STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

S 73 (M 13a)

Trend-toets met behulp van rangcorrelatie

1952

MATHEMATISCH CENTRUM,
2de Boerhaavestr. 49,
Amsterdam-O.

Statistische Afdeling.

S 73 (M 13a)

Trend-toets met behulp van rangcorrelatie[1)]

Men kan de methode der rangcorrelatie toepassen om na te gaan of er in een reeks waarnemingen van een stochastische grootheid $\underline{y}$ een trend, d.w.z. een stijgend of dalend verloop aanwezig is. Men maakt daarbij gebruik van het feit, dat bij een systeem van n waarnemingsparen (x_i, y_i) de grootte van S[2)] en de verdeling van $\underline{S}$ onder de hypothese van onafhankelijkheid niet verandert als men de volgorde van de paren wijzigt. Men kan dus bij de berekening van S de volgorde der paren $(x_i y_i)$ zodanig kiezen, dat de rangnummers van bijvoorbeeld de x_i de rij 1, 2, 3,..., n vormen. De hypothese van onafhankelijkheid komt dan overeen met de hypothese H_o, dat alle mogelijke permutaties van de rangnummers der y_i even waarschijnlijk zijn.

Indien wij nu willen onderzoeken of er een trend aanwezig is in de rij waarnemingen $y_1,\ldots,y_n$ van de stochastische grootheid $\underline{y}$, dan voegen wij de rij 1, 2, ..., n toe en bepalen vervolgens S zoals aangegeven in memorandum S 47 (M 13) en toetsen bovengenoemde hypothese H_o. Onder deze hypothese heeft S dezelfde verdeling als de overeenkomstige grootheid der rangcorrelatietoets onder de hypothese van onafhankelijkheid; wij gebruiken hier ook dezelfde kritieke zônes. Indien S een positieve (resp. negatieve) waarde heeft behorende tot de kritieke zône spreken wij van een significant stijgende (resp. dalende) trend.
Voor literatuur over deze toets zie men [1] .

Deze toets kan worden uitgebreid tot meerdere onafhankelijke reeksen waarnemingen, die niet alle even groot behoeven te zijn. Bij voorbeeld:

$$y_{1,1},\ y_{1,2},\ldots\ldots,\ y_{1,n_1}$$

$$y_{2,1},\ y_{2,2},\ldots\ldots,\ y_{2,n_2}$$

$$y_{3,1},\ y_{3,2},\ldots\ldots,\ y_{3,n_3}$$

$$\vdots$$

$$y_{m,1},\ y_{m,2},\ldots\ldots,\ y_{m,n_m}$$

---

1) Dit memorandum is een aanvulling op memorandum S 47 (M 13). Het is slechts bedoeld ter orientatie en streeft niet naar volledigheid of volledige exactheid.

2) Zie voor de definitie van S memorandum S 47 (M 13).

Wij bepalen nu de S voor het stelsel paren $(1,y_{11})(2,y_{12})\ldots$ $\ldots(n_1,y_{1n_1})$ en noemen deze S_1. Evenzo behandelen wij de tweede rij en verkrijgen zo S_2 etc.

Wij bepalen dan de som

$$S_{tot} = S_1 + S_2 + \ldots + S_m.$$

Eveneens berekenen wij bij de eerste rij de spreiding σ_1, volgens formule (1) of formule (2) van memorandum S 47 (M 13). Evenzo σ_2, $\sigma_3, \ldots, \sigma_m$.

Wij weten nu, dat onder de hypothese H_o voor rij 1 $\underline{S}_1$ bij benadering normaal verdeeld is met gemiddelde 0 en spreiding σ_1, indien H_o geldt voor rij 2 is $\underline{S}_2$ bij benadering normaal verdeeld met gemiddelde 0 en spreiding σ_2 etc. Indien hypothese H_o geldt voor alle rijen, dus indien in alle rijen alle permutaties der rangnummers van de waarnemingen even waarschijnlijk zijn, en indien deze rijen bovendien onafhankelijk zijn, dan geldt dat $\underline{S}_{tot}$ bij benadering normaal verdeeld is met gemiddelde 0 en spreiding:

$$\sigma_{tot} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \ldots + \sigma_m^2}.$$

Wij kiezen nu als kritieke zône weer $|S_{tot}| \geqq S_o$ bij tweezijdige toetsing, $S_{tot} \geqq S_o'$ bij rechtszijdige en $S_{tot} \leqq S_o''$ bij linkszijdige toetsing. Voor literatuur over deze toets zie men [2] .

<u>Literatuur</u>: [1] H.B.Mann: Non parametric tests against trend, Econometrica <u>13</u> (1945) blz. 245-259.

[2] G.Elfving en J.H.Whitlock: A simple trend-test with application to erythrocyte data, Biometrics <u>6</u> (1950) Blz. 282-288.