Centrum voor Wiskunde en Informatica
Centre for Mathematics and Computer Science

J.M. Anthonisse

Evenredige vertegenwoordiging in het kader van gemeenschappelijke regelingen

Afdeling Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie Notitie OS-N8401 Juni

The Centre for Mathematics and Computer Science is a research institute of the Stichting Mathematisch Centrum, which was founded on February 11, 1946, as a nonprofit institution aiming at the promotion of mathematics, computer science, and their applications. It is sponsored by the Dutch Government through the Netherlands Organization for the Advancement of Pure Research (Z.W.O.).

EVENREDIGE VERTEGENWOORDIGING IN HET KADER VAN GEMEENSCHAPPELIJKE REGELINGEN

J.M. ANTHONISSE

Centrum voor Wiskunde en Informatica, Amsterdam

In het kader van een gemeenschappelijke regeling tussen gemeenten kan het gewenst zijn dat de samenstelling van het algemeen bestuur een afspiegeling is van de politieke verhoudingen in het samenwerkingsgebied. Zo'n politieke zetelverdeling dient dan te passen bij de zetelverdeling over de gemeenten die in de regeling is vastgelegd. Verder kan het gewenst zijn dat de benoemingen per gemeente aansluiten bij de politieke verhoudingen in de gemeente en dat er per politieke groepering sprake is van voldoende spreiding over de gemeenten.
Er wordt een methode voorgesteld waarmee de beoogde evenredige verdeling van zetels kan worden berekend. De methode bouwt voort op de gebruikelijke methoden ter verdeling van zetels. Het resultaat van de berekeningen kan worden gebruikt als grondslag ter coordinatie van de benoemingen vanuit de gemeenteraden.

1980 MATHEMATICS SUBJECT CLASSIFICATION: 90B10, 90C50.
TREFWOORDEN: evenredige vertegenwoordiging.

Notitie OS-N8401
Centrum voor Wiskunde en Informatica
Postbus 4079, 1009 AB Amsterdam

0. INLEIDING

Deze notitie heeft betrekking op de situatie dat, in het kader van een gemeenschappelijke regeling, de leden van het algemeen bestuur door de aan de regeling deelnemende gemeenteraden worden benoemd en dat er naar wordt gestreefd om de politieke samenstelling van het algemeen bestuur een afspiegeling te laten zijn van de politieke verhoudingen in het samenwerkingsgebied.
Dat streven kan zich ook voordoen bij het benoemen van leden van een gemeenschappelijk orgaan of van een adviescommissie. Als gemeenschappelijke aanduiding zal hier de term algemeen bestuur (AB) worden gebruikt.

De ontwerp-Wet Gemeenschappelijke Regelingen bevat in artikel 9 een aantal bepalingen over de samenstelling van het AB. Conform dit artikel zal de gemeenschappelijke regeling aangeven hoeveel leden door elk van de gemeenteraden worden benoemd. Doorgaans zal deze geografische zetelverdeling afhankelijk zijn van de aard van het belang c.q. de belangen ter behartiging waarvan de regeling wordt getroffen en van de mate waarin de diverse gemeenten daar belang bij hebben. Het resultaat kan zijn dat door elke raad één lid wordt benoemd of dat het aantal te benoemen leden evenredig is aan een of andere maatstaf zoals het aantal inwoners van de gemeente of het aantal leden van de raad. Omdat de leden van het algemeen bestuur door en uit de deelnemende gemeenteraden worden benoemd heeft het AB niet alleen een geografische maar ook een politieke samenstelling. Het wetsontwerp zwijgt over deze politieke samenstelling. In de memorie van toelichting zijn er wel enkele passages aan gewijd. Daaruit blijkt dat het aan het oordeel van de gemeenteraden wordt overgelaten of, en zo ja op welke wijze, bij de samenstelling van het AB rekening zou kunnen en moeten worden gehouden met de politieke verhoudingen in de raden. Het wordt denkbaar genoemd dat de raden reeds aanstonds bij het treffen van de regeling bepalingen hieromtrent vaststellen, danwel bij de aanwijzing van hun vertegenwoordigers een bepaalde gedragslijn volgen. De vrees van sommigen voor een te eenzijdige politieke samenstelling van besturen van samenwerkingsverbanden wordt niet gedeeld. Gesteld wordt dat de praktijk reeds verschillende methoden te zien geeft om tot een politiek evenwichtige samenstelling te komen en het vertrouwen wordt uitgesproken dat deze lijn zal worden doorgetrokken.

