

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

SP 9

D. van Dantzig

Enkele historische betrekkingen tussen mathematische
en verzamelde statistiek.

Overdruk uit:
Statistica Neerlandica, 4 (1950), p.233-247.



Enkele historische betrekkingen tussen wathematische en verzamelende statistiek *)

door Prof. Dr D. van Dantzig
Mathematisch Centrum, Amsterdam

S u m m a r y

Some historical relations between mathematical and descriptive statistics.

Both mathematical and descriptive statistics may be said to have commenced in the middle of the 17th century; the former with a correspondence between Pascal and Fermat (1654), and the latter with the observations on bills of mortality by John Graunt (1662). These early stages are discussed in some detail, while the development of the statistical argument in later periods is more briefly mentioned. In section 8 the present structure of statistical thought is summarized. In a concluding section, falling slightly outside the scope of the paper, some opinions prevailing in the 17th century concerning Holland and its people are quoted.

Niemand onzer zal willen betogen, dat de fusie tussen de *Nederlandse Vereniging voor Statistiek* en de *Vereniging voor Statistiek* een wereldschokkende gebeurtenis ware.

Indien echter twee groepen die dicht bijeengelegen gebieden bewerken (en te meer als dit in een klein land als Nederland geschiedt) er toe komen, hun min of meer afwijkende gezichtspunten ondergeschikt te maken aan de mogelijkheid tot samenwerking aan een gemeenschappelijke taak, dan is dat ongetwijfeld een daad, waarover men zich kan verheugen en die men slechts kan toejuichen. Zij zij dan ook aanleiding tot een beschouwing over enkele der betrekkingen die in het verleden tussen deze gebieden bestaan hebben, en over enkele andere die heden ten dage van betekenis kunnen zijn. Een lichte accentverzwaring — of om een fraai, in deze kringen niet onbekend Anglicisme te gebruiken: bias — ten gunste van het verbindende tegenover het scheidende zij te dezer gelegenheid toegestaan.

§ 1. *De oudste geschriften op het gebied der waarschijnlijkheidsrekening.*

Het is merkwaardig, dat de verzamelende statistiek en de wathematische theorie die bij de verwerking van haar gegevens gebruikt wordt, de waarschijnlijkheidsrekening, ongeveer gelijktijdig ontstaan zijn. Voor zoverre het zin heeft, een bepaald tijdstip als begindatum ener wetenschap aan te geven, dat is dus onder voorbijgaan van enkele min of meer geïsoleerde voorafgaande

*) Voordracht, gehouden op de Buitengewone Algemene Ledenvergadering der Vereniging voor Statistiek, op 11 October 1950.

feiten, wordt als oorsprong der waarschijnlijkheidsrekening [1] doorgaans de briefwisseling beschouwd, die de twee grote Franse wiskundigen Blaise Pascal en Pierre Fermat in het jaar 1654 voerden over een tweetal problemen over kansspelen, den eerstgenoemde opgegeven door de met hem bevriende Chevalier de Méré. De gewisselde brieven werden in die tijd niet gepubliceerd maar verkregen toch enige bekendheid in de kringen der wiskundigen, zodat onze landgenoot Christiaan Huygens drie jaren later, in 1657, het eerste gepubliceerde geschrift over de nieuwe wetenschap in druk kon laten verschijnen, getiteld *De ratiociniis in ludo aleae*. Wie Uwer enige schroom mocht gevoelen over zijn gebrekkige kennis van het Latijn en daarom naar een Nederlandse vertaling van deze tekst en van het geschrift mocht verlangen, zij getroost met het illustere voorbeeld van Christiaan Huygens zelf, die zijn werk in het Nederlands schreef onder de benaming *Van Reeckeningh in Spelen van Geluck* en, daar zijn kennis van het Latijn daartoe niet toereikend was, zijn leermeester Franciscus van Schooten verzocht, het in het Latijn te vertalen.

Dit eerste geschrift bevat wat we tegenwoordig zouden noemen een axiomatische opbouw van de waarschijnlijkheidsrekening, zij het een primitieve, en de invoering van het sindsdien zo fundamentele begrip van de „mathematische verwachting”. Het besluit met een vijftal nieuwe vraagstukken ter oefening, waarvan het vierde een numeriek voorbeeld is van het probleem van de *Ruïnering der Spelers*. Op dit vraagstuk en een voor de hand liggende uitbreiding ervan, het probleem van ‘Duration of Play’ hebben alle grote waarschijnlijkheidstheoretici gedurende meer dan een eeuw zich de tanden gewet — en soms ook stukgebeten. Eerst Laplace slaagde er in 1778 in, het vraagstuk in zijn algemene vorm op te lossen met behulp van de door hem ontwikkelde theorie der voortbrengende functies.

Merkwaardig is, dat een nog algemenere vorm van het vraagstuk sinds 1944 weer in het centrum van de aandacht staat. Het heeft betrekking op twee spelers die een serie spelen doen met ongelijke winstkansen en ongelijke beginkapitalen (als bij de Moivre en Laplace), maar waarbij bovendien het bedrag dat de verliezer telkens aan de winnaar te betalen heeft voor de beide spelers verschillend is. Voor wie zich erover mocht verbazen dat serieuze geleerden zich met dergelijke futiele probleemstellingen bezig houden, zij vermeld dat dit vraagstuk niet aan het goklustige brein van een mathematicus ontsproten is, maar dat het de „vertaling” in termen van kansspelen is van de vraag naar de duur van een U allen welbekende methode op het gebied der qualiteitsconstrôle, met name de zgn. *sequente analyse*. Bovendien houdt het verband met natuurkundige problemen omtrent de beweging van een gas tussen absorberende wanden en nog vele andere. Het is dus niet

te verwonderen dat ook op deze moderne versie van Huygen's probleem, dat, evenals het oude, beheersing van de moeilijkste delen der eigentijdse wiskunde verlangt, de hedendaagse wiskundigen zich de tanden wetten — om niet te zeggen stukbijten.

