STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

SP 33

D. van Dantzig

De verantwoordelijkheden van de statisticus.

Overdruk uit:
Statistica 7 (1953) p.199-208

De verantwoordelijkheden van de statisticus [1])

door prof. dr D. van Dantzig

S u m m a r y.
In this lecture the responsibilities of the statistician are discussed. He always has to find a compromise between his mathematical and his social conscience, because he hardly ever would be allowed to apply the mathematical theory to practical problems if he would consult his mathematical conscience only. This is explained by an example in which his research serves for preparing the important government decisions to be taken in order to prevent future flood calamities like the one that happened on February 1st, 1953.

1. Het dubbele geweten

De mathematicus, die zich in een latere levensphase aan de statistiek is gaan wijden, kan soms met weemoed terugdenken aan de goede oude tijd, toen hij nog slechts één geweten had. Zijn wiskundig geweten blijft onbelast als hij maar zorgt volgens de daarvoor vaststaande wetten te redeneren en hierbij geen fouten te maken. Iedere fout is door hem of door anderen met zekerheid aan te tonen.

Laat de mathematisch statisticus echter alleen zijn wiskundig geweten spreken, dan kan hij zijn wetenschap nooit op reële problemen toepassen. Hij moet dan namelijk altijd onderstellingen maken, b.v. de onderstelling dat verschillende waarnemingen onderling onafhankelijk zijn of dat bepaalde waarschijnlijkheidsverdelingen in de loop van de tijd onveranderd blijven. Vraagt hij zich dan af, zoals ook H a r r i e t F r e e z e r : ,,Is dat nu wel zo?'', dan luidt het antwoord dikwijls ontkennend of, in het gunstigste geval, weet hij het antwoord niet. Zijn wiskundig, of, algemener gesproken, zijn wetenschappelijk geweten zou hem dus verbieden, deze onderstellingen te maken, en zijn antwoord op de gestelde vraag zou bijna altijd moeten luiden: ,,Ik weet het niet'' of ,,Men kan niets concluderen.''

De statisticus heeft echter ook een maatschappelijk geweten, dat hem gebiedt, onderzoekers op velerlei gebied althans zo goed mógelijk te helpen, zij het zonder volstrèkte zekerheid, dat zijn conclusies juist zijn. Het maatschappelijk geweten zegt hem dus, niet al te kritisch te zijn, maar genoegen te nemen met een redelijke mate van zekerheid. Hij moet een compromis sluiten tussen zijn wetenschappelijk en zijn maatschappelijk geweten; de statisticus is dus in de kern gespleten: hij lijdt aan kernsplitsing.

---

[1]) Rapport SP 33 van de Statistische Afdeling van het Mathematisch Centrum.

Reeds dadelijk is een fundamentele moeilijkheid, die zich voordoet, daarin gelegen, dat de statisticus geen volledige verantwoordelijkheid kan aanvaarden voor het waarnemingsmateriaal waaruit hij zijn conclusies moet trekken, terwijl hij die verantwoordelijkheid óók niet geheel kan afwijzen. Hij moet dus in overleg met de waarnemer nagaan hoe de waarnemingen precies gedaan zijn, welke foutenbronnen aanwezig kunnen zijn enz., waarbij hij om bovengenoemde reden zéér kritisch, maar toch weer niet àl te kritisch moet zijn.

Aan de hand van vele voorbeelden uit het practische werk van de Statistische Afdeling van het Mathematisch Centrum zou ik het voorgaande kunnen toelichten. Ik wil hier echter speciaal die problemen beschouwen, waaraan op het Mathematisch Centrum gewerkt wordt in opdracht van de Deltacommissie. De Deltacommissie is door de regering ingesteld om te onderzoeken, welke maatregelen (zoals dijkverhoging, afsluiting zeegaten) nodig geacht kunnen worden om een ramp als die van 1 Februari 1953 in de toekomst te voorkomen. In het verloop van deze voordracht zullen in het bijzonder de problemen omtrent dijkverhoging beschouwd worden. Uiteraard is het hier nòch de plaats, nòch de tijd om de reeds gevonden resultaten mede te delen van dit onderzoek, dat nog in volle gang is. Echter meen ik wel iets over de aard en de moeilijkheden van de problemen te mogen mededelen, teneinde daarbij de kernvraag van deze bijeenkomst te kunnen belichten: „Wat vermag de statistiek en wat niet?"

