04 33 46 09 52
74 57 25 65 76	59 29 97 68 60	71 91 38 67 54	13 58 18 24 76
27 42 37 86 53	48 55 90 65 72	96 57 96 36 10	96 46 92 42 45
00 39 68 29 61	66 37 32 20 30	77 84 57 03 29	10 45 65 04 26
29 94 98 94 24	68 49 69 10 82	53 75 91 93 30	34 25 20 57 27
16 90 82 66 59	83 26 64 11 12	67 19 00 71 74	60 47 21 29 68
11 27 94 75 06	06 09 16 74 66	02 94 37 34 02	76 70 90 30 86
35 24 10 16 20	33 32 51 26 38	79 78 45 04 91	16 92 53 56 16
38 23 16 86 38	42 38 97 01 50	87 75 66 81 41	40 01 74 91 62
31 96 25 91 47	96 44 33 49 13	34 86 82 53 91	00 52 43 48 85
66 67 40 67 14	64 05 71 95 86	11 05 65 09 68	76 83 20 37 90
14 90 84 45 11	75 73 88 05 90	52 27 41 14 86	22 98 12 22 08
68 05 51 18 00	33 96 02 75 19	07 60 62 93 55	59 33 82 43 90
20 46 78 73 90	97 51 40 14 02	04 02 33 31 08	39 54 16 49 36
64 19 58 97 79	15 06 15 93 20	01 90 10 75 06	40 78 78 89 62
05 26 93 70 60	22 35 85 15 13	92 03 51 59 77	59 56 78 06 83
07 97 10 88 23	09 98 42 99 64	61 71 62 99 15	06 51 29 16 93
68 71 86 85 85	54 87 66 47 54	73 32 08 11 12	44 95 92 63 16
26 99 61 65 53	58 37 78 80 70	42 10 50 67 42	32 17 55 85 74
14 65 52 68 75	87 59 36 22 41	26 78 63 06 55	13 08 27 01 50
17 53 77 58 71	71 41 61 50 72	12 41 94 96 26	44 95 27 36 99
90 26 59 21 19	23 52 23 33 12	96 93 02 18 39	07 02 18 36 07
41 23 52 55 99	31 04 49 69 96	10 47 48 45 88	13 41 53 89 20
60 20 50 81 69	31 99 73 68 68	35 81 33 03 76	24 30 12 48 60
91 25 38 05 90	94 58 28 41 36	45 37 59 93 09	90 35 57 29 12

druk waarbij lekkage gaat optreden (zogenaamde lekdruk).

Uit de proefproduktie van het nieuwe type zijn 100 afsluiters genomen en op lekdruk onderzocht. Tevens zijn 61 afsluiters van het oude type uit de produktie genomen en op hetzelfde proefapparaat op lekdruk onderzocht.

Beide series kunnen worden beschouwd als steekproeven uit de desbetreffende produkties.

Het proefapparaat kan worden ingesteld op een druk van 20,0 atm. tot 37,5 atm. oplopend met stappen van 2,5 atm. De resultaten van dit onderzoek zijn in onderstaande frequentietabel genoemd.

Aantallen bij verschillende drukken lek geworden afsluiters.

druk in atm.	nieuwe type	oude type
20,0	6	17
22,5	3	8
25,0	9	2
27,5	9	6
30,0	11	5
32,5	9	3
35,0	14	5
37,5	4	5
Niet lek geworden	35	10

Vraag:
a. Onderzoek of het nieuwe type afsluiter een systematisch hogere lekdruk heeft dan het oude type.
b. Hoe kan op eenvoudige wijze worden onderzocht of de populaties van de lekdrukken als normaal verdeeld mogen worden beschouwd?
Voer dit onderzoek uit.
c. Geef een globale schatting van het gemiddelde verschil in lekdruk en van de standaardafwijking van dit gemiddelde verschil.

4. Met twee pH-meters, A en B, wordt in vijf verschillende oplossingen de pH in enkelvoud gemeten; de tien metingen worden in aselecte volgorde uitgevoerd.
De resultaten zijn als volgt:

pH-meter	pH waarden in oplossing				
	1	2	3	4	5
A	5,94	6,11	5,72	5,88	5,26
B	6,07	6,16	5,89	5,86	5,49

In vroegere gegevens is gevonden dat de meetonnauwkeurigheid van beide pH-meters kon worden beschreven door een standaardafwijking $\sigma = 0,054$ voor een enkelvoudige meting.

Vraag: Mag uit de beschikbare gegevens worden geconcludeerd dat de twee pH-meters systematisch verschillen in niveau?
Geef de berekeningen weer.

5. In een fabrieksafdeling wordt een bepaalde draadsoort tot spiralen verwerkt. Daartoe worden lange stukken draad in hun geheel onder verhitting gespiraliseerd en daarna op dezelfde machine tot stukken (spiralen) van de vereiste lengte gesneden. De spiralen worden afgeleverd in partijen, die van één draad afkomstig zijn.
De gemiddelde elektrische weerstand (in Ohms, gemeten bij $20^{o}C$) van de spiralen van één partij blijkt vrij vaak aanzienlijk hoger te zijn dan is toegestaan. Dit verschijnsel zou veroorzaakt kunnen worden door verschillen tussen de draden, die de basis van de partijen vormen en/of door verschillen tussen de vier mechanisch gelijkwaardige machines die de spiraalproduktie leveren. Men vermoedt echter dat men de verschillen in gemiddelde weerstand van de partijen die door deze oorzaken ontstaan, kan wegwerken door bij een hogere temperatuur te spiraliseren.
Om dit te onderzoeken neemt men de volgende proef.
Uit de in het magazijn liggende draden worden er vier aselect gekozen. Deze vier draden worden elk in vier stukken geknipt en van elke draad wordt één stuk aan elk van de vier machines toegewezen. Deze toewijzing gebeurt met behulp van lotingstabellen om te voorkomen dat eventuele heterogeniteit binnen de draden een rol zou kunnen spelen bij het vaststellen van eventuele verschillen tussen de machines. De zestien stukken draad worden nu tot spiralen verwerkt, waarbij de temperatuur op $200^{o}C$, $250^{o}C$, $300^{o}C$ of $350^{o}C$ wordt

ingesteld volgens het onderstaande Latijnse vierkant:

Machine	Draad			
	1	2	3	4
I	350°	200°	300°	250°
II	200°	350°	250°	300°
III	250°	300°	200°	350°
IV	300°	250°	350°	200°

De gemiddelde weerstanden van de 16 partijen, die bij deze proef zijn gemaakt bedragen (in Ohms):

Machine	Draad			
	1	2	3	4
I	68	76	59	59
II	87	59	66	62
III	72	58	61	65
IV	60	67	57	46

Van elke partij is een zelfde (zeer groot) aantal spiralen gemeten.

Vraag: a. Mag naar Uw mening aangenomen worden, dat een proef volgens de beschreven opzet inderdaad de mogelijkheid biedt de genoemde invloeden van draad, machines en temperatuur vast te stellen?
Motiveer Uw antwoord.

b. Is Uw antwoord bevestigend, voer dan de statistische analyse van de proefresultaten uit en trek de conclusies.
Is Uw antwoord ontkennend, geef dan aan hoe de proefopzet zou hebben moeten zijn.

Examen 1963

1. Hieronder is een gedeelte weergegeven van een voorschrift voor het maken en het gebruiken van een controlekaart met 99,7%-grenzen voor gemiddelde $\bar{x}$ en spreidingsbreedte.

Vraag: Geef puntsgewijs en bondig kritiek ten aanzien van de statistische onjuistheden.

.....

.....

Het berekenen van de controlegrenzen voor de x-kaart.

1. Bereken de mediaan van de gemiddelden van de eerste vijftien steekproeven van 5 stuks, nadat het proces goed is ingesteld.
2. Vermenigvuldig de mediaan van de spreidingsbreedten met de factor 0,577.
3. Trek de in punt 2 verkregen uitkomst van de mediaan van de gemiddelden (punt 1) af voor het vinden van de ondergrens en tel deze uitkomst bij deze zelfde mediaan van de gemiddelden op voor het vinden van de bovengrens van de $\bar{x}$-kaart.

Het berekenen van de standaardafwijking van het proces.

1. Vermenigvuldig de mediaan van de spreidingsbreedten met de factor 0,430. Het produkt is een schatting van de standaardafwijking binnen steekproeven, welke wordt gelijkgesteld aan de standaardafwijking van het ongestoorde proces.

Aanwijzigingen ten aanzien van het buiten controle zijn van het proces.

Het proces dient te worden gecorrigeerd indien op één of beide controlekaarten zich ten minste één van de volgende verschijnselen voordoet. Waarschuw in dat geval de voorman voor het nemen van maatregelen.

1. één punt buiten de controlegrenzen.
2. vier of meer punten aan één kant van de centrale lijn.
3. twee achtereenvolgende punten op de kaart voor gemiddelden dichter bij één zelfde controlegrens dan bij de centrale lijn.

.....

.....

2. In een chemische fabriek wordt een produkt C bereid door in een reactor bij een bepaalde temperatuur een vloeistof A te voegen bij een vaste stof B onder een gasvormige katalysator, Daarbij wordt naast het gewenste produkt C bovendien een ongewenst bijprodukt D gevormd, volgens de reactievergelijking

$$A + B \rightarrow C + D .$$

Het produkt C kan daarna langs chemische weg worden afgescheiden uit het mengsel. De produktie vindt plaats in dagdienst, waarbij per dag één charge wordt geproduceerd.
De hoeveelheden van A en B zijn van charge tot charge constant, terwijl ook de overige omstandigheden zoals de temperatuur tijdens de reactie constant worden gehouden. Alleen de tijdsduur gedurende welke A bij B gevoegd wordt varieert van charge tot charge binnen voorgeschreven grenzen.
Uit efficiëncy-overwegingen worden steeds twee opeenvolgende charges van het mengsel van C en D samengevoegd, voordat C uit het mengsel wordt afgescheiden. Gedurende de laatste 4 weken zijn de in de tabel genoemde opbrengsten van produkt C verkregen.
Nu wordt vermoed dat de opbrengst van een dagcharge afhangt van de toevoegtijd (binnen de voorgeschreven grenzen).
Bekend is dat bij constante toevoegtijd de opbrengst als normaal verdeeld mag worden beschouwd. Verder is nog gegeven dat de standaardafwijking van deze normale verdeling onafhankelijk is van de toevoegtijd, terwijl de opbrengsten van opeenvolgende charges onderling stochastisch onafhankelijk zijn.
Om te onderzoeken in hoeverre het hierboven geopperde vermoeden juist is, wordt met behulp van bovenstaande gegevens een lineaire regressievergelijking aangepast aan de opbrengst van één charge op de toevoegtijd.