Helaas kunnen de bedoelde methoden hier niet worden besproken omdat bij navraag bleek dat niet meer viel te achterhalen op welke praktijkervaringen de betreffende passage in de memorie van toelichting was gebaseerd. Een langs andere wegen uitgevoerd onderzoekje leverde één regeling op waarin een methode ter bepaling van de politieke zetelverdeling in het AB is opgenomen. De Twentse gewestraad werd via verkiezingen samengesteld, met de gemeenteraadsleden als kiezers. Deze methode zou strijdig zijn met artikel 9 van het wetsontwerp.
Het *streven* naar een politiek evenwichtige samenstelling wordt wel in enkele andere regelingen genoemd.

Blijkens de memorie van toelichting staat het de gemeenteraden dus vrij om, desgewenst, bepalingen vast te stellen over de wijze waarop bij de samenstelling van het AB rekening zou moeten worden gehouden met de politieke verhoudingen in de gemeenteraden.
Het antwoord op de vraag of het wenselijk is om dergelijke bepalingen vast te stellen zal weer afhankelijk zijn van de aard en de omvang van de belangen ter behartiging waarvan de regeling wordt getroffen. Naarmate de belangen politiek zwaarder wegen zullen de plaatselijke politici meer behoefte voelen aan een politiek evenwichtig samengesteld AB.

Als het gewenst is om het AB politiek evenwichtig samen te stellen dan doet zich de vraag voor op welke wijze die evenwichtige samenstelling kan worden gevonden. In deze notitie wordt een methode voorgesteld waarmee de zetels in het AB over de gemeenteraadsfracties kunnen worden verdeeld, en wel zodanig dat elke gemeente en elke politieke groepering het juiste aantal zetels krijgt toegewezen. Binnen deze randvoorwaarden wordt er voor gezorgd dat de benoemingen per gemeente aansluiten bij de politieke verhoudingen in de gemeente en dat er per politieke groepering sprake is van voldoende spreiding over de gemeenten. Het gaat bij deze methode om de aantallen zetels. De keus van de personen blijft buiten beschouwing.

Om duidelijk te maken dat de methode voortbouwt op de gebruikelijke methoden ter verdeling van zetels wordt in paragraaf 1 beschreven hoe die methoden gerelateerd zijn aan wiskundige optimaliseringsproblemen. In paragraaf 2.1 wordt het optimaliseringsprobleem beschreven dat moet worden opgelost om de beoogde evenredige zetelverdeling te vinden. Ter voorbereiding hiervan moet een ander optimaliseringsprobleem worden opgelost.

Doorgaans komt dit echter neer op het toepassen van een van de gebruikelijke methoden van zetelverdeling. Dit wordt in paragraaf 2.2 beschreven. In paragraaf 2.3 worden enkele varianten van de methode besproken. Paragraaf 3 tenslotte beschrijft het gebruik van de methode en gaat daarnaast in op enkele verwante problemen.

1. EVENREDIGE VERTEGENWOORDIGING ALS OPTIMALISERINGSPROBLEEM

Bij evenredige vertegenwoordiging gaat het er om de zetels in een vertegenwoordigend orgaan naar rato van de aantallen verkregen stemmen over de partijen te verdelen.
Op grond van de stembusuitslag kan een exacte (theoretische) verdeling worden berekend. Stel dat er s_p geldige stemmen op partij p zijn uitgebracht. Het totaal aantal geldige stemmen is dan $S = \sum_p s_p$. Als er Z zetels te verdelen zijn wijst de exacte verdeling $e_p = Z \times s_p/S$ zetels aan partij p toe. Het probleem is dat de e_p in het algemeen gebroken getallen zijn, terwijl een geheel aantal zetels aan elke partij moet worden toegewezen. Als nu z_p het gehele aantal zetels voor partij p is dan moet dus gelden dat $\sum_p z_p = Z$. Omdat ook $\sum_p e_p = Z$ zal voor sommige p gelden dat $z_p > e_p$ en voor andere dat $z_p < e_p$. Dit is het bekende verschijnsel dat sommige partijen wel een restzetel krijgen en andere niet.