§ 2. *John Graunt* (1620-1674).

Keren we terug tot de historische ontwikkeling die we bij Huygen's geschrift van 1657 — dat gedurende een halve eeuw het enige gebleven is — onderbroken hebben.

Vijf jaren later, in 1662 dus, verscheen een geschrift van geheel andere aard, dat we als de oorsprong van de verzamelende statistiek kunnen beschouwen, met hetzelfde voorbehoud, uiteraard, als tevoren, d.w.z. onder voorbijgaan van het feit dat reeds sinds de oudste tijden verzamelend statistisch werk in de vorm van volkstellingen, volstellingen e.d. verricht is. We bedoelen de *'Natural and political observations . . . upon the Bills of Mortality'*, van *John Graunt*, Citizen of London (1620-1674).

Dit werk zelf leidde ertoe dat de auteur op het titelblad van de derde druk in 1665 de betiteling 'Citizen of London' kon vervangen door 'Fellow of the Royal Society', als hoedanig hij bij de oprichting enkele maanden na het verschijnen van de eerste druk van zijn geschrift gekozen werd. Voorwaar een zeer bijzondere eer voor een Londens lakenhandelaar, die zelfs tot een uitspraak van de Engelse koning zelf geleid schijnt te hebben: „in his election it „was so far from being a prejudice that he was a shopkeeper of London, „that His Majesty gave this particular charge to His Society, that if they found „any more such tradesmen, they should be sure to admit them all, without „any more ado" ¹⁾.

Graunt was overigens een man van aanzien en ontwikkeling; hij kende Frans en Latijn, was bevriend met enkele schilders en bezat welhaast de fraaiste collectie etsen die *Samuel Pepys* ooit gezien had. Hij stond bekend als een verzoenend man en werd bij twisten tussen kooplieden vaak als scheidsrechter gekozen. Zoals in Engeland te doen gebruikelijk is, werd zijn werk gedurende enige tijd aan een man van hoger maatschappelijk aanzien en grotere roem als staathuishoudkundige, zijn vriend *Sir William Petty* (1623-1685), toegeschreven, vrij zeker ten onrechte (al is het aannemelijk dat enkele passages, o.a. de 'Conclusion', geheel of ten dele van *Petty* afkomstig zijn). Vermoedelijk hangt dit samen met de godsdienstige intolerantie,

¹⁾ Deze en verdere gegevens zijn ontleend aan het werk van *Hull* [2] en de daarin vervatte aantekeningen van de uitgever; speciaal Vol. 1, pag. XXXIV—XXXVIII en pag. XXV—XCI. In deze uitgaaf is in Vol. 2 ook een herdruk van *Graunt's* „Observations" met aantekeningen van *Hull* voorzien, opgenomen.

waarvan *Graunt*, evenals de *Moivre*, zij het in tegengestelde richting, slachtoffer is geworden. Waar de *Moivre* als Hugenoot door de herroeping van het edict van Nantes naar Engeland moest uitwijken, waar hij een kammervol bestaan leidde, zag *Graunt*, nadat hij omstreeks 1666 tot het Rooms-Katholieke geloof was overgegaan, zijn zaak geruïncerd. Ook in de Royal Society wordt hij na die tijd niet meer genoemd. Vermelding verdient in dit verband, dat *Petty* zich herhaaldelijk tegen de religieuze intolerantie heeft uitgesproken en, Holland als voorbeeld stellende, integendeel de heterodoxie als een noodzakelijk element in het staatsbestel beschouwde. Wanneer men ziet, met welk een voorzichtigheid auteurs die zulke opvattingen verdedigden zich genoopt zagen hun formuleringen te kiezen, wordt men soms getroffen door pijnlijke reminiscenties.

§ 3. *John Graunt's onderzoek van geboorte- en sterftecijfers.*

De gegevens, die *Graunt* ter beschikking stonden, waren de wekelijkse doop- en begrafenis-cijfers in de verschillende Londense parochies over een periode van ongeveer 60 jaar, benevens gegevens over een enkele landelijke parochie. Deze zijn als een surrogaat voor de geboorte- en sterftecijfers te beschouwen. *Graunt* discussieerde zo goed en zo kwaad dat ging de betrouwbaarheid dezer cijfers en concludeerde b.v. uit de daling van de verhouding van het doop- tot het begrafenis-cijfer na omstreeks 1640 terecht, dat de doop-cijfers minder betrouwbaar waren geworden dan de begrafenis-cijfers, o.a. ten gevolge van de godsdiensttwisten. Terwijl aanvankelijk alleen de pest afzonderlijk als doodsoorzaak vermeld was, werd sinds 1629 een indeling van de begravenen naar doodsoorzaken vermeld. Deze werden vastgesteld door twee in iedere parochie daartoe aangestelde vrouwen (*ancient Matrons*) de zgn. 'Searchers'. Ook hiervan onderzocht *Graunt* de betrouwbaarheid. Hij acht de vermelde doodsoorzaken betrouwbaar, indien ze op grond van uiterlijke kentekenen door een leek kunnen worden vastgesteld en wenst dat alleen deze vermeld zouden worden. B.v. in plaats van „tering” (*Consumption*) te vermelden, ware het beter dat de schouwsters slechts mededeelden dat het lijk zeer mager en uitgeteerd ('*very lean and worn away*') was, zonder dat het van belang is, of dit nu precies overeenkomt met wat de dokters „tering” noemden.