Vraag: a. Stel de theoretische regressievergelijking op en bereken een schatting van elk der coëfficienten.

b. Ga na of de vermoede afhankelijkheid door de gegevens wordt bevestigd.

c. Bereken een schatting van de in de tekst genoemde constante standaardafwijking.

Chargenummer	Toevoegtijd A bij B (in min.)	Opbrengst van C per twee charges (in kg)
112 113	30 28	96,9
114 115	34 21	96,2
116 117	21 31	95,8
118 119	40 36	107,8
120 121	28 24	94,2
122 123	23 38	99,2
124 125	27 27	95,7
126 127	36 22	97,3
128 129	31 28	100,2
130 131	23 25	94,0

3. In een bedrijfsafdeling staat een groot aantal spuitgietmachines, waarmede in drie-ploegendienst staven van Plaston (een bepaalde soort plastic) van een zekere standaardlengte worden vervaardigd. Plaston-staven kunnen verschillende soorten fouten bezitten. Bijzonder storend voor een goed uiterlijk is het optreden van zogenaamde "putjes": deze mogen daarom beslists niet te veel voorkomen. Iedere Plaston-staaf wordt dan ook gecontroleerd op het aantal putjes, welke controle op zich een eenvoudige zaak is.

   Uit vroegere onderzoekingen is gebleken dat bij een bepaald gemiddeld aantal putjes per staaf (verder kortweg aan te duiden als: "het fouten-niveau") de putjes aselect over de staven zijn verdeeld.

Vraag: a. Welke verdeling volgt in dat geval het aantal putjes per staaf?

Door verschillende oorzaken fluctueert het genoemde foutenniveau nog-al sterk, zowel in de tijd per machine als op een tijdstip van machine tot machine. Een mogelijke belangrijke oorzak voor het ontstaan van putjes is een minder goede toestand van de gietmond van de spuit-gietmachine. Zolang de gietmond is ingebouwd, kan de gietmond echter niet worden gecontroleerd. Wel kan de gietmond worden vervangen, het-geen echter kosten met zich meebrengt, onder andere door produktie-derving wegens stilstand tijdens de vervanging. Sinds enige tijd geldt het voorschrift, dat zodra een Plastonstaaf 5 of meer putjes bevat, de betreffende gietmond door een andere wordt vervangen. Het blijkt nu, dat het aantal putjes in de staaf, die direct na deze vervanging is geproduceerd, veelal kleiner is dan de afkeurgrens 5. Hieruit wordt nu de conclusie getrokken, dat de nieuwe gietmond een gunstige invloed heeft op het foutenniveau. Echter, zo wordt tegengeworpen, een dergelijke verbetering zal ook optreden, indien de vervanging van de gietmond geen enkele invloed heeft op het foutenniveau.

Vraag: b. Kwantificeer deze laatste uitspraak, in de veronderstelling dat het constant foutenniveau gelijk is aan 2,5 putjes per staaf.

c. Teken een grafiek, waarin de kans op een staaf met minder dan 5 putjes na een vervanging van de gietmond wordt uitge-zet tegen het foutenniveau, nog steeds in de veronderstel-ling, dat een vervanging van de gietmond geen enkele in-vloed heeft op het aanwezige foutenniveau. Wat is de samen-hang tussen deze grafiek en de keuringskarakteristiek van de hierboven beschreven procescontrole?

Om te onerzoeken of het vervangen van de gietmond inderdaad een gunstige invloed heeft, vergelijkt men in 50 gevallen waarin de gietmond ver-vangen is, het aantal putjes van de staaf, onmiddellijk voorafgaande aan de afgekeurde staaf (met 5 of meer putjes dus), met het aantal putjes van de staaf, die als eerste na de vervanging geproduceerd is.

Vraag: d. Geef een statistische methode aan die bij deze vergelijking kan worden toegepast.

Als resultaat van de onder d uitgevoerde statistische analyse wordt geconcludeerd, dat na vervanging van de gietmond inderdaad verbetering in het aantal putjes per staaf optreedt.

Vraag: e. Geef aan, of naar Uw mening hierdoor bewezen is, dat - afgezien van de nu eenmaal aan elke statistische conclusie inhaerente onbetrouwbaarheid - de montage van een nieuwe gietmond de technische oorzaak van de verbetering is.

Of vervanging van de gietmond invloed heeft op het aantal putjes is ook nog op andere wijze nagegaan. Men berekent voor ieder van de direct boven vraag d. genoemde 50 staven, direct geproduceerd na vervanging van de gietmond, de zogenaamde "foutenvermindering", dat wil zeggen het verschil tussen de afkeurgrens 5 en het aantal putjes per staaf. Op deze wijze wordt een reeks van 50 "foutenverminderingen" verkregen. Enige tijd later wordt in 30 gevallen bij overschrijding van de afkeurgrens de gietmond niet vervangen en gewoon doorgeproduceerd; wel worden de overeenkomstige 30 "foutenverminderingen" berekend. De beide reeksen "foutenverminderingen" worden met behulp van een statistische toets vergeleken.

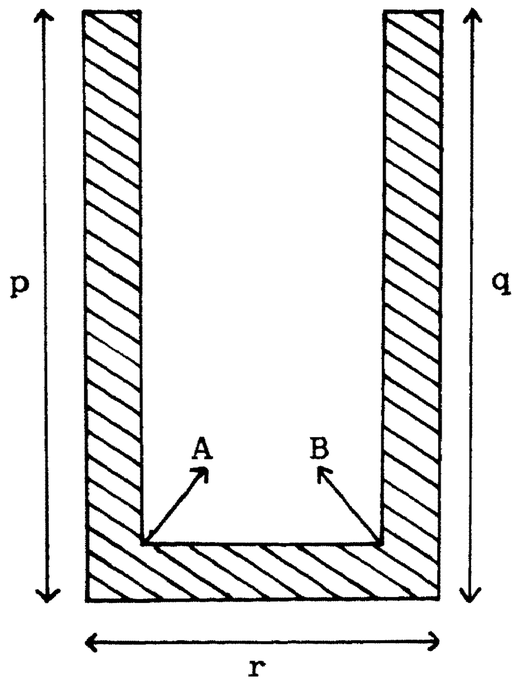
Vraag: f. Geef aan, waarom deze onderzoekingsmethode onjuist is.

4. Door een fabrieksafdeling worden metalen platen omgebogen tot werkstukken van de in bijgaande figuur (in doorsnede volgens de lengterichting van de plaat) gegeven vorm.

Daarbij wordt, dwars op de lengterichting van de plaat, eerst de buiging bij A en vervolgens die bij B aangebracht.
Gestreefd wordt naar een lengte van 20 cm voor de beide benen p en q en naar een lengte van 10 cm voor het middenstuk r. Van werkstuk tot werkstuk treden echter kleine variaties op in de lengte van het been p en het middenstuk r en ook in de lengte (z) van de ongebruikte metalen plaat.

Bekend is dat de afmetingen p, r en z normaal verdeeld en onderling onafhankelijk zijn, waarbij

μ_p = 20 cm en σ_p = 0,20 cm
μ_r = 10 cm en σ_r = 0,05 cm
μ_z = 50 cm en σ_z = 0,25 cm.



Bij de buiging worden de hoeken bij A en B precies recht gemaakt. Met diktevariaties van de verwerkte plaat en invloeden van de deformatie van het materiaal behoeft geen rekening te worden gehouden.

Vraag: a. Hoe groot zijn de verwachtingswaarde en de standaardafwijking van de lengte van het tweede been (q)?

b. Hoe groot zijn de verwachtingswaarde en de standaardafwijking van het verschil tussen de lengten van het eerste en het tweede been, dus van (p-q)?

De werkstukken worden in eigen bedrijf gebruikt, maar ook aan een ander bedrijf geleverd. Dat andere bedrijf stelt echter als eis, dat voor de geleverde werkstukken het verschil (p-q) tussen de tolerantiegrenzen -0,50 cm en +0,50 cm ligt. Men besluit ervoor te zorgen, dat dat inderdaad het geval is, door elk werkstuk vóór verzending te meten. Bij die meting van (p-q) worden echter tussen -0,10 cm en +0,10 cm rechthoekig verdeelde meetfouten gemaakt, waardoor de kans bestaat dat enkele produkten die niet aan de gestelde toleranties voldoen toch worden afgeleverd.
Men wil trachten de hierdoor te verwachten schade wegens terugzending, reparatie enzovoorts te beperken door alleen die produkten aan het andere bedrijf te leveren, waarvoor de gemeten waarde van (p-q) tussen de "specificatiegrenzen" -0,40 cm en +0,40 cm ligt.

Vraag: c. Hoe groot is het gemiddelde percentage van de totale produktie, dat aan het andere bedrijf wordt geleverd en buiten de tolerantiegrenzen valt?

d. Hoe groot is het gemiddelde percentage van de totale produktie, dat in het eigen bedrijf wordt gehouden, maar binnen de tolerantiegrenzen valt?
Met een globale berekening kan worden volstaan.

5. Bij de keuring van 50 uit een grote partij genomen pullen vindt een een controleuse 36 exemplaren, die niet aan de gestelde normen voldoen.
Gezien dit grote aantal foutieve pullen keurt haar chef deze 50 pullen ook en hij vindt, dat er 30 pullen afgekeurd moeten worden.
Zonder overigens de controleuse van dit laatste resultaat iets mede te delen, draagt hij haar op de pullen een tweede maal te keuren; het resultaat is, dat er nu door de controleuse 27 pullen worden afgekeurd. Deze tweede keuring geschiedt onafhankelijk van de eerste keuring door de controleuse.
Bij vergelijking van de keuringsresultaten van de controleuse blijkt, dat er 8 pullen zijn, die de eerste maal èn de tweede maal door haar zijn goedgekeurd.

Vraag: a. Kan met behulp van bovenstaande gegevens worden nagegaan of de controleuse haar werk goed uitvoert?
Zo ja, hoe en welke conclusies volgen daaruit?
Zo neen, welke gegevens ontbreken nog?
b. Wat kan worden opgemerkt over de keuringsbekwaamheid van de chef?