In het kader van de nagestreefde evenredigheid van vertegenwoordiging wordt getracht de z_p zo goed mogelijk bij de e_p te laten aansluiten.
De verschillende methoden van zetelverdeling onderscheiden zich daarbij naar de maat waarmee de afwijkingen tussen de z_p en de e_p worden gemeten.
Te Riele (1978) heeft beschreven hoe zeven methoden ter verdeling van zetels kunnen worden opgevat als methoden voor het oplossen van het optimaliseringsprobleem:

$$\text{minimaliseer} \quad \sum_p f(e_p, z_p)$$

onder de voorwaarden

$$\sum_p z_p = Z$$

en alle z_p geheel en niet-negatief.

In dit probleem is $f(e_p,z_p)$ de maat waarmee de afwijking tussen z_p en e_p wordt gemeten, te interpreteren als een boete op de afwijking tussen z_p en e_p. De z_p moeten zodanig worden gekozen dat de som van die boetes minimaal is. Daarbij dienen de z_p gehele en niet-negatieve getallen te zijn die opgeteld precies Z opleveren.

De methode van de grootste overschotten (Roget, Hamilton) blijkt te corresponderen met $f(e_p,z_p) = |e_p - z_p|$.
De boete is hier het absolute verschil tussen e_p en z_p. Deze methode is zeer eenvoudig, maar toch verwerpelijk omdat hij onder meer lijdt aan de Alabama-paradox: het kan voorkomen dat, bij gelijkblijvende procentuele verdeling van de stemmen, een partij minder zetels krijgt als er meer te verdelen zijn.

De methode van de grootste gemiddelden (D'Hondt, Hagenbach-Bischoff, Jefferson) correspondeert met $f(e_p,z_p) = (z_p-(e_p-\frac{1}{2}))^2/e_p$, waarbij de boete kwadratisch toeneemt met het verschil tussen z_p en $e_p-\frac{1}{2}$. Niet de afwijking van e_p maar die van $e_p-\frac{1}{2}$ is bepalend, de methode is dus geneigd om e_p naar beneden af te ronden. De noemer e_p in deze functie zorgt er voor dat dezelfde absolute afwijking bij een grote partij minder zwaar telt dan bij een kleine partij. Deze methode bevoordeelt, zoals bekend, grote partijen.

Gezien de ruime keus aan methoden voor zetelverdeling doet de vraag zich voor welke methode te prefereren zou zijn. Balinski en Young (1982) noemen een aantal plausibele eisen waaraan de ideale methode zou moeten voldoen. Zij tonen aan dat geen methode bestaat die aan alle eisen voldoet.

Zij maken aannemelijk dat de methode van Webster veelal de beste benadering van het ideaal is. De methode van Webster correspondeert met $f(e_p,z_p) = (z_p-e_p)^2/e_p$. Deze methode is beschreven door Lisman (1973). De methode komt er op neer dat de e_p eerst worden afgerond op het naastbijgelegen gehele getal. Als blijkt dat zodoende meer (resp.minder) dan het beschikbare aantal van Z zetels is toegewezen dan worden nieuwe e_p berekend met een wat grotere (resp. kleinere) waarde voor S: $e_p' = Z \times s_p/(S+c)$ waarin c de correctie op S is. Het is niet moeilijk om een waarde voor c te vinden die zodanige e_p oplevert dat na afronding precies het juiste aantal zetels is toegewezen.

Bij elke methode zijn situaties denkbaar die een loting noodzakelijk maken. Het valt echter buiten het bestek van deze notitie om daar op in te gaan.

Ook de problematiek van kiesdrempels blijft hier buiten beschouwing. De methoden voor evenredige verdeling kunnen ook worden gebruikt als in het kader van een samenwerkingsverband zetels of stemrecht over de participanten worden verdeeld. Dat gaat dan bijvoorbeeld naar rato van het aantal inwoners van gemeenten, of naar het (financieel) belang dat elke participant bij de samenwerking heeft. Hierbij kan het omgekeerde van kiesdrempels optreden. Soms is het gewenst dat elke participant minstens één zetel krijgt en dat overigens een methode van evenredigheid wordt gehanteerd. Dit is in het optimaliseringsprobleem te verwerken door toevoeging van de extra voorwaarden

$$z_p \geq 1 \qquad (p = 1,2,\ldots)$$

waarbij p de aanduiding van een participant is.