Uit deze schaarse en onbetrouwbare gegevens tracht *Graunt* vele tientallen conclusies af te leiden. Hoewel natuurlijk zijn redenering door een hedendaags statisticus meestal allerminst als bewijskrachtig, vaak zelfs als fantastisch of dwaas kan worden beschouwd, komt men, het pionierskarakter van dit werk in aanmerking nemende, toch sterk onder de indruk van *Graunt's* kritische geest, zijn voortdurend streven zich tegen foute con-

clusies te vrijwaren door zich te hoeden voor pure gissingen en steeds de gegeven cijfers te laten spreken. Dit in tegenstelling tot *Perrin*, die b.v. niet schroomde te beweren¹⁾, dat iemands kans een bepaalde leeftijd, b.v. 70 jaren, te bereiken, evenredig was met de wortel uit zijn leeftijd (en daarbij bovendien de waarden 0 en 1 verwarde).

Als een zeer bijzondere prestatie van *Grant* moet het bij voorbeeld worden beschouwd, dat hij uit de cijfers concludeert, dat het opgegeven aantal aan pest overleden waarschijnlijk veel te laag is, en met $\frac{1}{4}$ moet worden vermeerderd. Hij concludeert dit uit het feit, dat in de pestjaren de stijging van het totale sterftecijfer veel hoger is dan met de stijging van de sterfte aan pest alleen overeenkomt. Zijn betoog is als volgt (l.c. pag. 365):

„In the said year 1625 there are said to have died of the Plague 35417, „and of all other Diseases 18848; whereas in the years, both before and after „the same, the ordinary number of Burials was between 7 and 8000; so that „if we add about 11000 (which is the difference between 7 and 18) to our 35, „the whole will be 46000, which bears to the whole 54000, as about 4 to 5, „thereby rendring the said year 1625 to be as great a Plague-year as that of „1603, and no greater; which answers to what we proved before, viz. that „the Mortality of the two years was equal.

„From whence we may probably suspect, that about $\frac{1}{4}$ part more died of „the Plague than are returned for such; which we further prove by noting, „that Anno 1630 there died 10400 of the Plague, the $\frac{1}{4}$ whereof is 2600. Now „there are said to have died of all other Diseases that Year 12959, out of „which number deducting 2600, there remain 10359, more than which there „died not in several years next before and after said Year 1636.”

De conclusie is zeer waarschijnlijk juist en kan o.a. op omkoping van de schouwsters berusten, daar de diagnose „pest” tot isolatie van het huis leidde en het gevaar voor de overlevenden vergrootte²⁾.

Andere resultaten die *Grant* meent uit de gegevens te kunnen afleiden zijn o.a.: de toeneming of afnemning van sommige doodsoorzaken in de loop der jaren; de duur van een pestepidemie en van de periode die nodig is om de bevolking weer op peil te brengen, de migratie tengevolge van de pest (*Grant* schat dat in een groot pest-jaar $\frac{1}{5}$ van de gehele bevolking stierv en nog $\frac{2}{5}$ vluchtte), de absolute sterftecijfers en in verband daarmee de grootte van de bevolking, de tijd nodig voor verdubbeling van de bevolking van Londen (volgens *Grant* 64 jaren), de tendentie van de stad, zich in Westelijke richting te verplaatsen, de mate waarin het platteland gezonder

¹⁾ „Discourse concerning the use of duplicate proportion”, 1674; zie *Hull* [2], Vol. 1, p. 923.

²⁾ Zie *Hull* [2], Vol. 1, pag. 365.

is dan de stad, enz. enz. Belangrijk is ook zijn opmerking dat er meer mannen dan vrouwen zijn: zowel bij geboorte als bij sterfte vindt hij een verhouding van 14 : 13.

De grootste bekendheid heeft *Graunt* gekregen door zijn schatting van de overlevenskans. Door afronding tot op eenvoudige verhoudingen — „for men do not die in exact proportions, nor in fractions . . .” — vindt hij dat van 100 verwekten ('quick Conceptions') 36 sterven vóór het zesde levensjaar en daarna in de opeenvolgende dekaden respectievelijk 24, 15, 9, 6, 4, 3, 2, 1. Daaruit volgt voor de aantallen overlevenden uit 100 verwekten:

na 6 jaar	64
„ 16 „	40
„ 26 „	25
„ 36 „	16
„ 46 „	10
„ 56 „	6
„ 66 „	3
„ 76 „	1
„ 86 „	0

Het ontzaglijke cijfer van 36% voor de kindersterfte blijkt geenszins overdreven te zijn. Uit nauwkeuriger statistische gegevens te Genève over de periode 1601-1700 bleek het aldaar zelfs 42,6% te zijn ¹⁾.