De resultaten van een groot aantal keuringen door middel van steekproeven, die voor een gedeelte zijn uitgevoerd door de controleuse en voor het overige gedeelte door de chef, zijn in onderstaande tabel weergegeven.

	Controleuse	Chef
Aantal exemplaren met barsten	429	279
Aantal exemplaren met blazen	390	341
Aantal exemplaren met blutsen	650	620
Totaal aantal afgekeurd	826	778
Totaal aantal gekeurd	1950	1550

Vraag: c. Mag uit de respectieve totale aantallen afgekeurde pullen van beiden worden geconcludeerd dat hun keuringsgestrengheid verschillend is?

d. Mag worden aangenomen dat de drie foutensoorten onafhankelijk van elkaar voorkomen? Motiveer Uw antwoord (een exacte statistische toetsing wordt niet gevraagd).

6. In een bedrijf worden grote partijen toegeleverde artikelen tot nu toe bij binnenkomst niet systematisch gekeurd.
Men wenst over te gaan tot een systematische keuring door middel van steekproeven, waarbij met de volgende kostenfactoren rekening dient te worden gehouden.

1. De kosten van de keuring zelf, welke per exemplaar *f.* 0,15 bedragen.
2. De kosten van een foutief exemplaar in een goedgekeurde partij, dat wil zeggen de kosten welke worden veroorzaakt doordat in het produktieproces een foutief exemplaar wordt gebruikt waardoor produktiestoring en reparatie optreden; deze kosten bedragen per foutief exemplaar in het produktieproces *f.* 0,85.
3. De kosten welke optreden indien een partij wordt afgekeurd; afgekeurde partijen worden vernietigd. De hieraan verbonden kosten bedragen per exemplaar *f.* 0,75.

Er wordt aangenomen dat het gemiddelde percentage foutieve exemplaren in de toegeleverde partijen 6% bedraagt en dat praktisch nooit partijen met meer dan 10% foutieve exemplaren worden geleverd.

Vraag: a. Geef aan hoe groot de steekproef voor een enkelvoudig steekproefsysteem moet zijn, opdat de totale kosten minimaal zijn.
(Berekeningen worden niet vereist).

Op verzoek van de directie dient te worden nagegaan welk enkelvoudig steekproefsysteem zou kunnen worden gebruikt, indien bij een percentage foutieve exemplaren in de partij van 9% de daarbij behorende goedkeurkans 5% moet bedragen en de keuring zelf zo goedkoop mogelijk

moet worden gehouden, hetgeen neerkomt op een minimale steekproef-grootte.

Vraag: b. Bepaal de parameters van het betreffende steekproefsysteem.

Uit ervaring is gebleken dat de toegeleverde partijen noch extreem goed, noch extreem slecht zijn. De mogelijkheid is aanwezig om het genoemde enkelvoudige steekproefsysteem te vervangen door een dubbel steekproefsysteem, waarbij rekening moet worden gehouden met de eerder vermelde goedkeurkans van 5% voor partijen met 9% foutieve exemplaren.

Vraag: c. Heeft in dit geval een enkelvoudig of dubbel steekproef-systeem de voorkeur? Motiveer Uw keuze.

Examen 1964.

1. Beantwoord in enkele regels:

a. Geef een definitie van het begrip "kwaliteit".
b. Wat is confounding?
c. Wat is de scherpte van een keuringssysteem?
d. Wat is de gestrengheid van een keuringssysteem?
e. Wat is het doel van aselecteren?
f. Wanneer mag men bij een proef geen Latijns vierkant toepassen?
g. Wanneer wordt een continuïteitscorrectie toegepast?
h. Waarvan is KDI respectievelijk EOQC een afkorting?
i. Wat is het verschil tussen tolerantiegrenzen en regelgrenzen?
j. Waardoor is JURAN bekend?

2. Van twee factoren A en B is bekend dat ze ten aanzien van hun invloed op een kenmerk y geen interactie vertonen.
Voorts is een schatting bekend van de standaarddeviatie van de waarnemingen te weten $\sigma_e = 1$.
Men verricht een proef volgens een nevengeschikt proefschema waarbij de factor A wordt gevarieerd in vier instellingen A1, A2, A3 en A4 en de factor B eveneens in vier instellingen B1, B2, B3 en B4. De uitkomsten y_{ab} zijn vermeld in onderstaande tabel.

	B_1	B_2	B_3	B_4	gemiddeld
A_1	53	64	30	73	55
A_2	72	84	50	94	75
A_3	64	73	38	85	65
A_4	19	31	58	40	37
gemiddeld	52	63	44	73	58

Deze gegevens worden U ter beschikking gesteld door de onderzoeker met het verzoek ze te analyseren.

Vraag: a. Geef de hoofdeffecten van A en B.

Men mag de volgende gegevens bekend veronderstellen

$$(\sum_a \sum_b y)^2 : 16 = 53824$$

$$\sum_a (\sum_b y)^2 : 4 = 56976$$

$$\sum_b (\sum_a y)^2 : 4 = 55752$$

$$\sum_a \sum_b (y)^2 : 1 = 61090$$

Vraag: b. Geef een variantieanalyse van deze meetuitkomsten.

c. Bevat het waarnemingsmateriaal een aanwijzing voor wat de oorzaak kan zijn van de excessief hoge waarde van de hier optredende interactie? Verklaar Uw antwoord.

d. Wat zijn de gevolgen geweest voor de uitkomsten van de effecten berekend in vraag a? (alleen beredenering, geen exacte berekeningen)

e. Wat zoudt U nu verder doen en hoe zoudt U de conclusies ten behoeve van Uw opdrachtgever inkleden?

3. Een van de ernstigste fouten, die bij een bepaald type lamp kunnen optreden, is het springen van het glazen omhulsel (de "ballon") tijdens het branden van de lamp. Men weet dat deze fout vooral veroorzaakt wordt door het optreden van dunnen plekken in de glaswand en dat de kans op het optreden van de fout bij een bepaalde lamp vooral afhangt van de dikte van het glas op de dunste plaats van de voor die lamp gebruikte ballon (de "minimale wanddikte" van de ballon). Deze laatste kennis is verkregen uit het in de volgende alinea te beschrijven experiment.
Van een zeer groot aantal ballons is (per ballon) de minimale wanddikte (X) gemeten. Op grond van de resultaten van deze afmetingen zijn de ballons gesorteerd in "klassen" waarvan de grenzen in tabel 1 gegeven zijn. Uit elke klasse zijn 100 ballons genomen en daarvan zijn lampen gemaakt en er is geteld bij hoeveel van die lampen de in

de eerste alinea genoemde fout optrad.
De resultaten zijn in tabel 1 gegeven.

Tabel 1

Klassegrenzen voor X (in mm)	Aantal lampen	Aantal fouten
< 0,20	100	100
0,20 - 0,22	100	95
0,22 - 0,24	100	88
0,24 - 0,26	100	79
0,26 - 0,28	100	65
0,28 - 0,30	100	50
0,30 - 0,32	100	34
0,32 - 0,34	100	19
0,34 - 0,36	100	14
0,36 - 0,38	100	4
0,38 - 0,40	100	1
> 0,40	100	0

Voor het beantwoorden van de vragen mag aangenomen worden dat door deze resultaten het verband tussen minimale wanddikte en kans op springen exact wordt weergegeven.

Vraag: a. Als gegeven is dat in een partij ballons de minimale wanddikte (per ballon) normaal verdeeld is met een gemiddelde van 0,42 mm en een standaardafwijking van 0,03 mm, hoe kan dan met behulp van de in tabel 1 gegeven proefresultaten het te verwachten percentage "springers" bij de uit die partij gemaakte lampen geschat worden? Voer de berekeningen uit.

Men is van plan partijen ballons te gaan keuren op minimale wanddikte. Men weet dat deze eigenschap in een partij normaal verdeeld is. De standaardafwijking van deze normale verdeling is constant en gelijk aan 0,03 mm, het gemiddelde kan van partij tot partij

verschillend zijn. Per partij zullen 9 aselect gekozen ballons worden onderzocht en een partij zal alleen worden goedgekeurd als het gemiddelde van de negen metingen 0,42 mm of meer bedraagt.

Vraag: b. Hoe kan men de keuringskarakteristiek uitrekenen, die het verband aangeeft tussen de goedkeurkans en het percentage "springers" in de van een partij ballons te maken partij lampen?

c. Bereken voor de bovengenoemde keuring de grootheden p_1 en p_2, dat wil zeggen, die percentages springers waarbij de goedkeurkans 0,95 respectievelijk 0,05 bedraagt.

Tegenover deze keuring op gemiddelde stelt men een keuring waarbij van een aantal (n) aselect gekozen ballons uit de partij lampen worden gemaakt. Als het aantal springers daarbij groter is dan een van te voren vast te stellen aantal (k) zal de partij worden afgekeurd.

Vraag: d. Bereken n en k zodanig dat men bij deze keuring voor de goedkeurkansen bij de onder c gevonden p_1 en p_2 respectievelijk minstens 0,95 en hoogstens 0,05 vindt. Voer deze berekening zo uit, dat voor n de kleinst mogelijke waarde gevonden wordt.

4. Een produkt wordt in charges vervaardigd. Per charge wordt uitgegaan van vaste hoeveelheden grondstoffen, die in een reactievat worden gebracht en gedurende een vastgestelde tijd onder vastgestelde omstandigheden van temperatuur en druk, worden omgezet in het eindprodukt. De omzetting vindt echter niet volledig plaats. Men heeft een omzetting van gemiddeld 87% met een standaarddeviatie tussen charges van 1%.
Men weet dat het omzettingspercentage verbetert als men uit gaat van zuiverder grondstoffen. Deze zijn echter duurder dan de thans gebruikte grondstoffen, maar als daarmee het omzettingspercentage gemiddeld boven de 88% zou komen te liggen, wordt het voordeliger met de zuiverder grondstoffen te werken; komt het beneden 88% uit, dan lijdt men met de nieuwe grondstoffen verlies.