2. HET ALGEMEEN BESTUUR

In het nu volgende worden de termen 'partij' en 'fractie' in een betekenis gebruikt die iets van de gebruikelijke afwijkt. Een partij bestaat uit alle gemeenteraadsleden die te kennen hebben gegeven dat zij, ter verdeling van de zetels in het AB, als één groepering willen worden beschouwd. Een partij kan dus raadsleden uit verschillende gemeenten omvatten en leden van verschillende lijsten uit dezelfde gemeente. Doorgaans zullen leden van dezelfde lijst ook wel tot dezelfde groepering willen behoren.
Een fractie bestaat dan uit de leden van een gemeenteraad die in dit verband tot dezelfde partij behoren.
Elk lid van het AB is afkomstig uit een bepaalde gemeente en behoort tot een bepaalde partij. Als z_{gp} het aantal leden is dat uit gemeente g komt en tot partij p behoort, dan zijn er in totaal

$$a_g = \sum_p z_{gp}$$

leden uit gemeente g en in totaal

$$b_p = \sum_g z_{gp}$$

leden die tot partij p behoren. Uiteraard geldt dat

$$\sum_g a_g = \sum_p b_p = Z,$$

waarin Z het aantal zetels in het AB aangeeft. Omdat de leden van het AB door en uit de gemeenteraden worden benoemd moet steeds gelden dat

$$z_{gp} \leq t_{gp}$$

waarin t_{gp} het aantal tot partij p behorende leden van de gemeenteraad van g is.

In deze notitie wordt een objectieve methode gegeven ter bepaling van de b_p de z_{gp}.

Dit gebeurt op basis van de gegeven getallen a_g en t_{gp}. De b_p volgen uit de groeperingen die ter verdeling van de zetels worden gevormd. In de nu volgende beschrijving wordt een boetefunctie $f(\cdot,\cdot)$ gebruikt. Daarvoor kan elke functie worden gekozen die met een methode van evenredige zetelverdeling correspondeert.

2.1. Praktische aanpak

Een voor de hand liggende aanpak ter verdeling van de zetels in het AB bestaat uit de volgende drie stappen.

1. Stel vast hoeveel zetels elke gemeente zal krijgen. Dit volgt direct uit de gemeenschappelijke regeling.
2. Bepaal hoeveel zetels elke partij zal krijgen. Daartoe wordt het totaal aantal zetels evenredig over de partijen verdeeld, bijvoorbeeld naar rato van het totaal aantal gemeenteraadszetels per partij.
3. Verdeel de zetels zo goed mogelijk evenredig aan de fractiegrootte over de gemeenteraadsfracties, maar wel zodanig dat aan elke gemeente en aan elke partij het juiste aantal wordt toegewezen.

De berekeningen in de eerste stap kunnen erg eenvoudig zijn, bijvoorbeeld als elke raad precies één lid van het AB moet benoemen. Het kan echter ook zijn dat een methode van evenredige zetelverdeling moet worden toegepast.

De berekeningen in de tweede stap bestaan uit het toepassen van een van de methoden van evenredige zetelverdeling.
De berekeningen in de derde stap komen neer op het oplossen van een ander optimaliseringsprobleem. De totale boete wegens afwijking van de exacte evenredige verdeling moet worden geminimaliseerd onder de randvoorwaarden dat elke raad en elke partij het juiste aantal zetels krijgt en dat elke fractie hoogstens zoveel zetels in het AB krijgt toegewezen als het aantal leden van die gemeenteraadsfractie. In formules luidt dit optimaliseringsprobleem:

$$\text{minimaliseer} \quad \sum_g \sum_p f(e_{gp}, z_{gp})$$

$$\text{onder de voorwaarden} \quad \sum_p z_{gp} = a_g \qquad (g = 1,2,\ldots)$$

$$\sum_g z_{gp} = b_p \qquad (p = 1,2,\ldots)$$

$$z_{gp} \leq t_{gp}$$

en alle z_{gp} geheel en niet-negatief.
Hierin is e_{gp} een exacte verdeling van de Z zetels in het AB, bijvoorbeeld $e_{gp} = Z*t_{gp}/T$, met T het totaal aantal gemeenteraadszetels. De grootheid a_g is het in de eerste stap vastgestelde aantal zetels voor gemeente g en b_p is het in de tweede stap vastgestelde aantal zetels voor partij p. De grootte van de fractie van partij p in de gemeenteraad van g is t_{gp}.