2. Het extrapolatieprobleem

De waarnemingen, waarop wij het onderzoek moeten baseren, de voorgekomen waterhoogten, zijn pas nauwkeurig bekend sinds ongeveer 1890, een korte periode als men hieruit voorspellingen over eeuwen moet verrichten. Het is prettig dat wij bij de bewerking van dit materiaal kunnen voortbouwen op het pionierswerk van Ir Wemelsfelder[1]). Deze zette op logarithmisch papier het gemiddelde aantal keren per jaar uit, dat de hoogwaterstand het peil h bereikt of overschrijdt. Men constateert dan dat men een aantal punten krijgt, die, althans voor grote h, ongeveer op een rechte lijn liggen.

Slechts voor de allerhoogste standen wijken de punten enigszins af van de rechte, hetgeen, ook indien inderdaad een rechtlijnig verband bestaat, niet verwonderlijk is, daar de spreiding van die punten veel groter is. Zo liggen

---

[1]) P. J. Wemelsfelder (1939), Wetmatigheden in het optreden van stormvloeden, De Ingenieur 1939 no. 9, Bouw- en Waterkunde no. 3.

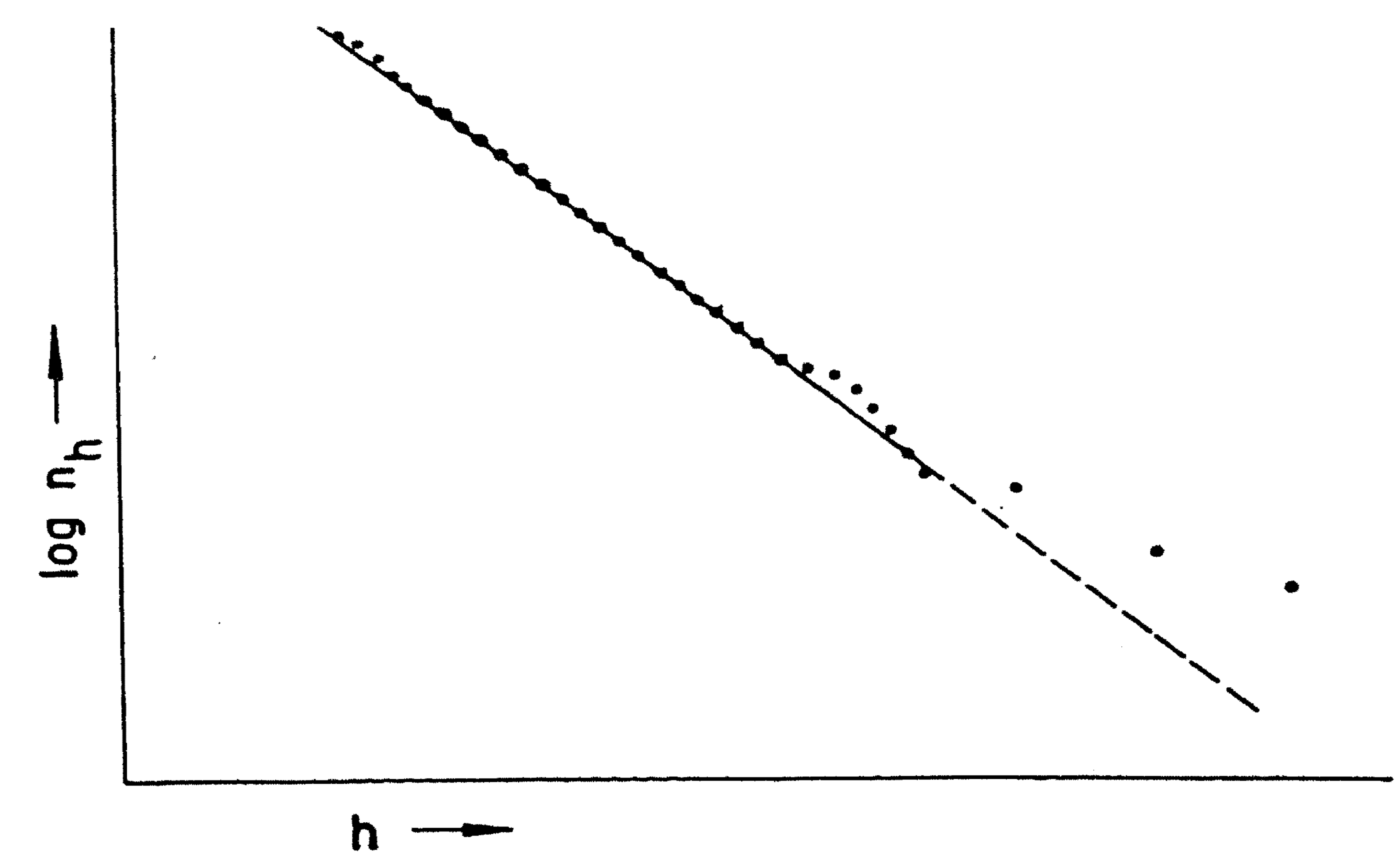

Fig. 1

de punten, overeenkomend met de standen, die bereikt werden bij de stormvloeden van 1894 (één keer overtroffen) en van 1953 (geen keer overtroffen), aanzienlijk rechts van de gevonden lijn. Vragen wij ons nu af hoe hoog de dijken voor de komende eeuwen gebouwd moeten worden, dan is het daarvoor nodig, dat wij iets te weten komen over de kansen op nog hogere standen en dus hoe de lijn boven de voorgekomen standen zal verlopen in — laten wij zeggen — de komende 500 jaar. Blijft het dezelfde rechte lijn, alleen iets verder doorlopend met het punt overeenkomend met de stormvloed 1953 iets rechts ervan, of buigt zij definitief af naar rechts, of gaat zij daarna weer in de oorspronkelijke richting verder?

Helaas — of misschien gelukkig — verkeren wij niet in de situatie dat wij 500 jaar verder zijn. Wij moeten nu uit de gegevens over de afgelopen 60 jaar iets zeggen over de komende 500 jaar. Wij kunnen echter wel *iets* doen. B.v. wij kunnen nagaan of er in het gegeven materiaal reeds aanwijzingen voor systematische afwijkingen van rechtlijnigheid bestaan door een