Als het percentage gemiddeld boven de 90% zou stijgen zou het financieel gezien zelfs zeer aantrekkelijk worden op de nieuwe grondstoffen over te gaan.
Anderzijds is men tegenover de afnemers verplicht een constante kwaliteit te leveren. Het met de nieuwe grondstoffen vervaardigde produkt blijkt (op ondergeschikte punten) iets gewijzigde eigenschappen te hebben. Dit is op zichzelf geen bezwaar, maar het houdt wel in dat als men eenmaal op de zuiverder grondstoffen overstapt, men hier gedurende langere tijd aan vast zit. Als het percentage dus niet voldoende zou stijgen, lijdt men gedurende lange tijd een zeker verlies.
Om enige zekerheid te verkrijgen wil men een aantal proefcharges vervaardigen, hetgeen een tamelijk kostbare aangelegenheid is.
Men vraagt daarop Uw advies over het statistisch verantwoorde minimale aantal proefcharges (geen sequent proefschema) dat nodig is om te kunnen vaststellen, of men op de oude voet moet doorgaan, of dat men op de nieuwe grondstoffen moet overgaan. Het is duidelijk dat hierop zonder meer nog geen antwoord mogelijk is. U begint daarom een aantal vragen te stellen. U vraagt bijvoorbeeld of de standaarddeviatie van de tussen-charge-verschillen in het omzettingspercentage voor het nieuwe produkt bekend is. Op deze vraag wordt U geantwoord, dat men de indruk heeft dat de spreiding in het omzettingspercentage bij het nieuwe produkt gelijk is aan die bij het huidige produkt.

Vraag: a. Welke toets gaat U toepassen en hoe luidt daarbij de nulhypothese?

b. Welke grootheden heeft U naast σ nog meer nodig om het aantal te kunnen vaststellen?

c. Wat zoudt U aan de bedrijfsleiding met betrekking tot de te kiezen waarden voor deze grootheden adviseren?

d. Aangenomen dat men het met Uw advies sub c geheel eens is, hoeveel bepalingen zou de proef dan vergen?

e. Wat zoudt U adviseren als de standaarddeviatie van het nieuwe produkt onbekend zou zijn?

5. Gedurende een lange tijd wordt de lengte gecontroleerd van een produkt dat in massa wordt gemaakt. Deze controle geschiedt door het nemen van steekproeven van telkens vier direct achter elkaar geproduceerde exemplaren en van deze exemplaren de lengte op te meten.
Na verloop van enige tijd zijn de controleresultaten van 20 van dergelijke steekproeven bekend. Per steekproef worden het gemiddelde en de spreidingsbreedte berekend.
De gemiddelde spreidingsbreedte van deze 20 steekproeven blijkt 4,1 mm te bedragen, terwijl de standaardafwijking van de 20 steekproefgemiddelden eveneens 4,1 mm bedraagt.
Aangenomen mag worden dat de steekproeven telkens afkomstig zijn uit een normale verdeling en dat de standaardafwijking van deze normale verdeling van steekproef tot steekproef dezelfde is.

Vraag: a. Kan de spreiding tussen de steekproefgemiddelden worden verklaard door de spreiding binnen steekproeven?

b. Hoeveel procent van de steekproefgemiddelden zal naar verwachting buiten de grenzen (zogenaamde 3σ-grenzen) van een controlekaart voor gemiddelden liggen, indien wordt aangenomen, dat de steekproefgemiddelden als trekkingen kunnen worden beschouwd uit een normale verdeling en het proces goed gecentreerd is?

Elk van de bovengenoemde $4 \times 20 = 80$ uitkomsten is verkregen door middel van één meting. De hierbij optredende toevallige meetfout bezit een standaardafwijking welke 1,2 mm bedraagt.
Men wil deze meetfout verkleinen door aan hetzelfde produkt tweemaal een meting uit te voeren en de gemiddelde waarde van de twee meetuitkomsten te gebruiken in plaats van de enkelvoudige meetuitkomsten voorheen.

Vraag c. Bereken een schatting van de gemiddelde spreidingsbreedte van steekproeven van vier waarnemingsuitkomsten, indien elke waarnemingsuitkomst het gemiddelde is van twee onafhankelijke meetuitkomsten van hetzelfde produkt.

d. Bereken een schatting van de spreiding, uitgedrukt in de standaardafwijking, van bovengenoemde 80 waarnemingsuitkomsten, indien elke waarnemingsuitkomst het gemiddelde is van twee onafhankelijke meetuitkomsten aan hetzelfde produkt.

6. Voor een man, die een automatisch werkende draaibank moet instellen, moet een premietarief worden opgesteld. Daartoe moet de tijd worden vastgesteld die nodig is voor het instellen.
Het instellen kan per produktieserie slechts eenmaal geschieden, namelijk, voordat de bank het eerste exemplaar van de serie vervaardigt.
Het instellen heeft alleen betrekking op de diameter van het te maken produkt. De bank is beter ingesteld naarmate de systematische afwijking tussen de geëiste diameter en de gemiddelde diameter van de gehele produktieserie kleiner is.
Deze systematische afwijking, de zogenaamde instelfout, is, zoals uit een onderzoek is gebleken, bij een bepaalde seriegrootte praktisch als normaal verdeeld te beschouwen. De maximale instelfout, zijnde de instelfout die slechts in 5% van de gevallen wordt overschreden (tweezijdig), blijkt kleiner te zijn naarmate meer tijd aan het instellen wordt besteed. Het verband tussen beide grootheden blijkt uit de formule

$$T_{max} = \frac{C_1}{I_{max}} ,$$

waarbij T_{max} = maximaal toegelaten insteltijd in uren
I_{max} = maximale instelfout in microns en
C_1 = 1 in micronuren.

De produktie, die na het instellen van de bank wordt gemaakt, bezit ten aanzien van de genoemde diameter een standaardafwijking die toeneemt naarmate de produktie groter is. Het verband tussen beide grootheden kan tot een produktie van ten hoogste 1000 exemplaren worden benaderd door de formule

$$\sigma_N = C_2\sqrt{N}$$

waarbij σ_N = standaardafwijking in microns van de eerste N exemplaren
en C_2 = 1 micron.

De diameters van de produkten van een serie kunnen worden beschouwd als aselecte trekkingen uit een normale verdeling.
De instellingsprocedure moet nu zodanig worden opgesteld, dat rekening wordt gehouden met de toleranties, welke voor de genoemde diameter zijn vastgesteld (aangenomen mag worden dat 1% van de produktie buiten de tolerantiegrenzen mag liggen).

Hiertoe moet een grafiek worden opgesteld, waarbij op de beide assen respectievelijk de produktiegrootte en de maximaal toegelaten insteltijd (in seconden) worden uitgezet.

Een produktieserie varieert in de praktijk tussen 100 en 1000 exemplaren, terwijl het tolerantiegebied een lengte heeft van 0,17 mm.

Vraag: Teken de betreffende grafiek.

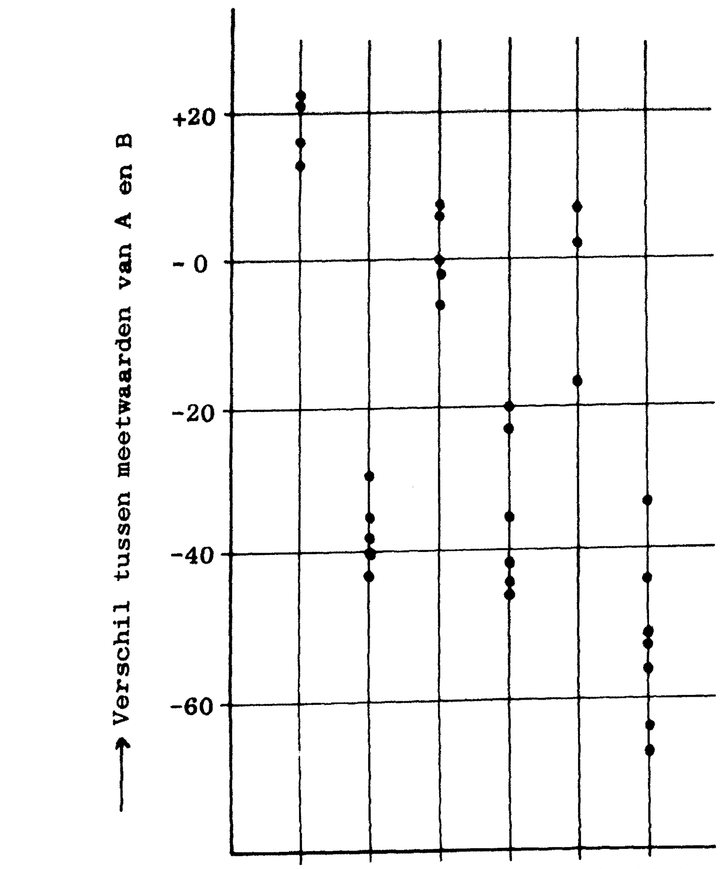
7. In een fabriek van elektronische meetinstrumenten fungeert de afdeling fotronen als toeleveringsbedrijf onder andere aan de afdeling waar een bepaald type endo-meters wordt gebouwd.
In de afdeling fotronen worden de op één dag geproduceerde eenheden tot een dagpartij samengevoegd waarop een 100% uitgangs-controle wordt toegepast. Deze bestaat onder meer uit het meten van de lichtgevoeligheid door een controleur (A) die altijd een gehele dagpartij op één dag kan doormeten. De controleur noteert steeds de uitslag van de meting naast het exemplaarnummer van het desbetreffende fotron.
In de afdeling endo-meters worden de binnenkomende partijen fotronen opgeslagen in het magazijn. Elke dag worden door een controleur (B) uit het magazijn een aantal fotronen genomen welke op levensduur worden beproefd. Fotronen die "schoonheidsfoutjes" vertonen komen hiervoor het eerst in aanmerking. De fotronen die op één dag worden uitgezocht door controleur B zijn als regel afkomstig van verschillende partijen.
Bij het inzetten voor de levensduurproef meet controleur B de, ook al door A gemeten, lichtgevoeligheid en noteert het resultaat.

