STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

S 73 (M 33)

Toets voor de hypothese $p = p_0$

MATHEMATISCH CENTRUM,
2de Boerhaavestraat 49,
A M S T E R D A M (O).
Statistische Afdeling.
S 73 (M 33)

Toets voor de hypothese $p = p_o$. [1]

Wij beschouwen een experiment met twee mogelijke uitkomsten A en B, waarbij de kans p op A en q = 1-p op B bestaat, ~~met~~ onbekende p. Het experiment wordt n maal uitgevoerd en het aantal maal, dat de uitkomst A is, wordt $\underline{a}$ genoemd. De grootheid $\underline{a}$ bezit dan een binomiale waarschijnlijkheidsverdeling, d.w.z.

$$P[\underline{a}=a] = \binom{n}{a} p^a q^{n-a}, \quad ^{2)} \tag{1}$$

waarin p dus onbekend is. Wij wensen nu de hypothese

$$H_o: \quad p=p_o,$$

met gegeven waarde p_o, te toetsen op grond van een bij n proeven gevonden waarde a_o van $\underline{a}$.
Indien H_o juist is, wordt de waarschijnlijkheidsverdeling van $\underline{a}$ gegeven door (1) met $p=p_o$ en $q=1-p_o$. Bij tweezijdige toetsing wordt nu de overschrijdingskans k gedefinieerd als de som van die waarschijnlijkheden

$$\binom{n}{a} p_o^{\,a}(1-p_o)^{n-a} ,$$

die hoogstens gelijk zijn aan

$$\binom{n}{a_o} p_o^{\,a_o}(1-p_o)^{n-a_o}.$$

Indien deze som kleiner dan de onbetrouwbaarheidsdrempel α is (gewoonlijk neemt men $\alpha = 0{,}05$, maar dit is slechts een conventie), wordt H_o verworpen en besluit men tot de ongelijkheid $p < p_o$ indien $a_o < np_o$ is en tot $p > p_o$ indien $a_o > np_o$ is.

---

[1]) Dit memorandum dient slechts ter oriëntatie en streeft niet naar volledigheid of volledige exactheid.

[2]) Onderstreping van een letter duidt aan, dat de grootheid stochastisch is; dezelfde letter zonder onderstreping wordt gebruikt voor een door de stochastische grootheid aangenomen waarde.

Indien de toets éénzijdig wordt uitgevoerd, b.v. links-éénzijdig, wordt de éénzijdige overschrijdingskans gedefinieerd door

$$\sum_{a=0}^{a_0} \binom{n}{a} p_0^{\,a}(1-p_0)^{n-a}$$

en H_0 wordt verworpen, indien deze som kleiner dan α is. Men besluit dan tot $p < p_0$. Deze links-éénzijdige toetsing kan worden toegepast, indien $p > p_0$ onmogelijk wordt geacht of indien men de hypothese $p \geqq p_0$ wenst te toetsen tegen $p < p_0$. Mutatis mutandis voor de rechts-éénzijdige toetsing.

Voor grote n kan men de door (1) gegeven verdeling benaderen met behulp van de normale verdeling. De toets wordt dan gebaseerd op het feit, dat de grootheid

$$\frac{\underline{a}-np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}},$$

indien H_0 juist is, bij benadering een normale verdeling met gemiddelde 0 en spreiding 1 bezit. Men zoekt dan in een tabel van de normale verdeling de bij de waarde

$$\frac{a_0-np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}$$

behorende één- resp. tweezijdige overschrijdingskans op en verwerpt H_0, indien deze kleiner dan α is.

<u>Tabel</u> van de binomiale verdeling (tot n=49, p_0=0,01 (0,01)0,50):

Tables of the binomial probability distribution, National Bureau of Standards, Washington 1949.