deze rechtlijnigheid inhoudende hypothese statistisch te toetsen. Uit het nietverwerpen van een hypothese kan men echter nog niet besluiten tot het aanvaarden daarvaan. Ook andere hypothesen, b.v. overeenkomende met zwak gekromde lijnen, zouden misschien niet verworpen kunnen worden, als men ze getoetst had. Nader kan men onderzoeken of sommige maanden van het jaar of sommige jaren gevaarlijker zijn dan andere, of er correlaties met andere verschijnselen bestaan en of de rechtlijnigheid behouden blijft, indien men met eventueel bestaande effecten rekening houdt door het materiaal dan in homogene groepen te splitsen.

Ook indien men zo geen afwijkingen van rechtlijnigheid constateert, is toch nog skepsis nodig, daar men geen enkele a priori-reden heeft om te besluiten tot rechtlijnigheid of om aan te nemen, dat de waarschijnlijkheidsverdeling van hoge standen in de tijd constant is. Men heeft dan ook geen zekerheid dat de waarschijnlijkheidsverdeling van zeer hoge standen in de toekomst redelijk met de extrapolatie van de huidige rechte lijn zal blijven overeenkomen.

Men moet met het onderstellen van een eenvoudig wiskundig verband altijd zeer voorzichtig zijn; in het verleden hebben deze vaak tot totaal verkeerde prognosen geleid, b.v. bij bevolkingsgroei en in de economie. Woytinsky[1]) verweet onlangs speciaal de mathematici, dat zij te lichtvaardig zo'n eenvoudig wiskundig verband aanvaarden. Niet helemáál ten onrechte: zo heeft De Moivre eens de overlevenskans als een rechte lijn voorgesteld, die daalde van 1 tot 0 tussen de 0 en 86 jaar. Met een variatie op Shaw's gezegde: "Every man over 40 is a scoundrel", zou men hiervan kunnen zeggen: "Every man over 86 is a fake". In de regel is het bovengenoemde verwijt echter wel degelijk ongegrond en hoogst onbillijk. Meestal is het juist niet de wiskundige statisticus, maar juist de onderzoeker uit de toegepaste wetenschap, die te zeer geneigd is, de waarde van een aanpassing te overschatten. Om een recent voorbeeld te noemen: een uitgebreid onderzoek van een medicus strandde onlangs op een dogmatisch geloof in de groeikromme.