Naar aanleiding van klachten van de zijde van de afdeling endometers over de kwaliteit van de fotronen, wordt een bijeenkomst belegd van functionarissen van beide afdelingen.
Tijdens deze bijeenkomst komt een der aanwezigen op het idee de meetresultaten van de twee controleurs met elkaar te vergelijken. De bedrijfsleider van de afdeling fotronen vraagt een van zijn assistenten de metingen, die aan dertig fotronen zowel door A als B uitgevoerd zijn, even bij elkaar te zoeken en op te schrijven. Nu blijkt dat er onder de dertig paren metingen, zo nu en dan vrij grote verschillen voorkomen.
Na enige discussie hierover wordt besloten de beide controleurs er bij te roepen. Er ontstaat een nogal verhit debat tussen deze twee, echter zonder dat een van beide er in slaagt de vergadering te overtuigen.
De bedrijfsleider maakt tenslotte een eind aan de discussie door aan elke controleur een exemplaar van de lijst met gegevens van de 30 exemplaren mee te geven om eens systematisch uit te zoeken waaraan de verschillen zijn te wijten. Op de volgende bijeenkomst verschijnen de controleurs, ieder gewapend met een groot vel millimeterpapier waarop de meetresultaten van de dertig fotronen zijn weergegeven. De grafieken zijn op blz. V 67 gegeven.
Controleur A heeft in zijn grafiek de verschillen tussen de metingen van A en B gerangschikt zoals in de betreffende grafiek is weergegeven. Hij laat deze grafiek aan de aanwezigen zien en poneert dat uit zijn grafiek zou blijken dat de door hem gevonden resultaten de juiste zijn en dat de oorzaak van de grote verschillen bij B moet liggen. In verband daarmee wijst hij op de kleine spreiding in de verschillen wanneer men ze beschouwt binnen de partijen.
Daarna laat evenwel controleur B een andere visie horen.
Hij heeft de verschillen gerangschikt zoals in zijn grafiek is te zien en toont deze grafiek aan de vergadering. Volgens hem zou uit de beide grafieken samen juist blijken dat de oorzaak van de grote verschillen bij A moet worden gezocht. Hij wijst daarbij tevens op de grote spreiding die hij heeft gevonden in de verschillen binnen de dagen.

Vraag: Wie heeft naar Uw mening gelijk en waarom?
Er worden geen berekeningen gevraagd.

1964 V 67

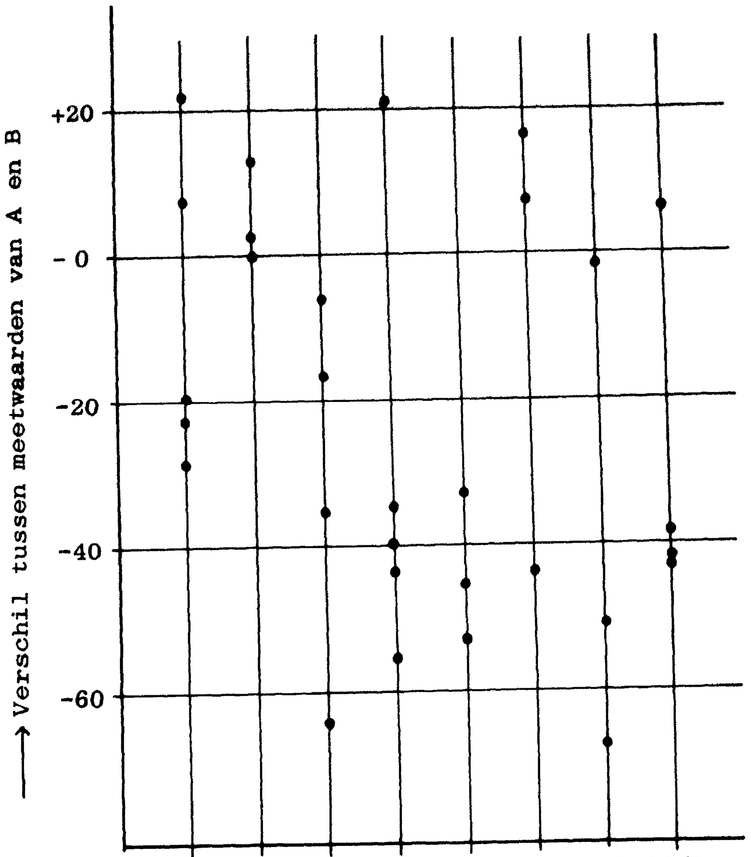
Grafiek controleur A



keuringsdatum ⟶ 8/3 9/3 12/3 13/3 15/3 16/3

partijnummer ⟶ A54 A55 A56 A57 A59 A60

Grafiek controleur B



datum van inzet ⟶ 15/3 16/3 20/3 21/3 22/3 26/3 27/3 28/3

duurproef

Examen 1965.

1. Bij de inspectie van een groot aantal lasverbindingen bleken 60 verbindingen gebreken te vertonen. Hiervan waren 21 stuks volgens methode A vervaardigd en de overige volgens methode B.
Zeven van de gebrekkige verbindingen volgens methode A en 17 stuks volgens methode B vertoonden zelfs breuk.
Men stelt nu dat de methode A beter is dan de methode B.

   Vraag: Volgt dit inderdaad uit de gegevens?
   Licht Uw antwoord toe aan de hand van een zo volledig mogelijke analyse.

2. Bij een verpakkingsmachine worden de netto-gewichten van de afgeleverde pakken gecontroleerd met behulp van controlekaarten voor mediaan en spreidingsbreedte (steekproefgrootte n=5). Aangenomen mag worden, dat het proces geen trend vertoond en dat de individuele netto-gewichten beschouwd kunnen worden als trekkingen uit een normale verdeling.
Na verloop van enige tijd wordt van een aantal controles, door de twee machine-chefs (één per ploeg) gedurende een bepaalde periode uitgevoerd, het aantal punten geteld, dat buiten de 95,0% controle-grenzen (symmetrisch om de normlijn gelegen) van de mediaankaart ligt. Deze (uitvallende) punten zijn zogenaamde uitvallers.
In tabel 1 zijn deze uitvallers vermeld, gespecificeerd naar uitvallers onder de ondergrens (zogenaamde min-uitvallers) en uitvallers boven de bovengrens (zogenaamde plus-uitvallers) en per machine-chef. Tevens is het totaal aantal controles gedurende de betreffende periode opgegeven.

Tabel 1.

naam machinechef	aantal controles	aantal uitvallers	aantal min-uitvallers	aantal plus-uitvallers
Vlaer	1600	90	52	38
Pronk	2200	152	132	20
som	3800	242	184	58

Onder "onder controle" wordt verstaan, dat gemiddeld 95% van de medianen respectievelijk spreidingsbreedtes binnen de grenzen van de respektieve kontrolekaarten ligt en wel gemiddeld 2½% buiten elk van de grenzen van de betreffende kontrolekaart.

Vraag: a. Mag uit het bovenstaande worden geconcludeerd, dat het verpakkingsproces onder kontrole is; U dient hierbij geen rekening te houden met het gedrag van de machinechef. (Motiveer Uw antwoord zakelijk).

b. Indien U vraag a. bevestigend heeft beantwoord, bereken dan hoe vaak naar verwachting twee of meer uitvallers direct achter elkaar aan één kant van de controlelijn zijn voorgekomen.

Indien U vraag a. ontkennend heeft beantwoord, bereken dan voor elk van de machine-chefs, voor zover nodig, de beste schatting van de vereiste korrektie op het proces, uitgedrukt in de standaardafwijking van het proces.

Bij nader onderzoek blijkt, dat het aantal plus-uitvallers bij machinechef Pronk door een schrijffout op 20 is gesteld. Dit moet 120 zijn

Vraag: c. Wat is een goede schatting van de verhouding tussen de standaardafwijking van het proces van beide machine-chefs, aangenomen dat bij beide mensen het proces altijd goed gecentreerd is geweest?

3. Om de reproduceerbaarheid te onderzoeken van een chemische analysemethode voor het bepalen van het acetyl-gehalte in cellulose-acetaat, zal dit gehalte in twee handels-produkten (van verschillende leveranciers) - verder aan te geven met A en B - worden bepaald in negen verschillende laboratoria. Produkt A bevat ongeveer 39 percent acetyl en produkt B ongeveer 40,5 percent acetyl. In elk laboratorium zullen drie bepalingen worden uitgevoerd in monsters van beide produkten. De bepalingen in ieder laboratorium zullen op drie verschillende dagen worden uitgevoerd door één analyst; deze zal iedere dag een bepaling doen in een monster van produkt A en een bepaling in een monster van produkt B.

Daartoe wordt van elk produkt een voldoende hoeveelheid zo goed mogelijk gehomogeniseerd (malen, uitzeven en drogen). Vervolgens worden van elk produkt 27 porties afgewogen in flesjes;elke portie is voldoende voor het uitvoeren van juist één bepaling. De flesjes worden aselect verdeeld over de negen laboratoria, overeenkomstig de hierboven beschreven proefopzet. De resultaten van het uitgevoerde onderzoek zijn weergegeven in tabel 1.

Tabel 1.

Resultaten van bepalingen van het acetyl-gehalte in twee cellulose-acetaat produkten; alle uitkomsten zijn percentages acetyl verminderd met 38,0 per produkt en per laboratorium weergegeven in volgorde van uitvoering.

Produkt	Laboratorium								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	% acetyl - 38,0								
A	1,0	1,3	1,2	1,4	1,4	1,0	1,1	0,8	0,8
	0,9	1,3	1,1	1,1	1,4	1,0	1,2	0,7	0,6
	1,1	1,2	1,4	1,2	1,3	0,9	1,0	0,8	0,5
B	2,4	2,8	2,6	2,8	2,8	2,4	2,6	2,3	2,0
	2,4	2,8	2,7	2,7	2,8	2,5	2,8	2,2	1,9
	2,5	2,7	2,8	2,6	2,6	2,4	2,6	2,4	1,9

Vraag: a. Ga met behulp van een eenvoudige methode na, of de spreiding binnen het laboratorium in alle laboratoria en voor beide produkten gelijk is.

b. Onderzoek voor elk produkt afzonderlijk, of de gemiddeld gevonden gehalten in de negen laboratoria al of niet signifikant verschillen.

c. Toon aan dat de gevonden gemiddelde gehalten in de twee produkten onderling gekorreleerd zijn.
Aan welke oorzaak (of oorzaken) kan het optreden van deze korrelatie worden toegeschreven?

Van elk paar op een dag uitgevoerde bepalingen (in de beide produkten) wordt de som en het verschil bepaald. Op de sommen zowel als op de verschillen wordt een variantie-analyse toegepast met de in tabel 2 gegeven resultaten.

Tabel 2.

Variantie-analyse op sommen, respectievelijk verschillen van twee bepalingsuitkomsten (in 2 produkten).

