

Yönlü Toplam Değişinti Enküçültme Yöntemi ile Seyrek Örneklerden İmge Geriçatımı

Image Reconstruction from Sparse Samples Using Directional Total Variation Minimization

Ezgi Demircan-Türeyen¹, Mustafa E. Kamaşak², İlker Bayram³

¹Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, İstanbul Kültür Üniversitesi, İstanbul, Türkiye
e.demircan@iku.edu.tr

²Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye
kamasak@itu.edu.tr

³Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye
ilker.bayram@itu.edu.tr

Özetçe —Bu bildiri, bir imgenin seyrek örneklenmiş piksellerinden geriçatımı problemi, yönlü toplam değişinti (YTD) düzenleyicisi altında ele alınmıştır. Önerilen formülasyonda, hızlandırılmış bir gradyan izdüşürme algoritmasından da faydalanılarak, ileri-geri ayırma yöntemi kullanılmıştır. Son olarak, içerisinde baskın bir yön olduğu bilinen imgelerde, YTD esaslı modelin toplam değişintiye (TD) oranla doğruluğu daha yüksek sonuçlar ürettiği, bu iki model karşılaştırılarak gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler—*imge geriçatma, yönlü toplam değişinti, dışbükey eniyileme, yakınsal ayırma yöntemleri.*

Abstract—This paper considers reconstruction of missing pixels and formulates the problem under directional total variation (DTV) regularization. In order to devise an algorithm, forward-backward splitting method is used as a convex optimization tool, in conjunction with a fast projected gradient-based algorithm. The results are compared with the results of TV-based setting, and the utility of using DTV is shown in terms of accuracy, when an image with a dominant direction is the case.

Keywords—*image reconstruction, directional total variation, convex optimization, proximal splitting methods.*

I. GİRİŞ

İmge işleme alanındaki; gürültüsüzleştirme (denoising), netleştirme (deblurring), tomografik geriçatma, iç boyama (in-painting) gibi birçok tersine (inverse) problem, varyasyonel modeller ile tanımlanır ve bazı varsayımlar altında çözülür. Rudin, Osher ve Fatemi tarafından [2]'de önerilmiş olan ROF modeli bunların en bilinenlerindedir. Toplam değişintinin (TD), imge işleme problemlerinde kullanılmak üzere, parçabaşı-sabitliği (piecewise-constancy) dayatırken ayrıntıları koruyabilen bir düzenleyicisi olarak ileri sürülmesi ilk defa bu modelle olmuştur. Daha sonra Chambolle, [3]'de, TD ölçütünü imge gürültüsüzleştirme problemi için kullanmış ve buradaki enküçültme problemine, ikincil formülasyon (dual formulation) üzerinden çözüm getiren bir yöntem önermiştir. Makalede Chambolle, problemin aslında doğrusal

olmayan bir gradyan izdüşürme (gradient projection) problemi olduğunu göstermiştir. Sonrasında, Beck ve Teboulle'un [6]'da gürültüsüzleştirme ve netleştirme problemleri için önerdikleri, daha hızlı yakınsayabilen algoritmada da olduğu gibi, gradyan izdüşürme yöntemi sıklıkla kullanılmıştır. [6]'daki hızlı yakınsama, yine Beck ve Teboulle'un tersine problemleri çözmek için hızlandırılmış bir yöntem önerdikleri [5]'deki yaklaşımları ile sağlanmıştır.

Diğer taraftan literatürdeki, TD ölçütüne alternatif olarak önerilmiş ölçütlerden bahsedebiliriz. Bayram ve Kamaşak tarafından [1]'de önerilen yönlü toplam değişinti (YTD) bunlardan biridir. YTD'nin, içerisinde baskın bir yön bulunan imgeler söz konusu ise, gürültüsüzleştirme problemi için TD'den daha iyi sonuçlar ürettiği aynı makalede gösterilmiştir. Bu bildiri ise YTD'yi, bir imgenin seyrek örneklenmiş piksellerinden geriçatımı için kullanacağız.