Terugkerend tot het probleem van de hoogwateroverschrijdingslijn zegt het wetenschappelijk geweten: ,,Ik kan de rechtheid van deze lijn niet zonder meer aanvaarden en wij kunnen dus ook niet extrapoleren", terwijl het maatschappelijk geweten zegt: ,,Ik moet dit wel doen, want ik heb geen andere keus". Wij kunnen hier tot het volgende compromis komen: Na zorgvuldig onderzoek zullen wij wèl extrapoleren, maar daarbij steeds waarschuwen, dat men hierin geen onbeperkt vertrouwen mag stellen, en bij toekomstige waarnemingen moeten wij de gemaakte veronderstellingen steeds blijven toetsen.

3. Twee voorbeelden van falende extrapoleerbaarheid

Om aan te tonen, dat een waargenomen frequentieverdeling van een groot aantal experimenten toch in een belangrijk opzicht kan afwijken van de verdeling van een groot aantal experimenten in de toekomst, wil ik hier een dobbelsteen beschouwen met afgeslepen ribben en hoeken, die een hoogte

---

[1]) W. S. Woytinsky (1954), Limits of mathematics in statistics, The American Statistician 8 (1954), p. 6—10.

heeft van b.v. 1 cm. We werpen nu de dobbelsteen op een horizontale bodem en bepalen, als hij stil ligt, de afstand van het hoogste punt van de dobbelsteen tot de bodem. Om deze afstand niet constant te doen zijn, maar iets te laten variëren, onderstellen wij de bodem enigszins elastisch. Er bestaat bij elke worp een kleine constante kans, dat de dobbelsteen op een der ribben blijft liggen; de hoogte is dan ongeveer $\sqrt{2}$ cm. Evenzo is er een nog kleinere, constante kans, dat de dobbelsteen op een (afgeslepen) hoekpunt blijft staan; de hoogte is dan ongeveer $\sqrt{3}$ cm. Heeft men nu een reeks van b.v. 60 worpen waargenomen, waarbij zo'n uitzonderingsverschijnsel zich tengevolge van de kleinheid van zijn kans nog nooit heeft voorgedaan, dan kan het zijn, dat men b.v. een keurige normale verdeling vindt met een zeer kleine spreiding. Zou men nu aannemen, dat de verdeling in de toekomst steeds gelijk is aan die van de waargenomen eerste reeks worpen, dan houdt dit de onderstelling in, dat bedoelde gebeurtenissen niet *kunnen* voorkomen, hetgeen klaarblijkelijk niet waar is. Bij elke volgende reeks worpen heeft men een *positieve* kans, dat ook hoogten van ongeveer $\sqrt{2}$ en $\sqrt{3}$ cm voorkomen. In werkelijkheid is de verdeling een superpositie van 3 normale verdelingen; de werkelijke verdeling onderscheidt zich van de normale doordat zij twee „bobbeltjes'' in de staart heeft (fig. 2).