Het optimaliseringsprobleem kan worden beschouwd als het bepalen van een optimale stroom in een netwerk. Voor zulke problemen zijn snelle wiskundige technieken en computerprogramma's beschikbaar. In principe kan zo'n techniek ook met pen en papier worden toegepast. In de praktijk kan met een eenvoudige zakrekenmachine en enig doorzettingsvermogen een niet al te groot probleeem worden opgelost. Ter illustratie volgt nu een praktijkvoorbeeld. In aansluiting op die praktijk wordt de methode van de grootste overschotten gebruikt. De boete is dus het absolute verschil tussen e_{gp} en z_{gp}.
Het optimaliseringsprobleem wordt in twee stappen opgelost.
Eerst wordt een zetelverdeling opgesteld die aan de randvoorwaarden voldoet. Daarna wordt de verdeling verbeterd door zetels zodanig te verschuiven dat verdeling aan de randvoorwaarden voldoet en een lagere boete geeft. Dit wordt herhaald tot geen verbetering meer mogelijk is.
Tabel 1 geeft de samenstelling van 9 gemeenteraden, er zijn 13 partijen.

	p= 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	c_g	a_g
g= 1	13				10	7	2	3	1	1				37	9
2	9			7		3	1	3						23	6
3	8		7			4	1	1	2					23	6
4	5				3	2	2					3		15	4
5	6				3						2	1	3	15	4
6	4			4		3	2							13	3
7	11				3	2	1							17	4
8	4	3				4								11	3
9	5		4			4	2	2						17	4
r_p	65	3	11	11	19	29	11	9	3	1	2	4	3	171	
b_p	16	1	3	3	5	7	3	2	1	0	0	1	1		43

Tabel 1: Samenstelling van 9 gemeenteraden

Kolom c_g geeft de aantallen leden van de gemeenteraden. Volgens de regeling benoemt elke raad een kwart van het eigen aantal leden, afgerond naar het naastbijgelegen gehele aantal. Die aantallen staan in kolom a_g. Het AB telt dus 43 zetels. Rij r_p van de tabel geeft per partij het totaal aantal gemeenteraadsleden. Rij b_p bevat de verdeling van de zetels in het AB over de partijen. Deze is gevonden door de 43 zetels met behulp van de methode van de grootste overschotten evenredig aan de r_p te verdelen.
Tabel 2 geeft de exacte verdeling van de zetels over de gemeenteraadsfracties.

fractie grootte	frequentie	e_{gp}
13	1	3.269
11	1	2.766
10	1	2.515
9	1	2.263
8	1	2.012
7	3	1.760
6	1	1.509
5	2	1.257
4	7	1.006
3	10	0.754
2	9	0.503
1	7	0.251

Tabel 2: Exacte zetelverdeling over gemeenteraadsfracties.

Met behulp van tabel 1 is het niet moeilijk om een zetelverdeling te vinden die aan de randvoorwaarden voldoet. Daarbij kan al enigzins rekening worden gehouden met de e_{gp} door aan de fracties waarvoor e_{gp} nagenoeg een geheel getal is bij voorkeur dat aantal zetels te geven. Tabel 3 geeft een verdeling die op deze wijze is gevonden. Nu moet worden getracht om deze te verbeteren.

	p= 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	a_g
g= 1	3				3	2	1	0^+	0	0				9
2	2			2		1	0	1						6
3	2		2			1	0	0	1					6
4	1				1	0^+	1					1		4
5	2				1						0^+	0	1	4
6	1			1		1	0^+							3
7	3				0^+	0^+	1^-							4
8	1	1				1								3
9	1		1			1	0^+	1						4
b_p	16	1	3	3	5	7	3	2	1	0	0	1	1	43

Tabel 3: Eerste zetelverdeling.

