STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

ZW 1958 - 017

Brief aan Prof.dr. W.T. Koiter

7 november 1958

1958

7 november 1958

Intern rapport ZW 1958-017

De Hooggeleerde Heer
Prof. Dr W.T. Koiter,
Rotterdamse weg 131,
Delft.

AHML/FF

Beste Koiter,

Volgens afspraak heb ik je artikel op zaterdag 25 oktober aangeboden voor de Proceedings. Het kopie-exemplaar heb ik meegenomen ter bestudering. De heer Levelt heeft het stuk gelezen en had evenmin als ik enig bezwaar tegen de paragrafen 1 tot en met 4. Een kleine uitzondering maakt hij voor de laatste alinea op bladzijde 7, waar de formules (8) en (9) worden toegepast. Het betreft hier echter een toepassing op een geval, waarbij de Höldereigenschap niet is verondersteld, zodat het strikt genomen niet mogelijk is om (8) en (9) toe te passen, daar die formules dan niet gelden. Nu is in het voorafgaande wel iets betoogd over de kwestie dat in dat geval de "verschilformule" wel blijft gelden, en die is het die in feite wordt toegepast. Met een ~~kleine~~ verwijzing naar die plaats in de tekst en een kleine wijziging in de formulering is die zaak dus wel in orde.

Een ernstiger moeilijkheid ~~kost~~ bevat par. 5. De quintessens van de zaak schuilt in het begrip uniforme convergentie, dat o.i. niet geheel juist wordt gehanteerd. Bij formule (23) is de argumentatie niet duidelijk. Wat wel duidelijk is, is dat als z in S_ε ligt en t op of binnen L_o, daar steeds $|z-t-\text{periode}| \geq \varepsilon r$ is, hetgeen in elk geval over dat gehele gebied uitspreekt wat in het manuscript wordt uitgesproken voor een cirkel om het punt z met straal $r(1+\varepsilon)$, namelijk dat $\zeta(z-t)$ niet singulier kan worden. Maar noch in het ene noch in het andere geval volgt daaruit o.i. onmiddellijk de uniforme convergentie in het variabelenpaar (z,t). Wel volgt onmiddellijk dat (23), zijnde de Taylorreeks om het punt z, bij vaste z uniform convergent is in de variabele t als deze laatste variabele zich beperkt tot de gesloten cirkelschijf om 0 met rand L_o. Wij twijfelen niet of het eindresultaat is bij (23) wel in orde maar er moet toch een andere redenering gevolgd worden.

Uit het bovenstaande volgt dat in elk geval formule (24) voor iedere vaste $z \in S_{\varepsilon+}$ nog juist is. Voorlopig hangt de bewering dat de reeksontwikkeling (24) uniform in z geldt op $S_{\varepsilon+}$ natuurlijk nog in de lucht, zolang hetzelfde nog niet bewezen is voor (23).

Apart zij nog opgemerkt dat een uniforme convergentie niet automatisch behoeft te volgen uit het feit dat de functie op een bepaald gebied geen singulariteiten heeft; als zulks in een bepaald geval zou gelden is zeker nadere toelichting nodig.
Neem b.v. de machtreeks $\frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$

Deze convergeert uniform op elke cirkelschijf $|z| \leq r$ $(r<1)$, doch convergeert niet uniform op de open cirkelschijf $|z|<1$, ofschoon de functie daar geen singulariteiten heeft.

Hoewel de laatste passus slaat op de argumentatie onder (23) is hij ook illustratief met betrekking tot je redenering bij (25), die thans aan de orde komt. De Laurent-ontwikkeling (25) is weliswaar uniform convergent op elke ring $\delta \leq |z| \leq 2|\omega_{min}| - \varepsilon$ met constante $\delta > 0$ en $\varepsilon > 0$, doch dit impliceert niet dat dit ook zo is op de open ring $0 < |z| < 2|\omega_{min}|$ (zie het bovengenoemde voorbeeld van de mttk. reeks, dat ook nog door geraffineerder voorbeelden kan worden vervangen, waarbij men op het eerste gezicht niet zou twijfelen aan uniforme convergentie).

Nemen wij aan dat formule (25) inderdaad de eigenschappen heeft die haar in het manuscript worden toegekend, dan nog is het Levelt en mij niet duidelijk wat er in het vervolg met die formule gebeurt. Bijvoorbeeld enkele vragen: wat wordt verstaan onder uniforme convergentie van een dubbelreeks (p.10 regel 9 v.o.)? Het "obviously" (p.10 regel 4 v.o.) is niet duidelijk. Moet op p.10 regel 5 v.o. (24) worden vervangen door (28)? De uitspraak dat de eerste integraal in (29) uniform naar nul gaat als $n \to \infty$ is wel juist, maar geen gevolg van de Riemann-Lebesgue-stelling (deze laat zich niet over uniformiteit uit). De gehele paragraaf 5 zou met weinig moeite kunnen worden gewijzigd zó, dat de onderstreepte stelling op p. 9 juist blijkt met weglating van het woord uniform. Wil men het resultaat in zijn volle omvang handhaven, dan zijn andere hulpmiddelen noodzakelijk. Levelt en van Herk hebben die zaak onderzocht en zouden wel in staat zijn een dergelijk bewijs te leveren. Er zijn dus 3 mogelijkheden:

a) Weglating van par. 5, om daar later op terug te komen, al dan niet in samenwerking met Levelt of van Herk.

b) Het in orde maken van par. 5 in de zwakke vorm, dus zonder uniformiteit.

c) Het geheel in orde maken van par. 5 in sterke vorm, alvorens het artikel gedrukt wordt.

Dit laatste zou desgewenst eventueel ook in samenwerking kunnen geschieden.

Met v. gr.

J.F.K.