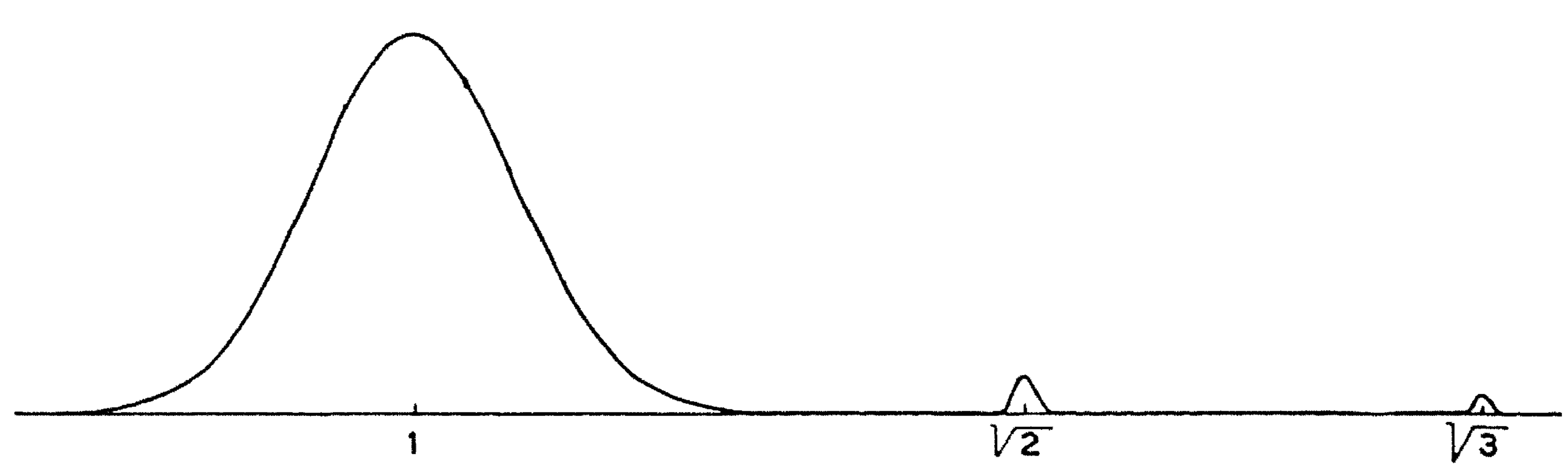

Fig. 2

Deze mogelijkheid van afwijkingen in de toekomst bestaat zeker niet alleen in onze fantasie.

Teneinde dit aan te tonen, zullen we een voorbeeld aangeven, dat duidelijk maakt, hoe zo'n afwijking zou kunnen ontstaan, en dat gebaseerd is op een voorbeeld, dat we aan Prof. G r o e n danken. Onderstellen we dat de waterstand h afhangt van een bepaalde grootheid x, welke beïnvloed wordt door de meteorologische toestand en die een eenvoudige verdelingsfunctie heeft, b.v. van een exponentieel type (hetgeen overeenkomt met een kromme met rechte asymptoot op logarithmisch papier). Is h een monotone, b.v. een lineaire functie van x, dan krijgt men de verdelingsfunctie van h door een eenvoudige transformatie, b.v. een schaalverandering.

De zaak wordt echter fundamenteel anders, indien h niet meer een monotone functie van x is, maar b.v. ergens een maximum bezit, zelfs als er slechts een interval (a, b) van waarden van x is, waarin h merkbaar van de lineaire functie afwijkt. In dit geval (zie fig. 3) kan men als volgt te werk gaan. Men

