

STICHTING  
MATHEMATISCH CENTRUM  
2e BOERHAAVESTRAAT 49  
AMSTERDAM

ZW 1950-022

Bespreking

On definition of topological space II

W. Peremans



1950

Bespreking van een manuscript door Kiyosi Iseki, getiteld  
 "On definition of topological space II",  
 door W. Peremans.

In het artikel wordt beschouwd een tralie ("lattice"),  
 waarin voor de elementen een afsluitingsoperatie gedefini-  
 eerd is door  $X \rightarrow \bar{X}$ , die voldoet aan de axioma's

- 1e.  $X \leq \bar{\bar{X}}$ ,
- 2e.  $X \leq Y \rightarrow \bar{X} \leq \bar{Y}$ ,
- 3e.  $\bar{\bar{X}} = \bar{X}$ .

(Zie hiervoor ook G. Birkhoff, Lattice Theory, 2nd edition,  
 blz. 49).

Het was al bekend (A. Monteiro, Portugaliae Math. 4 (1945)  
 158-160), dat de voorwaarden 1e - 3e vervangen kunnen worden  
 door één enkele voorwaarde, n.l.

$$Y \cup \bar{Y} \cup \bar{X} \leq \overline{X \cup Y}.$$

In het hier besproken artikel worden twee andere karakteri-  
 seringen in één formule gegeven, n.l.:

$$X \cup \bar{X} \leq \overline{X \cup Y} \quad (\text{theorem 1})$$

en 
$$Y \cup \bar{X} \leq \overline{X \cup Y} \quad (\text{theorem 2})$$

Het is hiervoor niet nodig om, zoals de auteur doet, aan  
 te nemen dat de verzameling een algebra van Boole is; het is  
 zelfs niet nodig te veronderstellen dat het een tralie is:  
 voldoende is een partieel geordend systeem waarin alle paren  
 elementen  $X, Y$  een kleinste bovengrens  $X \cup Y$  bezitten.

In theorem 3 en theorem 4 (ook theorem 3 genoemd) be-  
 schouwt de auteur andere operaties, die de afsluitingsopera-  
 tie kunnen vervangen en bewijst daarvoor geheel analoge  
 formules opnieuw. Het is echter niet nodig dit opnieuw te  
 doen, daar de nieuwe operaties met behulp van de afsluitings-  
 operatie gedefinieerd kunnen worden en stellingen 3 en 4 dan  
 onmiddellijk uit stellingen 1 en 2 volgen.

Daartoe definiërenmen

$I(X) = \bar{\bar{X}}$  ( $\bar{X} = I(X')$ ), waarin  $X'$  het complement van  $X$  is,  
 voor zijn "interior operation"  
 en  $E(X) = \bar{X}$  ( $\bar{X} = E(X')$ ) voor zijn exterior operation  
 en ziet direct, dat de overeenkomstige axioma's uit  
 elkaar volgen.

Het enige essentiële resultaat van het artikel is dus  
 stelling 1, welke in drie regels bewezen kan worden.