STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

S 73 (M 35)

Toets voor k steekproeven uit Poisson-verdelingen

MATHEMATISCH CENTRUM
2de Boerhaavestr. 49,
A m s t e r d a m O.
Statistische Afdeling.

S M 35

S 73 (M35)

Toets voor k steekproeven uit Poisson-verdelingen[1])

Veronderstel, dat men bij een experiment k groepen waarnemingen verkregen heeft. Laat deze waarnemingen zijn:

$$\begin{array}{l} x_{11}, x_{12}, \; . \; . \; . \; . \; . \; , x_{1n_1} \\ x_{21}, x_{22}, \; . \; . \; . \; . \; . \; , x_{2n_2} \\ \quad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \\ x_{k1}, x_{k2}, \; . \; . \; . \; . \; . \; , x_{kn_k} \; . \end{array}$$

Elke regel in dit schema stelt een steekproef voor. De eerste index heeft betrekking op het nummer van de steekproef; de tweede index geeft aan het nummer van de waarneming in die steekproef.

De hypothese H_o, waarvoor in dit memorandum een toets zal aangegeven worden is, dat de k steekproeven uit eenzelfde Poissonverdeling komen. De alternatieve hypothese H, waartegen getoetst wordt, is de hypothese, dat de waarnemingen van ieder der steekproeven apart wel uit een Poissonverdeling afkomstig zijn, maar dat de Poissonverdelingen behorende bij de verschillende steekproeven niet alle dezelfde zijn.

De waarneming x is afkomstig uit een Poissonverdeling als geldt:

$$P\left[\underline{x} = x\right] = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \qquad (x=0,1,2,3,\ldots)\ ^{2)}$$

---

[1]) Dit memorandum is slechts bedoeld ter orientatie en streeft niet naar volledigheid of volledige exactheid.

[2]) Onderstreping van een grootheid x betekent, dat die grootheid stochastisch is, d.w.z. een waarschijnlijkheidsverdeling bezit. $\underline{x}=x$ betekent, dat de waarde die de stochastische grootheid $\underline{x}$ aanneemt, het getal x is.

λ is zowel het gemiddelde als de variantie van deze verdeling.

De grootheid waarop de toetsing van H_0 berust is:

$$T = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i(\bar{x}_i - \bar{x})^2}{\bar{x}} .$$

Hierbij stelt $\bar{x}_i$ het gemiddelde van de waarnemingen uit de i^e steekproef voor; n_i is het aantal waarnemingen uit de i^e steekproef. Verder is $\bar{x}$ het gemiddelde van alle waarnemingen.

Bewezen kan worden, dat T bij benadering een χ^2-verdeling bezit met k-1 vrijheidsgraden. De χ^2-benadering is goed voor niet al te kleine waarden van $\bar{x}$. Voor $\bar{x} > 5$ is de benadering al heel goed.

De kritieke zone met onbetrouwbaarheid α bestaat uit die waarden voor T, die voldoen aan $T \geq \chi^2_\alpha$. De waarde van χ^2_α kan gemakkelijk uit een tabel voor de χ^2-verdeling bepaald worden.

<u>Enkele litteratuuropgaven</u>:

[1] <u>Paul G.Hoel</u>, Testing the homogeneity of Poisson frequencies, Ann.of Math.Stat.<u>16</u> (1945), pp. 362-368.

[2] <u>P.V.Sukhatme</u>, The problem of k samples for Poisson populations, Proc.National Inst. of Siences of India, <u>3</u> (1937), pp.297-305.

[3] <u>W.G.Cochran</u>, The chi-square distribution for the binomial and Poisson series with small expectations, Annals of Eugenics, <u>7</u> (1936) pp.207-217.