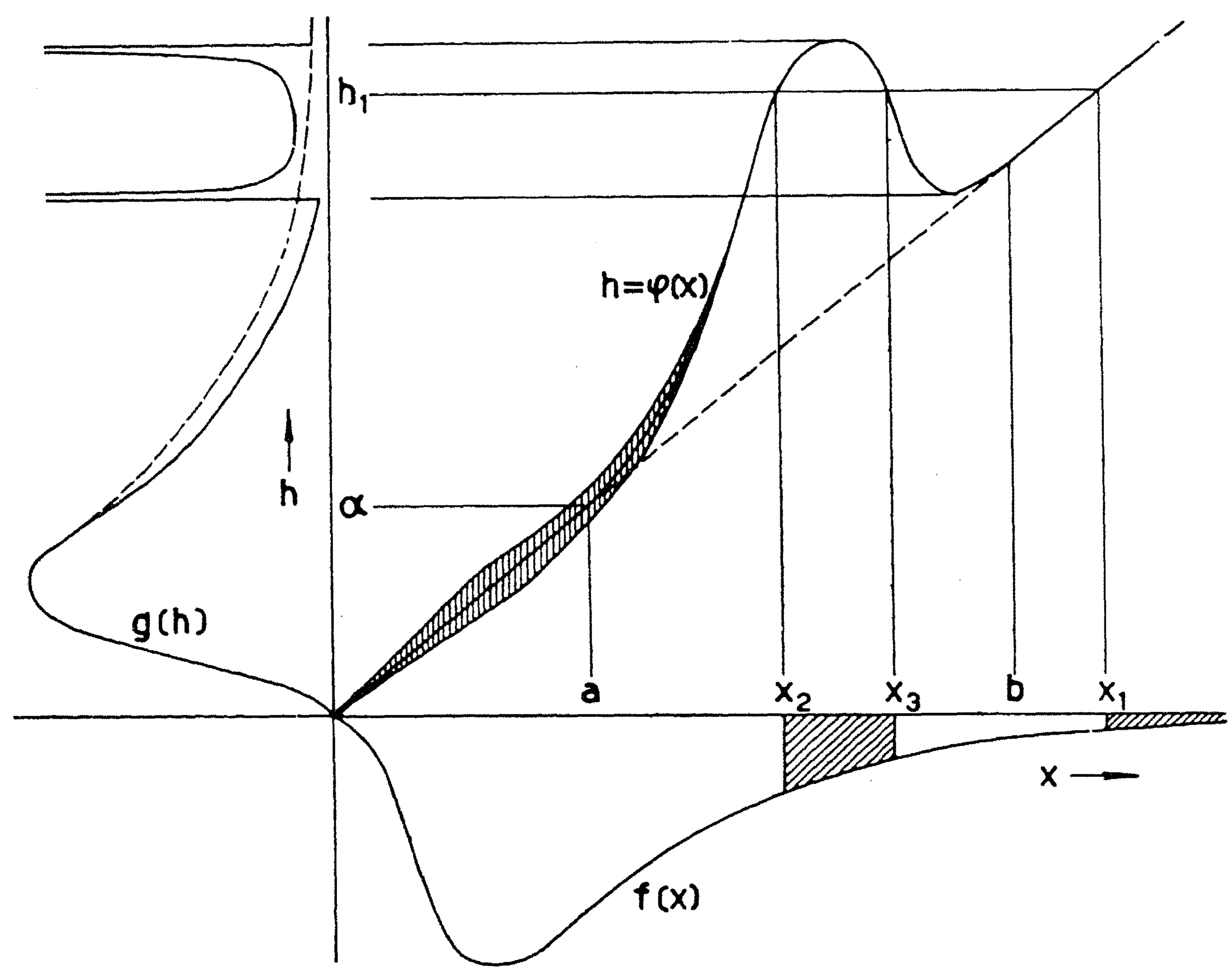

Fig. 3

denke zich de waarschijnlijkheidsverdeling van x vervangen door een massaverdeling (in de figuur is de dichtheid $f(x)$ daarvan *beneden* de x-as uitgezet) en projecteert deze massaverdeling op de kromme $h = \varphi(x)$, die h als functie van x weergeeft. Dit laatste is in de figuur schematisch aangeduid door het gedeelte met grote massadichtheid bijzonder breed te tekenen. Projecteert men vervolgens deze massa op de h-as, dan krijgt men daar de verdeling van h te zien (in de figuur links van de h-as aangegeven, gestippeld voor de lineaire afhankelijkheid, getrokken voor de hier beschouwde $h = \varphi(x)$). Beschouwt men b.v. de kans dat h groter is dan h_1. Bij de lineaire afhankelijkheid is dit de kans dat $x > x_1$ is, dus zeer klein. Thans echter komt daar de kans bij, dat x in het interval (x_2, x_3) ligt en deze kan wellicht nog allerminst verwaarloosbaar zijn. Ter wille van de duidelijkheid hebben we de kleine kans dat

$x > a$ is zeer veel vergroot, waardoor ook de overige daarbij behorende verschijnselen schromelijk overdreven voorgesteld zijn.

Indien nu alleen waterstanden tot α waargenomen zijn, overeenkomende met $x \geqq a$, zou men door rechtlijnige extrapolatie tot h_1 een véél te kleine kans vinden, dat h_1 overschreden wordt (t.w. de kans dat $x > x_1$ is in plaats van deze tezamen met de kans dat $x_2 < x < x_3$ is).

Deze afwijking wordt hier veroorzaakt door de principiële onmogelijkheid om uit de waargenomen verdeling met zekerheid de „ware verdeling" te kennen.

Naast afwijkingen als zojuist genoemd, is het ook mogelijk dat in de toekomst afwijkingen zullen optreden, doordat de „ware verdeling" niet constant is in de tijd.