Deze tabel ('cette petite table curieuse') kwam ook ter kennis van *Christiaan Huygens* door een brief ²⁾ van zijn broer *Lodewijk*, die, toen *Christiaan* zich afvroeg, hoe *Graunt* het aantal verwekten (in plaats van geborenen) kon kennen, daarop terecht antwoordde ³⁾, dat dit geschiedde op grond van het aantal misgeboorten, zonder natuurlijk te beseffen dat ook dit aantal uiterst onzeker, en eigenlijk zelfs niet exact definieerbaar is.

Deze correspondentie tussen *Christiaan* en *Lodewijk Huygens* is historisch bijzonder belangwekkend, daar zij de eerste pogingen bevat, de waarschijnlijkheidsrekening op de berekening van sterftetekansen toe te passen, en wel aan de hand van de min of meer empirische gegevens van *Graunt*. Dit was in 1669, dus twee jaren voordat *Johande*

¹⁾ *Hull* [2], Vol. 1, pag. 386.

²⁾ Brief van 22 Augustus 1669, zie *Huygens* [3], tome 6 (1895), pag. 483 en 519.

³⁾ Zie *Huygens* [3], tome 6 (1895), pag. 485 en 516. *Christiaan* schrijft: „ . . . qu'un enfant nouveau né (ou conçu comme vous dites, mais il me semble que l'Anglois ne parloit pas des conçeus car comment en peut on tenir registre) . . .”. *Lodewijk* antwoordt: „Car notez en passant que c'est des personnes conceües que l'Anglois parle, et il en peut bien tenir registre aussi bien que de ceux qui sont néz, parce que les fauches couches entrent aussi dans les observations”. *Christiaan* aanvaardt deze verklaring met enige aarzeling (p. 524).

Witt zijn lijfrenteberekeningen publiceerde (1771), die hij op verzonnen — en ook verkeerd toegepaste — sterftekansen baseerde. Ook Johannes Huddle hield zich met dit probleem bezig, zodat men wel kan zeggen, dat dit hier in die jaren „in de lucht hing”.

Merkwaardig is het voorts te zien, hoeveel moeite het destijds gaf, een schatting te krijgen van het aantal inwoners van een land, of zelfs van een stad. Graunt vertelt, dat hij aanvankelijk nooit getwijfeld had, als men zeide dat de bevolking van Londen enige millioenen bedroeg. Eerst toen iemand beweerde dat er in 1661 2 millioen mensen méér waren dan in 1625 vóór de grote pestepidemie, ging hij aan het rekenen. Hij vond dat, als dit juist was, de bevolking minstens 6 of 7 millioen moest bedragen, en dat dien-tengevolge slechts 1 op 400 per jaar zou sterven. Op grond van een aantal ingenieuze, maar zeer onzekere gissingen, die hij overigens als zodanig erkent, schat hij de bevolking van Londen op 384.000. In een vroeger hoofdstuk gebruikt hij het getal 460.000 (waarschijnlijk heeft hij vergeten, deze waarde door de later gevondene te vervangen) en op grond van de bekende verhoudingen van het aantal parochies en van de belastingen in het land en zijn hoofdstad leidt hij hieruit af, dat de bevolking van Engeland en Wales waarschijnlijk 6 millioen zou bedragen.

William Petty, die overigens een heel wat minder kritische geest bezat dan Graunt, heeft later ook herhaaldelijk bevolkingsaantallen geschat. Hij komt in 1687 (*Five Essays in political arithmetick*¹⁾) tot een schatting van

696.000	voor	Londen,
488.000	„	Parijs,
187.000	„	Amsterdam,
134.000	„	Venetië,
125.000	„	Rome, enz.

Voor Engeland, Schotland en Ierland tezamen schat hij²⁾ in zijn beroemde 'Political Arithmetick' van 1671 (posthuum verschenen in 1690), steeds op grond van het aantal parochies, 9½ millioen, en voor Frankrijk 13½ millioen, waarbij hij rekening houdt met het feit, dat parochies in Protestantse landen gewoonlijk meer inwoners omvatten dan in Rooms-Katholieke.

Wij zouden wellicht geneigd zijn, te lachen over een zo verregaande onwetendheid aangaande de grootte der bevolking van het eigen land, zelfs van de eigen stad. Maar hoeden wij ons voor hovaardij. Is ook niet heden ten dage de bevolking op aarde met geringere nauwkeurigheid bekend dan de veestapel in Nederland?

¹⁾ Zie Hull [2], pag. 528.

²⁾ Zie Hull [2], pag. 291.

§ 4. *De verdere historische ontwikkeling.*

Het is mij uiteraard niet mogelijk, de historische ontwikkeling van de statistiek en van de waarschijnlijkheidsrekening verder te vervolgen. Wellicht hebt ge U reeds afgevraagd, waarom ik zoveel tijd verspild heb aan volslagen verouderde en bovendien nog meestal foute statistische onderzoeken. Maar mogelijk hebt ge iets gevoeld van de bekoring die van een zojuist geboren wetenschap kan uitgaan; van het speelse beproeven en overschatten der eigen krachten (als bij een jonge kat), waarbij het er niet veel toe doet of men zo nu en dan eens een tik op de neus krijgt of helemaal omver rolt.