In de tabel is door een + resp. een - aangegeven bij welke fracties de bijdrage aan de boetefunctie zou dalen door er een zetel méér resp. minder aan toe te wijzen. In gemeente 1 heeft partij 8 geen zetel gekregen. Omdat $e_{1,8}$ = 0.754 is de bijdrage aan de boete dus 0.754. Zou aan die fractie wel een zetel worden toegewezen, dan werd de bijdrage 1.000-0.754 = 0.246, dus 0.754-0.246 = 0.508 minder dan bij deze toewijzing. Dezelfde verbetering zou worden verkregen door in gemeente 7 aan partij 5 een zetel toe te wijzen. Voor elk van de fracties (4,6), (5,11), (6,7), (7,6) en (9,7), waarbij het eerste getal de gemeente en het tweed de partij aangeeft, leidt toewijzing van een zetel tot een verbetering ad 0.503-0.497 = 0.006. Het ongedaan maken van de toewijzing aan (7,7) zou een verbetering ad 0.749-0.251 = 0.498 opleveren. Als die zetel aan partij 5 wordt gegeven, dus van (7,7) naar (7,5) verschuift, dan leidt dat tot een verbetering ad 0.498+0.508 = 1.006. Nu moet partij 5 in een andere gemeente een zetel minder krijgen toegewezen. Dat kan door in gemeente 1 een zetel van (1,5) naar (1,8) te verschuiven. In (1,5) stijgt de boete dan met 0.515-0.485 = 0.030 en in (1,8) daalt de boete met 0.508, samen dus een verbetering ad 0.478. Nu moet partij 8 in een andere gemeente een zetel inleveren. De zetel in gemeente 9 kan daar aan partij 7 worden gegeven. In (9,8) stijgt de boete met 0.006, in (9,7) daalt de boete met 0.006. Door deze verschuiving in gemeente 9 wordt het ongedaan maken van de oorspronkelijke toewijzing aan (7,7) met betrekking tot partij 7gecompenseerd. De keten wijzigingen $(7,7)^-$, $(7,5)^+$, $(1,5)^-$, $(1,8)^+$, $(9,8)^-$, $(9,7)^+$ laat de aantallen zetels per gemeente en per partij ongewijzigd en geeft een vermindering van de totale boete met 1.006+0.478 = 1.484. Deze wijzigingen kunnen dus worden doorgevoerd. De verbeterde zetelverdeling staat in tabel 4.

	p= 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	a_g
g= 1	3				2^+	2	1	1	0	0				9
2	2			2		1	0	1						6
3	2		2			1	0	0	1					6
4	1				1	0^+	1					1		4
5	2				1						0^+	0	1	4
6	1			1		1	0^+							3
7	3				1	0^+	0							4
8	1	1				1								3
9	1		1			1	1	0^+						4
b_p	16	1	3	3	5	7	3	2	1	0	0	1	1	43

Tabel 4: Tweede zetelverdeling.

In de tabel is weer aangegeven bij welke fracties een wijziging van de toewijzing tot verlaging van de boete zou leiden. Een extra zetel voor fractie (1,5) verlaagt de boete met 0.030. Voor de fracties (4,6), (6,7), (7,6) en (9,8) is dat 0.006. In totaal zou dus een verbetering met hoogstens 0.054 kunnen worden behaald. Als fractie (1,5) een zetel meer krijgt dan zal partij 5 in een van de gemeenten 4, 5 of 7 een zetel minder moeten krijgen toegewezen. Daar neemt de boete dan met 0.508 toe, per saldo dus een verhoging van de boete ad 0.508-0.030 = 0.478. Dit valt door verbeteringen elders niet te compenseren zodat via (1,5) geen verbetering mogelijk is.
Als fractie (6,7) een zetel krijgt dan moet in gemeente 6 een van de partijen 1, 4 of 6 een zetel afstaan. Per saldo neemt de boete dan met minstens

0.508-0.006 = 0.502 toe, hetgeen elders weer niet te compenseren valt. Ook bij de andere fracties waar de boete verlaagd zou kunnen worden is het steeds zo dat het wijzigen van de toewijzing elders wijzigingen veroorzaakt met een zodanige verhoging van de boete dat per saldo geen verbetering optreedt. De conclusie is dat de gevonden verdeling niet verbeterd kan worden. Tabel 4 geeft dus de optimale oplossing.