Bij ons probleem is het bij voorbeeld denkbaar, dat kleine temperatuurveranderingen door het afsmelten van de poolkappen de depressiebanen vrij aanzienlijk zouden doen verschuiven, waardoor de verdeling der hoogwaterstanden zou veranderen. Hiervan weten wij echter *niets* en wij kunnen dit ook niet toetsen, daar gegevens over depressiebanen slechts bekend zijn over de laatste decenniën, terwijl deze gegevens bovendien nog hoogst onvolledig zijn.

Het is van het grootste gewicht dat het wetenschappelijk onderzoek over deze en dergelijke onderwerpen met kracht wordt voortgezet, zowel op oceanografisch en meteorologisch als op statistisch en toegepast wiskundig gebied. Wanneer milliarden voor dijkbouw worden uitgetrokken, is het zeker verantwoord, dat een fractie hiervan aan ter zake dienend wetenschappelijk onderzoek wordt besteed.

In de 18e en 19e eeuw was het steeds terugkerend voorbeeld van een volmaakt onvoorspelbare grootheid het weer van morgen; nu is het, dank zij wetenschappelijk onderzoek, redelijk wel voorspelbaar en het zou vrijwel vaststaan, indien over meer gegevens beschikt kon worden. Het is mijn stellige overtuiging dat, lang vóór de nu te bouwen dijken tengevolge van de relatieve bodemdaling weer in zee verzonken zijn, de banen en het verloop van depressies en daarmee de waterstanden voldoende nauwkeurig bekend zullen zijn, opdat een overstroming van de dijken een jaar van te voren even nauwkeurig te voorspellen is als thans de hagelbui van morgen.

4. Het ekonometrisch decisieprobleem

Zover zijn wij echter nu nog niet en het beste, dat we uit ekonomisch oogpunt kunnen doen, is het probleem van de dijkhoogten als een *ekonometrisch decisieprobleem* te behandelen. Er is wel eens gezegd, dat, als men niet „ekonomisch" redeneerde en maar genoeg geld daartoe besteedde, absolute veiligheid te bereiken zou zijn. Dit is onzin. Er is geen ergste storm; er is geen hoogste stand. Natuurlijk: de hoeveelheid water op aarde is eindig, maar practisch heeft het verschil tussen „eindig" en „oneindig" hier geen betekenis: als al het poolijs zou smelten, zou volgens Prof. Kuenen de gemiddelde zeespiegel 40 m stijgen, zodat we dan het dijken bouwen wel zouden kunnen laten. Er is dus wèl een ekonomisch probleem, waarbij in hoofdzaak de volgende drie factoren [1]) een rol spelen:

1) Het geld, dat nu nodig is om de dijken te verhogen;
2) De schadeverwachting na deze dijkverhoging tengevolge van de overgebleven kans op overstroming;
3) De blijvende kosten van reparatie aan de dijken en de periodieke of continue verhoging ervan om de invloed van inklinking, bodemdaling en zeespiegelrijzing tegen te gaan.

Men zou de dijkhoogte zo kunnen bepalen, dat de som van verdisconteerde schadeverwachting en totale dijkbouwkosten minimaal is. De procedure wordt dan beschouwd als een soort „verzekering" tegen stormrampschade en de verdisconteerde schadeverwachting komt dan met de premiereserve overeen. Dit laatste is echter niet mogelijk, aangezien men de premiereserve voor schaden van de omvang van een overstromingsramp niet voldoende liquide kan beleggen. De beste „belegging" ware daarom een belegging in dijkbouw. Om een bepaald decisieprobleem te krijgen kan men dan als volgt redeneren.

Laten we, de werkelijk te volgen financieringswijze buiten beschouwing latende, om de gedachten te bepalen onderstellen, dat daartoe een lening gesloten wordt. Op deze lening moet aflossing en rente worden betaald en daarnaast blijft een zekere schadeverwachting bestaan. Men stelt nu de volgende eisen:

a) De lasten, dus rente + aflossing + schadeverwachting + dijkherstel, worden zo gelijk mogelijk over de opeenvolgende generaties verdeeld;
b) De grootte van de dijkverhoging kieze men zodanig, dat de totale lasten minimaal zijn.