Gedurende de eerstvolgende twee eeuwen ontwikkelen zich de twee bijna gelijktijdig geboren wetenschappen vrijwel geheel los van elkaar. Enerzijds de waarschijnlijkheidsrekening, die met alle beschikbare middelen der wiskunde, vaak zelfs juist voor dit doel ontworpen en verder ontwikkeld, de meest futiele problemen over hazardspelen aanpakt. Anderzijds de statistiek, die zich tot de belangrijkste problemen van het maatschappelijk leven wendt, maar de methoden mist om de betrouwbaarheid van haar resultaten te kunnen schatten. Enkele verbindingsdraden zoals de toepassing der waarschijnlijkheidsrekening op levensverzekering of op het vaccinatieprobleem, kunnen de algemene indruk van wederzijds isolement niet teniet doen.

Eerst nadat de door de *M o i v r e* in 1733 gevonden en door *L a p l a c e* in 1778 uitvoerig bestudeerde normale verdeling door *L a p l a c e*'s *Traité Analytique des Probabilités* (1812) en door het werk van *G a u s s* (1809) algemener bekendheid had verworven, werden deze verbindingen veelvuldiger en hechter. Vooral *A d o l p h e Q u e t e l e t* (1796-1874) is rechtstreeks door *L a p l a c e* beïnvloed en heeft zijnerzijds een grote invloed gehad. In het bijzonder ook op de ontwikkeling in Engeland, o.a. door zijn uit anderen hoofde beroemde leerlinge, waarvan te weinig bekend is dat zij een enthousiaste beoefenaarster der statistiek is geweest, te weten *F l o r e n c e N i g h t i n g a l e* (1820-1910).

De zoëven genoemde werken van *L a p l a c e* en *G a u s s* hadden overigens wel enigszins het karakter van een Mephistophelische drank: „Mit diesem Trank im Leibe siehst eine Helena in jedem Weibe". Vooral *Q u e t e l e t* en in diens voetspoor *F r a n c i s G a l t o n* (1822-1911) meenden de normale verdeling altijd en overal aan te treffen.

§ 5. *De verschillende fasen in de ontwikkeling van het statistisch denken.*

Men moet dit verschijnsel, naar het mij voorkomt, zien als een tweede fase in de ontwikkeling. Bij *G r a u n t* en vooral bij *P e t t y* wordt voortdurend gebruik gemaakt van de onderstelling dat waargenomen verhoudingen constante waarden hebben, indien zich geen duidelijk waarneembare wijzigingen

in de situatie voordoen. De verhouding der aantallen overledenen en levenden wordt door *Gr a u n t* getaxeerd op 1 : 32, in het résumé op 1 : 30. Dus taxeert *P e t t y* de bevolkingen van Parijs, Rome enz. door het sterfte-aantal met 30 te vermenigvuldigen. *G r a u n t* weet, zoals uit toevoegingen blijkt, dat zijn cijfers gemiddelden betekenen, en hij heeft ook wel enig idee van het optreden van variatie, zij het niet van de afhankelijkheid daarvan van de waarnemingsaantallen. Hij meent conclusies over het verschil in gezondheidstoestand op het platteland en in de stad te mogen trekken uit het feit dat de verhouding van het grootste tot het kleinste jaaraantal gestorvenen in Londen hoogstens 2 : 1 en in zijn plattelandsparochie als 5 : 1 is.

Onze moderne terminologie volgend zouden we moeten zeggen, dat in de eerste fase der ontwikkeling de verdeling van een demografische grootheid door één enkel getal gekarakteriseerd werd, b.v. een gemiddelde verhouding of verhouding van gemiddelden, e.d.

In de tweede fase wordt men zich duidelijk bewust van het optreden van spreidingsverschijnselen. Deze worden door de middelbare fout of de modulus van *G a u s s.* bij ons door spreiding of variantie weergegeven. Men meent dus met normale verdelingen te moeten werken, die door gemiddelde en spreiding volledig bepaald zijn.

Tot deze tweede fase kan men alles rekenen wat door de verwachtingen van *quadratische* functies in de veranderlijke grootheden kan worden weergegeven; dus in het bijzonder de methode der kleinste quadraten, de enkelvoudige en multiple correlatie-rekening en regressie-analyse, de oude risictheorie van *H a t t e n d o r f f*, de variantie- en covariantie-analyse, e.a.

In de derde fase (einde der vorige eeuw) wordt door *E d g e w o r t h*, *K a p t e y n* en vooral *K a r l P e a r s o n* opgemerkt, dat bij nauwkeuriger beschouwing slechts weinig werkelijk voorkomende verdelingen normaal blijken te zijn, en dat voor hun karakterisering meer gegevens, b.v. het derde en vierde moment nodig zijn. Dit leidt tot de theorie der Pearson-krommen, tot de Gram-Charlier-ontwikkelingen, enz., algemeen tot de theorie der aanpassing.

De overgang tot de vierde fase is gekenmerkt, enerzijds door stijgende moeilijkheden in de beheersing van verdelingen die van drie of vier parameters afhangen en anderzijds in de twintiger jaren, door een stijgende kritische beoordeling van de grondslagen der waarschijnlijkheidsrekening (*J. M. K e v n e s*, *R. v o n M i s e s*, *R. A. F i s h e r*). Deze strengere kritiek uit zich o.a. in een geleidelijke vervanging van asymptotische relaties, die op onbeperkt stijgende waarnemingsaantallen betrekking hebben door exacte relaties, geldig voor begrensde waarnemingsaantallen ('theory of small samples'); en voorts door een meer en meer prijsgeven van de hm-methode door exacte beoor-

deling van de onbetrouwbaarheidsdrempel ('level of significance') en de betrouwbaarheidsgrenzen ('confidence limits').

