STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

ZW 1959-018

Ueber imprimitive Paralleloeder,

C.G. Lekkerkerker

1959

ZW 1959 – 018 Ueber imprimitive Paralleloeder, C.G. Lekkerkerker

den 4. Mai 1959

Herrn Prof.Dr O.H. Keller,
Direktor des 1. mathematischen
Instituts,
Martin-Luther-Universität
HALLE (Saale)
Deutschland (DDR)

CGL/LN

Sehr geehrter Professor Keller,

Es sei mir erlaubt eine Bemerkung zu machen bezüglich Ihres Enzyklopädieartikel über die Geometrie der Zahlen. Sie betrifft Ihre Erläuterungen der bekannten Voronojschen Resultate auf Seite 14 und Seite 60-61. Sie schreiben auf Seite 14 dass die Frage, ob jedes imprimitive Paralleloeder als Grenzfall von primitiven Paralleloeder aufgefasst werden kann, sehr tief liegt und noch ungelöst ist, und bemerken dann, die von Hajós gelöste Minkowskische Vermutung sei ein Sonderfall dieser Frage. In der Tat hat Voronoj im ersten Teil seiner Abhandlung, der den Beweis seines Satzes über imprimitive Paralleloeder bringt, die obige Frage aufgeworfen. Im zweiten Teil kommt er nicht auf seinen Satz zurück. Und doch enthält dieser Teil die Lösung der obigen Frage. Er beweist hier dass die Pyramiden im Koeffizientenraum die den verschiedenen "Typen" positiv-definiter quadratischer Formen Ø entsprechen den Raum G der Formen Ø einfach und schlicht erfüllen. Ferner sind diese Pyramiden konvex und gehört jeder Punkt aus G zu höchstens endlich vielen Pyramiden. Daraus folgt ohne weiteres dass die genannte Frage bejahend beantwortet werden muss. Und das sagt Voronoj auch, denn er schreibt auf S. 136:

> "... chaque parallélloèdre imprimitif R correspondant à une forme quadratique positive φ peut être envisagé comme une limite des parallélloèdres primitifs".

Die gleiche Limesrelation gilt für die entsprechenden quadratischen Formen. Demzufolge können wir sagen dass nicht nur jedes primitive, sondern auch jedes imprimitive Paralleloeder die Wabenzelle einer quadratischen Form ist.

Ich verstehe nicht wie der Hajóssche Satz ein Sonderfall dieses Resultates sein könnte. Aber vielleicht ist es möglich auf eine direkte Weise die Menge derjenigen Punkten aus G, für welche die entsprechenden Paralleloeder Parallelotope sind, zu bestimmen, und zu entscheiden zu welchen Pyramiden sie gehören. Es ist nicht ausgeschlossen dass man auf diesem Wege zu einem neuen Beweis des Hajósschen Satzes gelange.

Ich kenne die Arbeit Ihres Schülers, Herrn Doktor Sachs, wovon ich ein Separatum empfangen habe und über welche ich referiert habe in den Math. Reviews. Seit der Tagung in 1957 war ich nicht mehr in Oberwolfach. Aber ich hoffe dort wiederzukommen.

Mit vorzüglicher Hochachtung und freundlichen Grüssen,

(C.G. Lekkerkerker)