Spreidingsbron	Gemiddelde kwadraten	
	sommen	verschillen
Tussen laboratoria	0,789	0,020
Binnen laboratoria	0,033	0,006

Vraag: d. Welke aantallen vrijheidsgraden behoren bij de vier gemiddelde kwadraten in bovenstaande tabel? Toets in beide gevallen de signifikantie van de "tussen laboratoria"-spreiding

e. Was het naar Uw mening te verwachten dat het gemiddeld kwadraat binnen laboratoria bij de sommen groter zou uitvallen dan bij de verschillen? Motiveer Uw antwoord.

Uit bovenstaande variantie-analyse wordt geconcludeerd dat de spreiding in de gemiddelde analyse-uitkomsten tussen de laboratoria, aanmerkelijk kan worden gereduceerd. En wel door parallel met iedere bepaling in een "proefmonster", tevens het gehalte in een "standaard-monster" van bekend gehalte te bepalen, en de afwijking tussen het gevonden gehalte en het bekende gehalte te gebruiken als korrektie op het gevonden gehalte in het "proef-monster".

Vraag: f. Bent U het met deze zienswijze eens? Geef in het kort Uw argumenten.

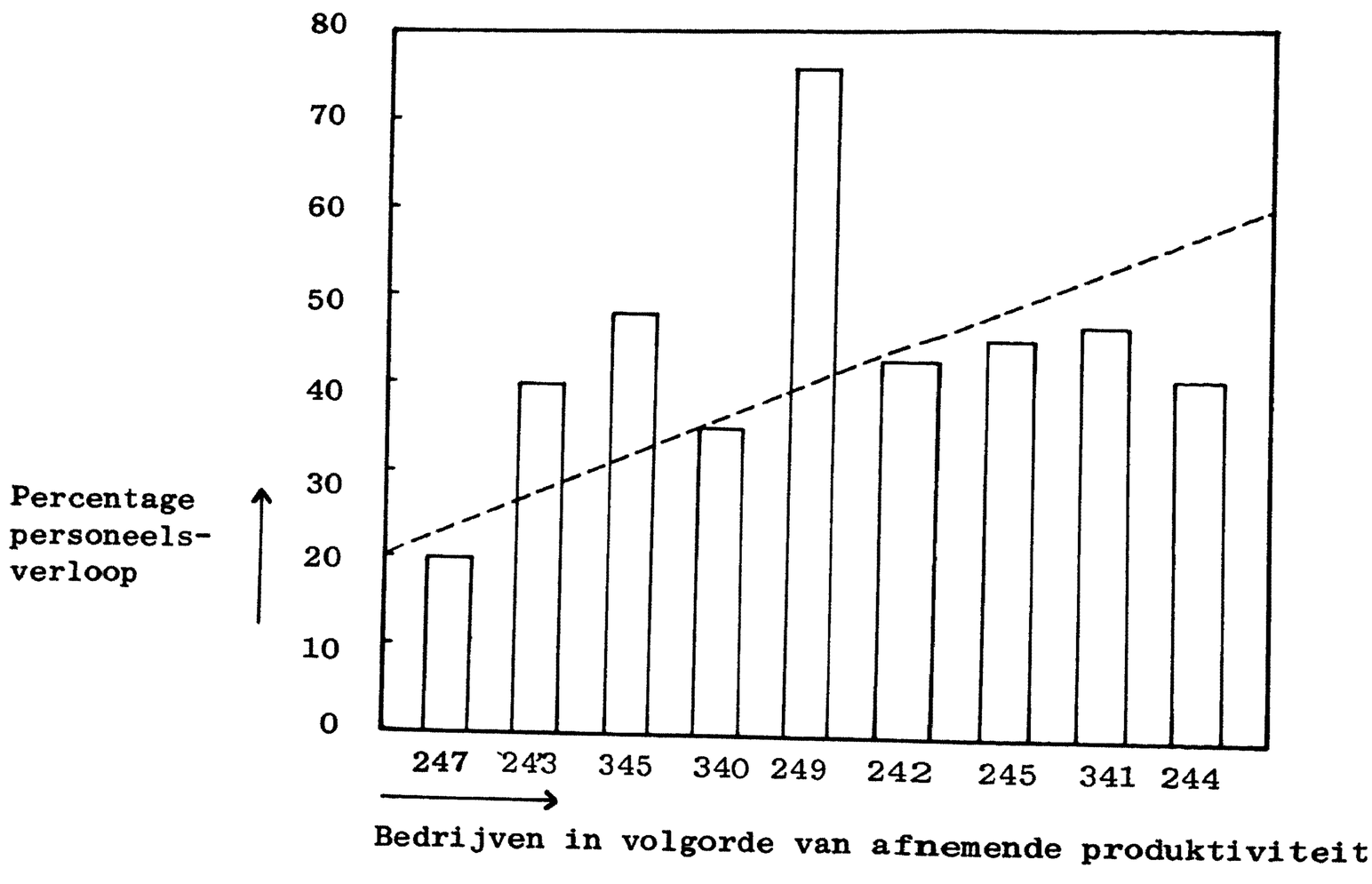
4. Aanwijzing: De bedoeling van dit vraagstuk is het uitbrengen van kritiek op een deel van een artikel, dat hieronder is weergegeven.

".....Onderzoeken in diverse bedrijven toonden duidelijk een positieve samenhang tussen arbeidsproduktiviteit en personeelsverloop, welk laatste

een redelijke maatstaf is voor de verschillen in bedrijfsklimaat. In de grafiek zijn van de verschillende bedrijven uit één branche de percentages van het personeelsverloop door staven weergegeven. Deze staven zijn gerangschikt in volgorde van afnemende produktiviteit van de betreffende bedrijven. (De bedrijven zijn met kodenummer aangegeven).
Uit de gevonden gegevens is gebleken, dat naarmate de produktiviteit in een bedrijf kleiner is, het personeelsverloop een hoger percentage heeft. De stippellijn geeft globaal de stijging van het personeelsverloop. Men ziet dus bij dalende produktiviteit een stijgend verloop".

Vraag: Geef hierop Uw kommentaar.

Grafiek bij vraagstuk 1965 - 4



Samenhang tussen arbeidsproduktiviteit en personeelsverloop in 9 bedrijven.

5. Een bedrijf maakt een produkt, waarvan een van de onderdelen een pakketje is, bestaande uit negen op elkaar gelijmde plaatjes van een bepaald materiaal. De totale dikte van zo'n pakketje moet liggen tussen 4,1 en 4,9 mm. De dikte van de individuele plaatjes is normaal verdeeld met gemiddelde 0,5 mm en standaarddeviatie 0,1 mm. Daardoor ontstaat veel uitval als de voor een pakketje te gebruiken plaatjes aselect uit de te verwerken partij worden genomen. Om aan dat bezwaar tegemoet te komen wordt voorgesteld de fabricage als volgt op te zetten.

1. acht plaatjes, die aselect zijn genomen uit de te verwerken partij, worden tot een pakketje samengelijmd;
2. elk pakketje van acht plaatjes wordt in een meetinstrument gebracht; dat meetinstrument heeft nog vijf andere posities waarin vijf aselect genomen individuele plaatjes worden gebracht.
3. de door het meetinstrument gemeten dikten worden als elektrische signalen naar een apparaat gevoerd, dat er zorg voor draagt dat uit de vijf individuele plaatjes er, zo mogelijk, één wordt gekozen waarvan de dikte samen met die van het gemeten pakketje tussen de bovengenoemde tolerantiegrenzen valt;
4. het gekozen plaatje wordt samen met het gemeten pakketje van acht plaatjes tot een pakketje van negen plaatjes samengevoegd, de overige plaatjes worden naar de plaats van aanvoer teruggebracht;
5. als een goede keuze niet mogelijk was, worden de individuele plaatjes en het pakketje van acht plaatjes naar de plaats van aanvoer teruggebracht.

In het volgende mag worden aangenomen dat de dikte van de lijmlagen verwaarloosbaar is.

Vraag: a. Hoe is de verdeling van de dikte van de pakketjes van acht plaatjes?

b. Als in een bepaald geval de dikte van het pakketje van acht plaatjes gelijk is aan 3,65, hoe groot is dan de kans daaruit bij gebruik van de aangegeven methode een goed pakketje van negen plaatjes te fabriceren?

Als rendement van de geheel te automatiseren werkwijze wordt beschouwd de verhouding tussen het aantal keren dat het apparaat een goede keuze kan maken en het aantal keren dat het apparaat voor de keuze wordt gesteld.

Vraag: c. Bereken het rendement op globale wijze. Neem daarbij aan, dat de verdeling van de dikte van de pakketjes van acht plaatjes door een gegroepeerde verdeling mag worden vervangen met als klassegrenzen veelvouden van 0,1 mm.

6. Een bedrijf ondervindt moeilijkheden bij de assemblage van een apparaat omdat 5% van bepaalde vergulde pennen, die daarin moeten worden gemonteerd, te dik zijn, zelfs ondanks het feit dat de ontwerpafdeling de toleranties voor de diameter van de gaten waarin de pennen moeten passen zo ruim mogelijk heeft gesteld.
De ontwerpafdeling heeft de volgende specificaties vastgesteld.

dikte blanke pennen	$2{,}010 \pm 0{,}02$ mm
dikte goudlaag	$0{,}013 \pm 0{,}002$ mm
diameter gaten	$2{,}060 \pm 0{,}02$ mm

De blanke pennen worden door een inspektiegroep gekeurd en vrijgegeven.
De chef van de verguld-afdeling is verantwoordelijk voor het halen van de toleranties voor de goudlaag.
De pennen zijn kostbaar en het loont de moeite de 5% uitval te reduceren.
Er is enige wrijving ontstaan tussen de produktiechef van de verguld-afdeling en de inspektiegroep. De produktiechef verwijt de inspektiegroep dat zij partijen te dikke pennen doorlaat. De inspektiegroep houdt stug vol dat dit niet zo is, maar dat de verguldlaag of het daarop volgende twee maal anodiseren de pennen te dik maakt. De produktiechef repliceert dat de goudlaag precies aan de toleranties voldoet en dat de controle op een eventuele invloed van het anodiseren niet tot zijn verantwoordelijkheden behoort. De noodzaak om feiten in handen te krijgen is dwingend; een steekproef van 40 pennen wordt nagemeten voor en na elke produktiefase.
De meetgegevens zijn vermeld in de tabel op blz. V76.