Bildirinin akışı şu şekildedir: Bölüm II'de, ele aldığımız problemi tanıtır, YTD ölçütü ve ileri-geri ayırma yönteminden sırası ile bahsedeceğiz. Bölüm III'te YTD esaslı imge geriçatımını formüle edip, ileri-geri ayırma yöntemini kullanan ve literatürdeki gradyan temelli algoritmalarından faydalanan bir algoritma öneracağız. Bölüm IV'te ise, elde ettiğimiz deney sonuçlarını, YTD ile TD ölçütlerini karşılaştırarak sunacağız.

II. PROBLEM FORMÜLASYONU

Seyrek örneklenmiş gözleme $y \in \mathbb{R}^{m \times n}$, orijinal imgeye $x \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ve bu iki imgeyi ilişkilendirecek seyrekleştirici operatöre de $A : \mathbb{R}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{m \times n}$ diyelim. Gürültüyü belirten η 'yi de dahil ederek aşağıdaki gibi bir modelden söz edebiliriz:

$$y = Ax + \eta \quad (1)$$

Burada, A 'nın bir birim operatörü olması durumunda ($A = I$), problem bir gürültüsüzleştirme problemine indirgenmekte. Denklem (1)'de verilen model üzerinden x 'in kestirimi, imgenin gradyan dönüşüm uzayında seyrek olduğu varsayımına dayanan toplam değişinti (TD) düzenleyicisi kullanılarak:

$$x^* = \operatorname{argmin}_x \left\{ \frac{1}{2} \|Ax - y\|_2^2 + \lambda TD(x) \right\} \quad (2)$$

şeklinde gerçekleştirilebilir. Buradaki $TD(x)$ teriminin izotropik tanımı şöyle ifade edilir:

Bu çalışma TÜBİTAK tarafından 115R285 numaralı proje kapsamında desteklenmiştir.

$$TD(x) = \sum_{i,j} \|\Delta x_{i,j}\| = \sum_{i,j} \sqrt{(\Delta_1 x_{i,j})^2 + (\Delta_2 x_{i,j})^2} \quad (3)$$

Tanımdaki $\Delta : \mathbb{R}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{m \times n} \times \mathbb{R}^{m \times n}$, yatay Δ_1 ve dikey Δ_2 iki bileşeni olan ve bu bileşenleri aşağıdaki gibi tanımlanan, bir fark operatörüdür:

$$\Delta_1 x_{i,j} = x_{i,j} - x_{i-1,j}, \quad \Delta_2 x_{i,j} = x_{i,j} - x_{i,j-1} \quad (4)$$

Denklem (2)'deki amaç fonksiyonunun ilk terimi ise, gözlemlenen veriye uygunluğu ölçer.

A. Yönlü Toplam Değişinti

Yönlü toplam değişinti (YTD) [1], Bayram ve Kamaşak tarafından, döndürmeye duyarlı (rotation sensitive) bir ölçüt olarak önerilmiş ve yine [1]'de, YTD'nin, baskın bir yön barındıran imgeleri gürültüsüzleştirmede TD'den daha iyi çalıştığı gösterilmiştir.

İzotropik TD, $\Delta x_{i,j}$ 'lerin ℓ_2 normlarının toplamı olduğundan ve ℓ_2 normu, B_2 ile gösterilen birim topunun (unit ball) destek fonksiyonu olarak ifade edilebildiğinden, TD şu şekilde tanımlanabilir:

$$TD(x) = \sum_{i,j} \sup_{t \in B_2} \langle \Delta x_{i,j}, t \rangle \quad (5)$$

Bu noktada YTD, B_2 kümesini; küçük ve büyük eksen uzunlukları sırası ile 1 ve $\alpha > 1$ olan ve θ açısıyla döndürülmüş bir elipse karşılık düşen $E_{\alpha,\theta}$ kümesi ile değiştirir. Bu iki küme $R_\theta = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ ve $\Lambda_\alpha = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ olduğu yerde, $E_{\alpha,\theta} = R_\theta \Lambda_\alpha B_2$ şeklinde ilişkilidir. Öyleyse, YTD ölçütünü aşağıdaki şekilde yeniden tanımlayabiliriz:

$$YTD(x) = \sum_{i,j} \sup_{t \in R_\theta \Lambda_\alpha B_2} \langle \Delta x_{i,j}, t \rangle \quad (6)$$