2.2 Methode

Hoewel de hiervoor bescreven aanpak praktisch zeker bruikbaar is kan hij toch niet zonder meer als formele regeling worden gekozen. Er zijn namelijk voorbeelden, zij het ietwat gekunsteld, waarbij de drie eisen

- elke gemeente het juiste aantal,
- elke partij het juiste aantal,
- elke fractie hoogstens zoveel als het aantal leden

onverenigbaar blijken te zijn.
Tabel 5 geeft zo'n voorbeeld.

	p= 1	2	3	4	5	6	a_g
g= 1	7						2
2	7						2
3	7						2
4	6	1					2
5		30	15				11
6			16	29			11
7				2	31	12	11
8						19	5
b_p	6	8	8	8	8	8	46

Tabel 5: Samenstelling van 8 gemeenteraden, met aantallen zetels per gemeente en partij in de regionale raad.

Op grond van het totaal aantal gemeenteraadsleden krijgt partij 1 een aantal van 6 zetels in het AB toegewezen. De gemeenten 1, 2 en 3 leveren elk twee leden van deze partij. Dus gemeente 4 zou niemand van deze partij moeten leveren, maar twee van partij 2, hetgeen echter door de fractiegrootte

uitgesloten is.
Omdat het niet mogelijk is om de fractiegroottes aan te passen zal in deze zeldzame omstandigheden een andere verdeling van de zetels over de partijen moeten worden bepaald. Het is ook mogelijk om de verdeling over de gemeenten of beide verdelingen aan te passen. Hier wordt echter gekozen voor het handhaven van de a_g en het aanpassen van de b_p omdat de verdeling over de gemeenten van groter belang wordt geacht dan die over de partijen.

Stap 2 van de berekeningen wordt hiertoe vervangen door het oplossen van een optimaliseringsprobleem. In dit probleem wordt de afwijking van de exacte evenredige verdeling over de partijen geminimaliseerd, onder de randvoorwaarde dat in stap 3 een oplossing zal kunnen worden gevonden.

In formules luidt dit optimaliseringsprobleem:

$$\text{minimaliseer} \quad \sum_p f(e_p, b_p)$$

onder de voorwaarden

$$\sum_p z_{gp} = a_g \qquad (g=1,2,\ldots)$$

$$\sum_g z_{gp} = b_p \qquad (p=1,2,\ldots)$$

$$z_{gp} \leq t_{gp}$$

en all z_{gp} en b_p geheel en niet-negatief.

Hierin is e_p een exacte verdeling van de Z zetels, bijvoorbeeld $e_p = Z \times r_p / T$ met r_p het totaal aantal gemeenteraadszetels van partij p. Dit probleem lijkt sterk op het voorgaande, de te minimaliseren functie is echter anders en de b_p zijn hier variabelen waarvan de waarde wordt gezocht, terwijl de b_p daar vaste getallen zijn. Het nu geformuleerde probleem heeft altijd een oplossing (tenzij een raad meer dan het eigen aantal leden zou moeten benoemen). De oplossing geeft zowel waarden voor de b_p als voor de z_{gp}. Deze waarden voor z_{gp} zijn een mogelijke verdeling van de zetels, die echter kan verschillen van de optimale verdeling over de fracties. Het oplossen van het probleem uit de derde stap van de berekeningen mag niet achterwege

worden gelaten.
Het achtereenvolgens toepassen van stap 1, de gewijzigde stap 2 en tenslotte stap 3 is een methode die altijd tot een zetelverdeling voor het AB leidt. Die zetelverdeling kan als de best mogelijke evenredige verdeling worden gekwalificeerd. Deze methode zou dus als formele regeling ter verdeling van de zetels in het AB kunnen worden gekozen.

De praktische aanpak is inderdaad niets anders dan een praktische uitvoering van deze methode, want als de praktische aanpak tot een oplossing leidt dan zou diezelfde oplossing ook via deze methode zijn gevonden.

2.3 Varianten

De zojuist beschreven methode is in feite een raamwerk waarvan verschillende elementen nog op diverse manieren kunnen worden ingevuld.

In de eerste plaats is er de keus van de te gebruiken functie $f(. \, , \, .)$, ofwel de keus van de te gebruiken methode van zetelverdeling. Bij elke keus is de methode toepasbaar.

In de tweede plaats is er de keus van de grootheid naar rato waarvan de evenredige verdeling plaats vindt. In de voorbeelden zijn daarvoor steeds de aantallen gemeenteraadszetels gebruikt. De methode is evenzeer toepasbaar als een andere grondslag voor de evenredigheid wordt gekozen, bijvoorbeeld de aantallen bij de verkiezingen verkregen stemmen.

Dit zou echter wel afwijken van het "rekening houden met de politieke verhoudingen in de raden" dat in de Memorie van toelichting wordt genoemd.

