STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

ZD 6

Strengheid en inzicht

P.G.J.Vredenduin.

1952

Printed at the Mathematical Centre, 49, 2e Boerhaavestraat, Amsterdam.

The Mathematical Centre, founded the 11-th of February 1946, is a non-profit institution aiming at the promotion of pure mathematics and its applications. It is sponsored by the Netherlands Government through the Netherlands Organization for the Advancement of Pure Research (Z.W.O), by the Municipality of Amsterdam, by the University of Amsterdam, by the Free University at Amsterdam, and by industries.

Voordracht door Dr P.G.J. Vredenduin
op 5 Maart 1952
over

<u>Strengheid en inzicht.</u>

De leerling dient een helder inzicht te krijgen in de mathematische methode en moet de eis tot strengheid dus leren begrijpen. Een te ver doorgevoerde strenge behandeling kan echter nadelig werken op het inzicht. Soms dienen begrippen wel streng ingevoerd te worden, doch niet op overeenkomstige strenge wijze gehanteerd te worden(voorb. limietbegrip, exponentiële functie).

Sommige onderwerpen laten geen strenge behandeling toe, maar zijn van zo vitaal belang, dat met een minder strenge behandeling gaarne genoegen genomen wordt (voorb. differentiaal- en integraalrekening). Indien de behandeling van een onderwerp gepaard gaat met het uitvoeren van ongeoorloofde gedachtesprongen en het onderwerp uit de samenhang van de te doceren stof zonder schade gemist kan worden, verdient het sterk aanbeveling behandeling achterwege te laten. Een dergelijke uitwas van het gebruikelijke programma wordt gevormd door de reststelling (in zijn algemene vorm) en de toepassingen daarvan.

Een bewerking, die door leerlingen vaak mechanisch uitgevoerd, doch zelden begrepen wordt, is het elimineren.

De wetenschappelijke definitie: $h(x) = 0$ ontstaat door eliminatie van y uit $f(x,y) = 0$ en $g(x,y) = 0$ betekent, dat $h(x) = 0$ de noodzakelijke en voldoende voorwaarde is voor het bestaan van een gemeenschappelijke oplossing van $f(x,y) = 0$ en $g(x,y) = 0$, - is voor schoolgebruik waardeloos.

Didactisch beter verantwoord is de definitie: $h(x) = 0$ is het eliminatieresultaat wil zeggen, dat $h(x) = 0$ en $f(x,y) = 0$ (of $g(x,y) = 0$) gelijkwaardig is met $f(x,y) = 0$ en $g(x,y) = 0$.

Het verdient dan ook aanbeveling bij een eerste kennismaking met de eliminatie niet de methode van optellen en aftrekken te behandelen, doch y op te lossen uit de ene vergelijking en het resultaat te substitueren in de andere.

De wetenschappelijke definitie en de voorgestelde schooldefinitie zijn geenszins gelijkwaardig. Integendeel, er zijn zowel gevallen, die conform de eerste en in strijd met de tweede definitie zijn, als omgekeerd.

In de analytische definitie zou de wetenschappelijke definitie zuiverder resultaten leveren. Toch verdient ook daar vanuit didactisch gezichtspunt de schooldefinitie de voorkeur.

Van het grootste belang is, dat de leerling een juist inzicht krijgt in het begrip gelijkwaardigheid. Als voorbeelden zullen worden behandeld:

1. welke betrekking bestaat er tussen a en b, als $a - x^2 = 0$ en $b - x^3 = 0$,

2. voor welke waarde van a is $x^2 + 1 = ax + 2$,

3. als ${}^4\log (a - 5)$ bestaat, dan is

$$ {}^4\log (a - 5) < \frac{{}^4\log (a - 3)^2 + {}^2\log (a + 1)}{2}, $$

4. geldt in elke driehoek $\sin 2\alpha < 2 \sin \beta \cos \alpha + 2 \sin \gamma \cos \alpha$?