§ 6. *De hm-methode.*

De zoëven genoemde hm-methode bestaat daarin, dat men de rechterhand aan de kin brengt, de duim rechts, de andere vingers links, dan de lippen openperst en de wenkbrauwen samentrekt, vervolgens 'Hm' zegt, en tenslotte een oordeel ten beste geeft. Het was ongetwijfeld op grond van deze methode, dat de prae-Graunt-iaanse demografen de bevolking van Londen op enige millioenen taxeerden. Voorts lag zij ten grondslag aan de wijze waarop de ouderwetse ondernemer op grond van zijn onfeilbare mensenkennis zijn personeel aanstelde. In de schadeverzekering zou men wellicht verwachten dat uit de statistische gegevens de verwachting der schade fractie van een te verzekeren object zou worden berekend, en op grond daarvan de te betalen premie werd vastgesteld. In werkelijkheid gebeurt het doorgaans juist andersom. Er wordt een taxateur heengestuurd, die hm't en de premie vaststelt. Deze is dan per definitie de verwachting van de overigens onbekende schadeverdeling. Ook de theorie der aanpassing van krommen berust hierop. Men heeft een kromme van een bepaald type aangepast aan een aantal empirische gegevens, hm't, en zegt. „de overeenstemming is bevredigend”.

Het is niet mijn bedoeling te betogen, dat de hm-methode persé in alle omstandigheden tot onjuiste of zelfs maar onbetrouwbare resultaten moet leiden. Integendeel, indien zij wordt toegepast door iemand met een grondige kennis en uitgebreide ervaring omtrent het te beoordelen object, *kan* de bedoelde keelklank een snelle innerlijke samenvatting van deze kennis en ervaring tot uitdrukking brengen en tot zeer goede resultaten leiden. Bovendien kan wel geen onzer nalaten, van tijd tot tijd eens te hummen, daar niemand in staat is, *al* zijn ervaringen te systematiseren en aan een grondige analyse te onderwerpen. Als methode echter heeft zij het bezwaar, dat zij bij haar beste beoefenaren een onfeilbaarheid van oordeel suggereert, dat zij geen garantie biedt tegen stemmings- en aandachtsfluctuaties bij degenen, die haar toepassen en dat haar betrouwbaarheid in hoge mate afhangt van de qualiteiten der beoordelaars, en sterk afneemt naarmate hun aantal toeneemt, dus hun selectie vermindert. Vandaar dat men tegenwoordig, zelfs al zou dit gemiddeld tot een geringere betrouwbaarheid leiden dan bij beoordeling door de beste hummers, personeel toch liever op grond van een psychotechnisch onderzoek dan van een hm aanstelt, en de aanpassing van een kromme liever vervangt door een steekproefrelatie die men op grond van een berekening van de onbetrouwbaarheidsdrempel beoordeelt dan dat men haar behumt. Al mag men niet vergeten, dat de vaststelling van de onbetrouw-

baarheidsdrempel, b.v. op de traditionele 5%, zelf weer een hm-handeling is.

§ 7. *Parameter vrije toetsingen.*

De boven reeds aangekondigde vierde fase bestaat nu daarin, dat men ervan afziet, een verdeling door een klein aantal parameters te karakteriseren, dat men, integendeel, zichzelf rekenschap ervan geeft, dat deze onbekend is, en zgn. „rang-invariante” en andere „parameter vrije” methoden toepast. Voorts, dat men zich rekenschap ervan geeft, dat onfeilbaarheid van oordeel niet bereikbaar is en zich met uitspraken tevreden stelt, die „salva probabilitate 0,05”, in het algemeen behoudens een maximaal toegelaten onbetrouwbaarheid geldig zijn.

Dergelijke methoden zijn de laatste jaren vooral in Amerika ontwikkeld (Wilcoxon, Mann en Whitney, Wald en Wolfowitz), voorts in Engeland (M. G. Kendall), Rusland (Kolmogoroff, Smirnow) en Amsterdam (J. H. Meelrijk, H. Theil). Zij worden in Amsterdam veelvuldig en met succes toegepast. De aanvankelijk meermalen geuite vrees, dat zij een geringe graad van doeltreffendheid (Anglicistisch: efficiency) zouden hebben, is niet bewaarheid, in het bijzonder als men rekening houdt met Wolfowitz' opmerking, dat doeltreffendheid bestaat in het zo volledig mogelijk gebruik maken van alle beschikbare gegevens, maar niet in het gebruikmaken van als zodanig nietbestaande gegevens.

§ 8. *De structuur van de hedendaagse statistische argumentatie.*

Het behoeft in de tegenwoordige fase der wetenschap wel geen betoog, dat men economische, demografische, sociologische en andere tot de ervaringswetenschappen behorende theorieën niet uitsluitend in de studeerkamer of volgens de hm-methode kan opstellen, maar dat preciese empirische conclusies op exacte empirische gegevens gebaseerd moeten zijn. Reeds Graunt besefte dit duidelijk, zoals uit het slot van zijn voorwoord blijkt, waarin hij, sprekend over de tabellen die hij bij zijn werk voegt, zegt:

„For herein, I have, like a silly school-boy, coming to say my lesson
„to the world (that Peevish, and Tetchy Master) brought a bundle of
„Rods, wherewith to be whip'd for every mistake I have committed.”