Men krijgt dan een bepaald decisieprobleem, dat mathematisch bezien, eenvoudig op te lossen is.

---

[1]) Er is hierbij alleen gedacht aan materiële waarden. Ideële waarden als mensenlevens en cultuurschatten zijn buiten beschouwing gebleven. Dit is eveneens het geval met de vraag, wat men anders met het te investeren geld gedaan zou hebben.

De moeilijkheid van dit probleem ligt echter daarin, dat over de onder *a*) genoemde factoren niet voldoende gegevens bekend zijn.

Vooral de ekonomische constanten zijn slechts onnauwkeurig bekend: hoe groot is de schade bij een bepaalde overstroming, hoe groot is de waardevermeerdering per eeuw van de opstallen in het bedreigde gebied, wat is bekend omtrent seculaire waardeverandering van het geld? Over deze vragen, die voornamelijk tot het terrein van het C.B.S. behoren, is nog veel onderzoek te verrichten en het zal dan ook nodig zijn, dat ook dit bureau in de gelegenheid gesteld zal worden over de hier benodigde grootheden nauwkeuriger gegevens te verkrijgen dan thans beschikbaar zijn.

Ter geruststelling van de medewerkers aan het C.B.S. kan gezegd worden, dat niet alleen hun gegevens de moeilijkheden veroorzaken. Ook over natuurkundige factoren als bodemdaling en zeespiegelrijzing zijn slechts weinig betrouwbare gegevens bekend.

Redenerend volgens zijn wetenschappelijk geweten kan de statisticus nu weer niets zeggen; laat hij echter zijn sociaal verantwoordelijkheidsgevoel spreken, dan zal hij zich door ter zake kundigen redelijke intervalschattingen laten opgeven voor de constanten, welke in de formules optreden, die de invloeden van de genoemde factoren aangeven. Door gebruik te maken van de zogenaamde ,,minimaxmethode'' kan hij dan rekening houden met de ongunstigste waarden, welke de constante binnen die schattingen kunnen aannemen en daarop zijn conclusies baseren. Hij kan echter weer geen *zekerheid* verkrijgen dat de omstandigheden, die met deze waarden van de constanten overeenkomen, werkelijk de ongunstigst mogelijke zullen zijn.

5. De seculaire bodemdaling

Volgens hetgeen Prof. Vening Meinesz[1]) onlangs heeft gezegd is de bodemdaling in onze omgeving bijna afgelopen. De ijsmassa, die zich in de ijstijd boven de Botnische Golf heeft gevormd en door zijn gewicht een indeuking in de vaste aardkorst veroorzaakt heeft, is later (in ongeveer 5000 jaar) afgesmolten. Tengevolge van het ,,plotseling'' verdwijnen van deze belasting richt de bodem zich ter plaatse weer op. De deuk in de aarde wordt dus minder diep, maar zij breidt zich tegelijkertijd uit, waardoor in onze omgeving de bodem daalt. Dit doen we al sinds 7700 v. C.; vanaf dat moment zijn we ongeveer 100 m gedaald. Volgens deze berekeningen zouden we nog ongeveer 3,80 m dalen, waarbij het diepste punt reeds omstreeks het jaar

---

[1]) F. A. Vening Meinesz (1954), Earth-crust movements in the Netherlands, resulting from Fennoscandian postglacial isostatic readjustment and Alpine foreland rising, Proceedings van de Kon. Ned. Al. van Wetenschappen 57 (1954), Serie B, p. 142—155.

6800 n. C. bereikt wordt. Misschien iets eerder (en iets minder), omdat er ook een compenserende bodemstijging bestaat. De zeespiegelrijzing wordt veroorzaakt door afsmelten van de poolkappen. Ook dit is een effect, dat vermoedelijk niet blijft doorgaan. De poolkap wordt, globaal gezegd, periodiek wat groter en wat kleiner en de tegenwoordige afsmelting gaat, eveneens volgens Prof. Vening Meinesz, hoogstens nog een jaar of 500 door. Dus daarover behoeven we ons niet al te bezorgd te maken. Deze berekeningen over bodemdaling en zeespiegelrijzing zijn allerminst zeker; zij vallen echter buiten de verantwoordelijkheid van de statisticus.