In de derde plaats kan, door een andere definitie van de e_{gp}, bij het bepalen van de z_{gp} aansluiting worden gezocht bij de lokale voorkeursverdeling. De betreffende definitie is $e_{gp} = a_g \times t_{gp}/c_g$ waarin c_g het aantal raadsleden in gemeente g. De a_g zetels voor gemeente g worden dan zo goed mogelijk evenredig aan de grootte van de fracties in die raad verdeeld. De verdeling van de zetels in het AB wijkt dan niet méér van de som der lokale voorkeuren af dan nodig is om de regionale verhoudingen tot uitdrukking te brengen.+)
In de vierde plaats zou, hierop voortbordurend, bij de bepaling van de b_p kunnen worden uitgegaan van $e_p = \Sigma_g a_g \times t_{gp}/c_g$. Dit is echter minder zuiver omdat de a_g afwijken van de exacte evenredige verdeling over de gemeenten

+) Deze variant is in 1982 in Gooi en Vechtstreek toegepast.

en omdat die afwijkingen via deze e_p comulatief ten gunste of ten nadele van partijen kunnen uitwerken.

Tenslotte zij opgemerkt dat het gebruik van het optimaliseringsprobleem ter bepaling van de z_{gp} onafhankelijk is van de wijze waarop de a_g en de b_p werden bepaald. Evenzo is het gebruik van het optimaliseringsprobleem ter bepaling van de b_p onafhankelijk van de wijze waarop de a_g werden bepaald.

3. TOEPASSING

De methode kan uiteraard ook worden gebruikt als een aantal gemeenteraden gezamenlijk een lid van het AB benoemen. In plaats van de afzonderlijke gemeenten wordt in de methode dan met één fictieve gemeente gewerkt, waarvan de gegevens worden gevonden door de gegevens van de afzonderlijke gemeenten samen te voegen.
De ontwerp-WGR stelt, naast de gemeenteraadsleden, ook de burgemeester benoembaar tot lid van het AB. Als die mogelijkhied open moet staan en als tevens wordt gestreefd naar een politiek evenwichtige samenstelling van het AB dan zal de burgemeester tot een bepaalde politieke groepering gerekend moeten worden.
Voor die combinaties van gemeente en partij kan dan in de optimaliseringsproblemen de voorwaarde $z_{gp} \leq t_{gp}$ worden vervangen door de voorwaarde $z_{gp} \leq t_{gp} + 1$ om aan te geven dat naast de fractieleden ook de burgemeester benoembaar is. Uiteraard mag de aanwezigheid van een politiek gekleurde burgemeester (niet raadslid) niet van invloed zijn op de berekening van de b_p en de e_{gp}.

De ontwerp-WGR laat tevens toe dat aan de leden van het AB verschillende aantallen stemmen worden toegekend. Ook voor zulke gevallen kunnen optimaliseringsproblemen worden geformuleerd om de optimale evenredige verdeling van de stemmen te bepalen.

De gevonden optimale verdeling van AB zetels over de gemeenteraadsfracties kan rechtstreeks worden toegepast. Het is echter ook mogelijk om dat slechts te doen als de betrokkenen geen overeenstemming over een andere verdeling kunnen bereiken. Dat zou partijen de ruimte geven om, uitgaande van de gevonden oplossing en binnen de randvoorwaarden, zetels te ruilen ten behoeve van de personele invulling.

In zijn algemeenheid is de hier voorgestelde methode zeker niet simpel te noemen, maar datzelfde geldt voor de op te lossen problemen. Het praktische probleem hoe de zetels in het AB over de gemeenteraadsfracties te verdelen is in een snel oplosbaar wiskundig probleem vertaald. Vertaling naar een eenvoudiger op te lossen wiskundig probleem lijkt niet mogelijk zonder afbreuk te doen aan wezenlijke kenmerken van de praktische situatie.

Literatuur

BALINSKI, M.L. & H.P. YOUNG, *Fair Representation*, Yale University Press, New Haven and London, 1982.

LISMAN, F.J., *Waar zetelt uw stem?* Intermediair, No 25, 1973.

TE RIELE, H.J.J., *The proportional representation problem in the Second Chamber: an approach via minimal distances*, Statistica Neerlandica, vol.32 (1978), 163-179.