Lubbock en Drinkwater voegen hier aan toe (geciteerd naar J. Todhunter, *A History of the Mathematical Theory of Probability*, 1865. p. 38):

„Many subsequent writers have betrayed more fear of the punishment
„they might be liable to on making similar disclosures, and have kept
„entirely out of sight the sources of their conclusions. The immunity

„they have thus purchased from contradiction could not be obtained
„but at the expense of confidence in their results.”

Anderzijds valt thans wel niet meer te ontkennen, dat de overgang van gegevens tot conclusies door bemiddeling van de wiskunde, in het bijzonder de waarschijnlijkheidsrekening moet worden uitgevoerd in drie fasen. Uitgaande van (1) *het ervaringsmateriaal* worden daaruit door bemiddeling van (2) *de wiskundige verwerking*, (3) *empirische conclusies* getrokken en empirisch geverifieerd.

De middenfase (2) is van zuiver wiskundige, dus deductief-logische aard; de begin- en eindfase, (1) en (3), hebben zuiver empirisch karakter. De overgangen van (1) naar (2) en van (2) naar (3), die ik de „*inschakeling*” resp. de „*uitschakeling*” van het wiskundige systeem genoemd heb, zijn van inductief-logische aard.

Op de logische analyse van het in- en het uitschakelingsprocédé kan ik thans niet ingaan. Ik hoop daarop binnenkort bij een andere gelegenheid terug te komen.

§ 9. *Opvattingen over Nederland in de 17de eeuw.*

Tenslotte zij het mij toegestaan enige opmerkingen te maken, die met het eigenlijke onderwerp van deze lezing weinig te maken hebben, maar die voortvloeien uit enkele bij mij tijdens de lezing van *Graunt's* en *Petty's* geschriften opgekomen gedachten. Deze hebben betrekking op een paar aan ons land gewijde passages.

Het is al direct opvallend, hoe veelvuldig en met welk een bewondering over Holland gesproken wordt. Horen wij vooreerst *Graunt* (zie [2] Vol. II, pag. 353):

„This little hint is the model of the greatest work in the World, which
„is the making of England as considerable for Trade as Holland; for there is
„but a certain proportion of Trade in the World, and Holland is prepossessed
„of the greatest part of it, and is thought to have more skill and experience
„to manage it; but, at worst, put the whole Trade of the Country to a stand,
„until the Hollander, being more ready for it, have snapt that with the rest.”

Op een overeenkomstige wijze uit *Petty* zich in zijn *Political Arithmetick* (zie [2] Vol. I, pag. 255):

„Many Writing on this subject do so magnifie the Hollanders as if they
„were more, and all Nations less than Men (as to the matters of Trade and
„Policy) making them Angels, and other Fools, Brutes, and Sots, as to those
„particulars; whereas I take the Foundation of their achievements to lie
„originally in the Situation of the Country, whereby they do things inimitable
„by others, and have advantages whereof others are incapable.”

Deze passages brengen ons tot bewustzijn, dat ondanks alle gerechtvaardigde twijfel aan de waarheidswaarde van het vroeger door ons genoten onder-richt in de vaderlandse geschiedenis, en vooral aan het nuttig effect van de vele ons ingeprinte overwinningen en van de minder algemeen bekende nederlagen tijdens de Engelse oorlogen, het feit niet te ontkennen valt, dat de Hollanders in die tijd een groot ontzag verbreidden en een enorm aanzien genoten.

P e t t y tracht dit feit ten dele te verklaren door de natuurlijke gesteldheid van ons land, waarvan hij met zijn onbetoomde fantasie de verschillende aspecten in geldwaarde tracht te waarderen. En wel, luidt zijn betoog (p. 255-257) kort samengevat:

1. De grond van Holland en Zeeland is laag, rijk en vruchtbaar, „The value of this first convenience to the Dutch, I reckon or estimate to be about 100.000 £ per annum”.
2. Wind als natuurlijke energiebron, die handenarbeid bespaart. „... the worth of this conveniency is near an Hundred and Fifty Thousand Pounds”.
3. Handelsmogelijkheden met naburige landen door ligging aan de grote rivieren; waarde 200.000 £ p.a.
4. Iedere plaats ligt dicht bij bevaarbaar water; transport per water is goedkoop; 300.000 £ p.a.
5. Gemakkelijke verdedigbaarheid van het land 200.000 £ p.a. enz.

Verder geeft hij (zie [2] Vol. I, pag. 26) de Hollandse politiek als oorzaak aan.

„I have omitted to mention the Hollanders were one hundred years since, „a poor and oppressed People, living in a Country naturally cold and un-„pleasant: and were withal persecuted for their Heterodoxy in Religion.

„From hence it necessarily follows, that this People must Labour hard, „and set all hands to Work: Rich and Poor, Young and Old, must study the „Art of Number, Weight, and Measure; must fare hard, provide for Im-„potents, and for Orphans, out of hope to make profit by their Labours: „must punish the Lazy by Labour, and not by crippling them: I say, all these „particulars, said to be the subtile excogitations of the Hollanders, seem to „me, but what could not almost have been otherwise.

„Liberty of Conscience, Registry of Conveyances, small Customs, Banks, „Lumbards, and Law Merchant, rise all from the same Spring, and tend to „the same Sea; as for lowness of Interest, it is also a necessary effect of all „the premisses, and not the Fruit of their contrivance.”