Vraag: a. Volgt uit de gegevens wie gelijk heeft en zo ja, wie?

b. Wie is verantwoordelijk voor de uitval?

c. Is het proces in staat de tolerantiebreedte te halen?

d. Hoeveel draagt elke volgende bewerking bij tot de gemiddelde dikte en de spreiding?

e. Wat moet gebeuren om de 5% uitval te elimineren?

Tabel bij vraagstuk 1965-6

Resultaten van de meting aan 40 pennen.

diameter (mm) klasse midden	aantal pennen			
	blank	na het vergulden	na 1× anodiseren	na 2× anodiseren
1,990	1			
94	1			
98	2			
2,002	3			
06	5			
10	8	2		
14	10	4		
18	6	5		
22	3	8		
26	1	9		
30		6		
34		4		
38		2		
42			1	
46			4	
50			6	1
54			7	1
58			11	3
62			6	6
66			3	9
70			1	8
74			1	5
78				4
82				2
86				1

Examen 1966

1. In een bedrijf worden o.a. "pakketjes" gemaakt die bestaan uit twee op elkaar gelijmde plaatjes van verschillend keramisch materiaal. Deze beide onderdelen (in het vervolg A en B te noemen) worden, op verschillende machines, in partijen van 200 stuks gemaakt en direct daarna tot pakketjes verwerkt. Aan de dikte van de pakketjes worden bepaalde eisen gesteld (1,9 - 2,1 mm), waaraan echter, door te grote variaties in dikte van de onderdelen A en B, niet voldaan wordt indien men de plaatjes van de twee partijen onderdelen willekeurig combineert. Men gaat daarom als volgt te werk: achter beide onderdelen-machines wordt een apparaat geplaatst dat de produktie scheidt in twee delen: één met plaatjes dunner dan 1 mm en één met plaatjes dikker dan 1 mm. Deze "grens" is gekozen omdat bekend is dat voor beide onderdelen de mediaan van de dikte, over de gehele produktie van een zeer groot aantal partijen genomen, gelijk is aan 1 mm. Bij de fabricage van een partij pakketjes krijgt men dus te maken met 4 partijen onderdelen: A1 (dun), A2 (dik), B1 (dun) en B2 (dik), en bij de verwerking combineert men de plaatjes uit A1 op toevallige wijze met die van B2 en evenzo die van A2 met die van B1. Aan de dikte-eisen voor de pakketjes blijkt nu te worden voldaan, maar er treedt een ander verschijnsel op: in de partijen A1 en B2 zitten niet altijd evenveel plaatjes en, uiteraard, evenmin in de partijen A2 en B1, zodat bij de verwerking plaatjes overblijven. In het volgende zal aangenomen worden dat de onderdelen-partijen beschouwd mogen worden als aselecte steekproeven uit de respectievelijke produkties.

Vraag: a. De aantallen plaatjes in de deelpartijen A1 en B1 variëren van keer tot keer. Welke verdeling hebben deze aantallen?

b. Hoe groot is de kans dat bij de verwerking tot pakketjes meer dan 10% van de oorspronkelijk aanwezige plaatjes overblijft?

c. Als men de grootte van de uitgangspartijen laat toenemen, hoe verandert dan de onder b. genoemde kans?

Men besluit om telkens na verwerking de overblijvende plaatjes in voorraad te houden om ze bij de verwerking van de volgende partijen weer te gebruiken.

Vraag: d. Lijkt het U praktisch mogelijk om deze politiek consequent door te voeren?

2. Bij een verpakkingsbedrijf worden zakjes gevuld met suiker en vervolgens verpakt in dozen die naar de afnemers worden verzonden.
Elke doos bevat 1000 zakjes. Een van de kwaliteits-eisen voor de zakjes betreft het "niet lekken". Gezien de belangrijkheid van deze eis is een keuring ingesteld waarbij uit elke doos aselect 50 zakjes worden genomen en op lekken worden gecontroleerd. Indien van deze steekproef één of meer zakjes lek zijn wordt de gehele doos gesorteerd, waarbij dan de lekke zakjes worden verwijderd. Het gemiddeld aantal lekke zakjes per steekproef blijkt na een groot aantal keuringen 0,1 te zijn, het gemiddeld aantal lekke zakjes per doos is dus 2,0. Om een beter onderscheid tussen dozen met enkele lekke zakjes en dozen met veel lekke zakjes mogelijk te maken overweegt de bedrijfsstatisticus het bovengenoemde keuringssysteem te vervangen door een ander. Hierbij worden telkens drie direct na elkaar geproduceerde dozen (no's 1 t/m 3, 4 t/m 6, 7 t/m 9 enz.) gekeurd door uit elke doos een steekproef van 50 zakjes te nemen. Tot sortering van de drie dozen wordt overgegaan als in de totale steekproef van 150 zakjes twee of meer lekke zakjes worden aangetroffen.

N.B. Bij de beantwoording van de vragen a, b en d mag worden aangenomen dat de produktie van de zakjes met suiker een statistisch beheerst proces is en dat de zakjes in elke doos als een aselecte steekproef uit de gehele produktie zijn te beschouwen.

Vraag: a. Geef de kansverdeling van het aantal lekke zakjes per doos.
b. Hoeveel lekke zakjes mogen bij het huidige keuringssysteem worden verwacht in de te sorteren dozen, waarin dan dus nog 950 zakjes aanwezig zijn?

Iemand in het bedrijf merkt op dat het proces niet statistisch beheerst is omdat van 500 gekeurde dozen, beoordeeld met behulp van het huidige keuringssysteem, er 453 (dus ca. 90%) bij de keuring geen lekke zakjes opleveren, terwijl volgens de verdeling van Poisson bij een gemiddelde van 2,0 lekke zakjes per doos van de 500 dozen er slechts 68 geen lekke zakjes hadden mogen hebben.

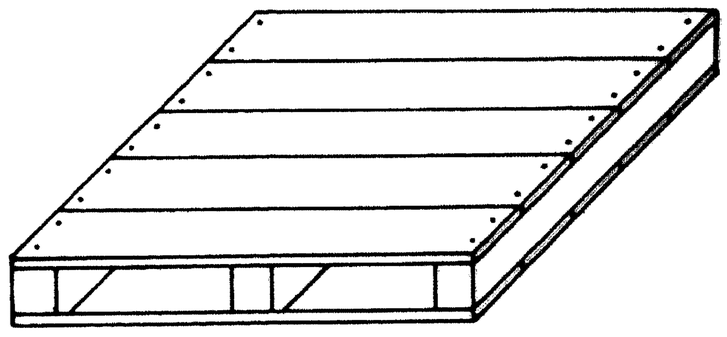
Vraag: c. Bent U het hiermee eens? Geef Uw motivering.

d. Is de hoeveelheid sorteerwerk bij het oude keuringssysteem hoger of lager dan bij het nieuwe?

e. Hoe valt de onder d. genoemde vergelijking uit als het produktieproces zodanig verandert dat het gemiddelde aantal lekke zakjes per doos gelijk wordt aan 8,0?

N.B. Baseer Uw antwoorden op vraag d. en e. op berekeningen.

3. In een magazijn staan goederen opgesteld op paletten (dat zijn houten borden ten dienste van transport met heftrucks, zie de bijgaande figuur). Door veelvuldig gebruik van deze paletten worden vooral de hoekpunten beschadigd. Een van de gevolgen daarvan is dat de losgewerkte spijkers in de hoeken de verpakking van de daarop geplaatste produkten ernstig kunnen beschadigen.



Palet

De paletten met produkten zijn in het magazijn opgesteld in dubbele rijen zodat van elk palet slechts een kant zichtbaar is. Er kunnen dus slechts twee hoekpunten worden geïnspecteerd. Van de paletten die op een einde van een rij staan kan men drie hoekpunten inspecteren.

Om een schatting te kunnen maken van het aantal paletten dat moet worden gerepareerd wordt een steekproef van 200 paletten ter plaatse in het magazijn onderzocht. Het zou te veel werk vergen elk te inspec-

teren palet af te laden en men volstaat daarom met het onderzoek aan de zichtbare hoekpunten. Bij de paletten waarvan twee hoekpunten konden worden geïnspecteerd blijken in aanmerking te komen voor reparatie:

beide hoekpunten bij 12 paletten,
een van beide hoekpunten bij 76 paletten,
geen hoekpunten bij 112 paletten.

Ter controle worden ook 32 paletten op de einden van de rijen geïnspecteerd. Hier komen van de drie zichtbare hoekpunten in aanmerking voor reparatie:

alle drie hoekpunten bij 1 palet,
twee hoekpunten bij 4 paletten,
een hoekpunt bij 12 paletten.

Men vermoedt dat het voorkomen van een beschadiging onafhankelijk is van het al of niet beschadigd zijn van een ander hoekpunt van hetzelfde palet.

Vraag: a. Toets voor beide waarnemingsreeksen afzonderlijk, of de gevonden cijfers dit vermoeden niet tegenspreken.
b. Geef het betrouwbaarheidsinterval ($\alpha = 0,05$) voor de fractie paletten die een of meer beschadigde hoekpunten hebben, gebaseerd op de waarnemingen uit beide reeksen tezamen.

4. In een produktiestraat van een automatische houtbewerkingsfabriek worden uit balken blokjes gezaagd. De hoogte van deze blokjes wordt gemeten tussen de twee kopse zaagvlakken en mag als normaal verdeeld worden beschouwd met gemiddelde H mm en standaardafwijking 0,1 mm. De blokjes passeren een schuurmachine die een der kopse vlakken glad schuurt. Daardoor wordt het blokje 0,1 mm korter.
Daarna passeren de blokjes een tweede schuurmachine die van het andere kopse vlak eveneens 0,1 mm afschuurt.
Tenslotte passeren de blokjes sorteerspleten die ervoor zorgen dat de blokjes in drie klassen worden gesplitst. Blokjes die korter zijn dan 39,9 mm worden afgevoerd naar de afvalbak. Blokjes die tussen

39,9 en 40,1 mm lang zijn verlaten als gereed produkt de produktie-straat. Blokjes die langer zijn dan 40,1 mm worden in een kringloop teruggevoerd naar de tweede schuurmachine. Daar wordt door schuren wederom 0,1 mm van hun hoogte afgenomen. De herbewerkte blokjes lopen met de overige produktie opnieuw langs het sorteerapparaat. Zonodig wordt de kringloop herhaald totdat het blokje uiteindelijk bij het gereed produkt terecht komt.
De kosten van herschuren bedragen *f* 0,01 per keer. Het verlies door een blokje tot afval te degraderen bedraagt *f* 0,08.

Vraag: a. Welke is, op 0,05 mm nauwkeurig, de optimale keuze van H (met betrekking tot de totale kosten)?

5. In een fabriek van voedingsmiddelen zijn klachten binnengekomen over een bittere bijsmaak in een van de produkten. De oorzaak hiervan blijkt te schuilen in één van de ingrediënten, Ferimadine. Men vermoedt dat het niet steeds voldoende gezuiverd zijn van dat bestanddeel de directe aanleiding tot de klachten is. Om dit nader te onderzoeken zal Ferimadine in een aantal verschillende graden van zuiverheid worden gemaakt. Deze produkten zullen, na in het betreffende voedingsmiddel te zijn verwerkt, in een smaakproef worden vergeleken.

Voordat tot een smaakproef kan worden overgegaan dient een smaakjury te worden gevormd. Daarvoor stellen zich in totaal zestien personen uit het bedrijf beschikbaar.

Om de geschiktheid van elke persoon als jurylid te beoordelen wordt hij aan de volgende proef onderworpen. Er worden hem telkens drie monsters voorgelegd, waarvan òf twee het normale "bittere" handelsprodukt (F) betreffen terwijl het derde een "blanco"-monster (B) is, òf waarvan twee monsters "blanco" zijn, terwijl het derde monster het normale "bittere" produkt is. De "blanco"-monsters betreffen hetzelfde produkt, behalve dat het Ferimadine eruit is weggelaten. Aangenomen mag worden dat het weglaten van het Ferimadine geen invloed heeft op andere eigenschappen van het produkt. De proefpersoon krijgt nu de opdracht elk monster te proeven en aan te wijzen welk van de drie

monsters afwijkend is en tevens te zeggen of een bittere smaak aanwezig is bij het afwijkende monster òf bij de beide andere monsters. Er wordt hem niet medegedeeld welke van de beide genoemde "groepsstructuren" (BFF of FBB) hem is voorgelegd; hij weet alleen dat er twee mogelijkheden zijn.

Deze sorteerproef wordt door elke persoon in totaal 24 keer uitgevoerd, waarbij zowel de presentatievolgorde binnen de proef als de "groepsstructuur", met behulp van een lotingstabel zijn vastgesteld. De resultaten van de sorteerproeven zijn samengevat in tabel 1.

Tabel 1.

Aantal malen dat het (paar) bittere monster(s) correct is aangewezen, in 24 sorteerproeven.

Proefpersoon	Aantal correcte beoordelingen	Proefpersoon	Aantal correcte beoordelingen
1	15	9	17
2	14	10	13
3	8	11	7
4	5	12	11
5	16	13	14
6	13	14	16
7	10	15	8
8	12	16	12

Vraag: a. Hoe groot is de kans dat iemand in één sorteerproef op de juiste manier het (paar) bittere monster(s) zal aangeven, hoewel hij in feite geen verschil heeft geconstateerd?

b. Welke proefpersonen zijn op grond van deze gegevens niet geschikt als jurylid, indien geëist wordt dat de kans dat een proefpersoon die in werkelijkheid geen verschil kan ontdekken, (ten onrechte) in de jury wordt opgenomen ten hoogste 1% mag zijn?

c. Hoe groot is de kans dat iemand, die theoretisch in 50% van de gevallen tot een correcte uitspraak zou komen, toch op grond van de onder b. genoemde eis (bij 24 sorteerproeven), niet in de jury zal worden opgenomen?

Een statisticus die met deze gegevens te maken krijgt, oppert de mogelijkheid dat de bewuste verontreiniging van het Ferimadine zou kunnen leiden tot een zekere "smaakverdoving". Dat betekent dat het mogelijk zou zijn dat iemand na het proeven van het normale, Ferimadine bevattende, produkt gedurende een korte tijd verschillen in smaak veel moeilijker zou kunnen waarnemen. Om dat te onderzoeken verzamelt hij de resultaten voor elke presentatievolgorde afzonderlijk. Hij bemerkt nu dat aan de loting van presentatievolgorde en "groepsstructuur" beperkingen zijn opgelegd, in die zin dat er voor gezorgd is dat bij de 24 sorteerproeven door elke proefpersoon alle zes mogelijkheden (FFB, FBF, BFF, FBB, BFB, BBF) even vaak, dus vier keer, voorkomen. De aldus gegroepeerde uitkomsten zijn in tabel 2 samengevat.

<u>Vraag</u>: d. Onderzoek, op grond van de in tabel 2 vermelde gegevens, of de hiervoor genoemde veronderstellingen dat er sprake zou zijn van "smaakverdoving", inderdaad juist kan zijn. Vermeld daarbij o.m. de door U getoetste nulhypothese.

e. Hoe zou U voor elke proefpersoon afzonderlijk kunnen toetsen of bij hem het verschijnsel van "smaakverdoving" zich voordoet? Alleen de methode beschrijven; berekeningen worden niet gevraagd.

f. Geven de resultaten in tabel 2 aanleiding om Uw bij vraag b. getrokken conclusies te herzien? Geef Uw argumenten.

Tabel 2

Aantal malen dat het (paar) bittere monster(s) correct is aangewezen in 24 sorteerproeven, met telkens 4 proeven per presentatievolgorde

Proefpersoon	Presentatie-volgorde					
	FFB	FBF	BFF	BBF	BFB	FBB
	Aantal correcte beoordelingen					
1	0	2	3	4	4	2
2	1	1	3	3	4	2
3	1	0	2	3	2	0
4	1	2	1	0	1	0
5	0	2	3	4	4	3
6	1	1	3	4	2	2
7	0	1	3	3	2	1
8	1	1	3	4	3	0
9	3	2	4	3	3	2
10	0	2	3	4	3	1
11	1	1	1	2	0	2
12	1	0	2	4	3	1
13	0	2	3	4	3	2
14	2	4	2	4	2	2
15	0	0	1	3	2	2
16	2	1	2	3	3	1

TABEL bij vraagstuk 1966 - 5

TABEL VAN DE CUMULATIEF BINOMIALE VERDELING

Getabelleerd is: $P = \sum_{x=r}^{n} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$

als functie van p, n en r.

n	r	p = 1/2	1/3	1/4	1/5	1/6
4	0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
	1	0,93750	0,80247	0,68359	0,59040	0,51775
	2	0,68750	0,40741	0,26172	0,18080	0,13194
	3	0,31250	0,11111	0,05078	0,02720	0,01620
	4	0,06250	0,01235	0,00391	0,00160	0,00077
8	0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
	1	0,99609	0,96098	0,89989	0,83223	0,76743
	2	0,96484	0,80491	0,63292	0,49668	0,39532
	3	0,85547	0,53178	0,32146	0,20308	0,13485
	4	0,63672	0,25865	0,11382	0,05628	0,03066
	5	0,36328	0,08794	0,02730	0,01041	0,00461
	6	0,14453	0,01966	0,00423	0,00123	0,00044
	7	0,03516	0,00259	0,00038	0,00008	0,00002
	8	0,00391	0,00015	0,00002	0,00000	0,00000
12	0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
	1	0,99976	0,99229	0,96832	0,93128	0,88784
	2	0,99683	0,94605	0,84162	0,72512	0,61867
	3	0,98071	0,81888	0,60932	0,44165	0,32257
	4	0,92700	0,60693	0,35122	0,20543	0,12518
	5	0,80615	0,36848	0,15764	0,07256	0,03635
	6	0,61279	0,17772	0,05440	0,01941	0,00793
	7	0,38721	0,06645	0,01425	0,00390	0,00129
	8	0,19385	0,01876	0,00278	0,00058	0,00016
	9	0,07300	0,00386	0,00039	0,00006	0,00001
	10	0,01929	0,00054	0,00004	0,00000	0,00000
	11	0,00317	0,00005	0,00000		
	12	0,00024	0,00000			
16	0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
	1	0,99998	0,99848	0,98998	0,97185	0,94591
	2	0,99974	0,98630	0,93652	0,85926	0,77283
	3	0,99791	0,94062	0,80289	0,64816	0,51321
	4	0,98936	0,83405	0,59501	0,40187	0,27090
	5	0,96159	0,66088	0,36981	0,20175	0,11339
	6	0,89494	0,45306	0,18965	0,08169	0,03779
	7	0,77275	0,26257	0,07956	0,02666	0,01007
	8	0,59819	0,12650	0,02713	0,00700	0,00215
	9	0,40181	0,04996	0,00747	0,00148	0,00037
	10	0,22725	0,01595	0,00164	0,00025	0,00005
	11	0,10506	0,00404	0,00029	0,00003	0,00001
	12	0,03841	0,00079	0,00004	0,00000	0,00000
	13	0,01064	0,00012	0,00000		
	14	0,00209	0,00001			
	15	0,00026	0,00000			
	16	0,00002				

TABEL bij vraagstuk 1966 - 5

		p				
n	r	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$
24	0		1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
	1		0,99994	0,99900	0,99528	0,98742
	2	1,00000	0,99923	0,99097	0,96694	0,92704
	3	0,99998	0,99513	0,96020	0,88548	0,78817
	4	0,99986	0,98010	0,88498	0,73614	0,58449
	5	0,99923	0,94065	0,75335	0,54012	0,37062
	6	0,99669	0,86175	0,57784	0,34411	0,19953
	7	0,98867	0,73682	0,39259	0,18893	0,09117
	8	0,96804	0,57620	0,23380	0,08917	0,03544
	9	0,92421	0,40553	0,12132	0,03617	0,01176
	10	0,84627	0,25383	0,05466	0,01262	0,00334
	11	0,72937	0,14006	0,02134	0,00379	0,00081
	12	0,58059	0,06766	0,00720	0,00098	0,00017
	13	0,41941	0,02844	0,00209	0,00022	0,00003
	14	0,27063	0,01034	0,00052	0,00004	0,00000
	15	0,15373	0,00323	0,00011	0,00001	
	16	0,07579	0,00086	0,00002	0,00000	
	17	0,03196	0,00019	0,00000		
	18	0,01133	0,00004			
	19	0,00331	0,00001			
	20	0,00077	0,00000			
	21	0,00014				
	22	0,00002				
	23	0,00000				