In het bijzonder interesseren ons zijn opmerkingen over de gewetensvrijheid als oorzaak van welvaart (p. 262-264).

„I now come to the first Policy of the *Dutch viz.* Liberty of Conscience;
 „which I conceive they grant upon these Grounds. (But keeping up always
 „a Force to maintain the Common Peace).

„1. They themselves broke with *Spain*, to avoid the imposition of the
 „Clergy.

„2. Dissenters of this kind, are for the most part, thinking, sober, and
 „patient Men, and such as believe that Labour and Industry is their Duty
 „towards God. (How erroneous soever their Opinions be).

„3. These People believing the Justice of God, and seeing the most Licen-
 „tious persons, to enjoy most of the World, and its best things, will never
 „venture to be of the same Religion and Profession with Voluptuaries, and
 „Men of extreme Wealth and Power, who they think have their Portion
 „in this World.

„4. They cannot but know, That no Man can believe what himself pleases,
 „and to force Men to say they believe what they do not, is vain, absurd,
 „and without Honor to God.

„5. The *Hollanders* knowing themselves not to be an Infallible Church,
 „and that others had the same Scripture for Guides as themselves, and withal
 „the same Interest to save their Souls, dit not think fit to make this matter
 „their business; not more than to take Bonds of the Seamen they employ,
 „not to cast away their own Ships and Lives.

„6. The *Hollanders* observe that in *France* and *Spain*, (especially the latter)
 „the Churchmen are about one hundred for one, to what they use or need;
 „the principal care of whom is to preserve Uniformity, and this they take
 „to be a superfluous charge.

„7. They observe where most indeavours have been used to keep Uniformi-
 „ty, there Heterodoxy hath most abounded.

„8. They believe that if $\frac{1}{4}$ of the People were Heterodox, and that if that
 „whole quarter should by Miracle be removed, that within a small time $\frac{1}{4}$
 „of the remainder would again become Heterodox some way or other, it being
 „natural for Men to differ in Opinion in matters above Sense and Reason:
 „and for those who have less Wealth, to think they have the more Wit and
 „Understanding, especially of the things of God, which they think chiefly
 „belong to the Poor.

„9. They think the case of the Primitive Christians, as it is represented in
 „the Acts of the Apostles, looks like that of the present Dissenters. (I mean
 „externally). Moreover it is to be observed that Trade doth not (as some think)
 „best flourish under Popular Governments, but rather that Trade is most
 „vigorously carried on, in every State and Government, by the Heterodox
 „part of the same, and such as profess Opinions different from what are

„publicly established: (that is to say) in *India* where the *Mahometan* Religion
 „is Authorized, there the *Banians* are the most considerable Merchants. In
 „the *Turkish* Empire the *Jews*, and *Christians*. At *Venice*, *Naples*, *Legorn*,
 „*Genoua* and *Lisbone*, *Jews* and *Non-Papist* Merchant-Strangers: but to be
 „short, in that part of *Europe*, where the *Roman* Catholick Religion now hath,
 „or lately hath had Establishment; there three quarters of the whole Trade,
 „is in the hands of such as have separated from the Church (that is to say)
 „the Inhabitants of *England*, *Scotland*, and *Ireland*, as also those of the *United*
 „*Provinces*, with *Denmark*, *Sueden* and *Norway*, together with the Subjects
 „of the *German* Protestant Princes, and the *Hans* Towns, do at this day possess
 „three quarters of the Trade of the World; and even in *France* it self, the
 „*Hugonots* are proportionably far the greatest Traders; Nor is it to be denied
 „but that in *Ireland*, where the said *Roman* Religion is not Authorized, there
 „the Professors thereof have a great part of the Trade. From whence it
 „follows that Trade is not fit to any Species of Religion as such; but rather
 „as before hath been said to the Heterodox part of the whole, the truth whereof
 „appears also in all the particular Towns of greatest Trade in *England*; nor
 „do I find reason to believe, that the *Roman* Catholick Seamen in the whole
 „World, are sufficient to Man effectually a Fleet equal to what the King
 „of *England* now hath; but the *Non-papist* Seamen, can do above thrice as
 „much. Wherefore he whom this latter Party doth effecttionately own to
 „be their Head, cannot probably be wronged in his Sea-concernments by the
 „other; from whence it follows, that for the advancement of Trade, (if that
 „be a sufficient reason) Indulgence must be granted in matters of Opinion;
 „though licentious actings as even in *Holland*, be restrained by force.”

Besluiten wij, wanneer wij wellicht moedeloos zouden worden door deze herinnering aan voorbije roem, en door het feit dat Petty's tweede en vijfde 'convenience' heden ten dage in hun tegendeel verkeerd zijn, zonder ons nochtans in anachronistische illusies te verliezen, met een laatste citaat, de eerste helft van Petty's 'First Conclusion' ([2] Vol. 1, pag. 268 en 249).
 „A small Territory, and even a few People, may by Situation, Trade, and
 „Policy, be made equivalent to a greater . . .”

LITTERATUUR:

- [1] D. van Dantzig, *Blaise Pascal en de betekenis der wiskundige denkwijze voor de studie van de menselijke samenleving*, Inaugurele rede, Noordhoff, Groningen 1949.
- [2] Ch. H. Hull, *The economic writings of Sir William Petty*, 2 Vol., 1899.
- [3] Christiaan Huygens, *Oeuvres Complètes*, Martinus Nijhoff, 's-Gravenhage, 1888-1934.