Bir küme üzerinde uygulanan operatör, genelliği kaybetmeden, o kümenin elemanlarına da uygulanabileceği için $YTD(x) = \sum_{i,j} \sup_{t \in B_2} \langle \Delta x_{i,j}, R_\theta \Lambda_\alpha t \rangle$ yazabiliriz ve son olarak $x_{i,j}$ 'yi yalnız bırakacak şekilde şu şekilde tanımlayabiliriz:

$$YTD(x) = \sum_{i,j} \sup_{t \in B_2} \langle x_{i,j}, \Delta^T R_\theta \Lambda_\alpha t \rangle \quad (7)$$

İleriki bölümlerde YTD ölçütü için bu ifadeyi kullanacağız.

B. İleri-Geri Ayırma Algoritması

Yakınsal ayırma (proximal splitting) yöntemleri, birkaç dışbükey fonksiyonun toplamı olarak yazılabilen amaç fonksiyonlarını, türevlenebilir veya türevlenemez alt fonksiyonlara ayırarak eniyilemeye çalışır. Bu yöntemler, türevlenebilir olmayan alt fonksiyonlar için yakınlık (proximity) operatörlerini kullanırlar. Bu bölümde [4]'ten faydalanılmıştır ve okuyucu detaylı bilgi için aynı makaleye başvurabilir.

İleri-geri ayırma, en kolay yakınsal ayırma yöntemlerinden biridir. Bir türevlenebilir f_1 ve bir türevlenemez f_2 olmak üzere iki dışbükey fonksiyonun toplamını enküçültmeyi amaçlar:

$$\min_x f_1(x) + f_2(x) \quad (8)$$

Eniyilik ölçütü, $0 \in \partial f_1(x) + \partial f_2(x)$, üzerinden türetilir ve nihayetinde şöyle bir formülasyon elde edilir:

$$x = (I + \gamma \partial f_2)^{-1}(x - \gamma \partial f_1(x)) \quad (9)$$

Burada, $\gamma \in (0, \infty)$ sabit bir katsayıdır. f_1 türevlenebilir olduğundan, alt diferansiyelinin, tek elemanı f_1 'in gradyanı olan bir küme olduğunu, $\partial f_1 = \{\nabla f_1\}$, biliyoruz (∇f_1 , bir τ -Lipschitz sürekli gradyanı¹ olsun.) $(I + \gamma \partial f_2)^{-1}$ ise f_2 'nin, aşağıda $\text{prox}_{\gamma f_2}$ ile simgeleyeceğimiz, yakınlık operatörüne karşılık düşüyor:

$$x = \text{prox}_{\gamma f_2}(x - \gamma \nabla f_1(x)) \quad (10)$$

O halde x 'e, $z_k = x_k - \gamma_k \nabla f_1(x_k)$ olduğu durumda, aşağıdaki şekilde bir dizi iterasyon ile yakınsanabilir:

$$x_{k+1} := \text{prox}_{\gamma f_2}(z_k) \quad (11)$$

Burada, z_k 'yi hesaplama kısmı algoritmanın "ileri", z_k noktasında f_2 'ye yakınlık operatörünü uygulama kısmı ise "geri" adımlarına karşılık düşüyor. Görüldüğü üzere, ileri-geri ayırma algoritmasının her bir iterasyonu, birbirini takip eden gradyan izdüşürme (gradient projection) ve yakınsal enküçültme yöntemlerinden oluşuyor. Yakınlık operatörünü açarak:

$$x_{k+1} := \underset{x}{\text{argmin}} \left\{ \frac{1}{2\gamma} \|x - z_k\|^2 + f_2(x) \right\} \quad (12)$$

enküçültme problemini elde ediyoruz.

III. YTD İLE SEYREK İMGE GERİÇATIMI

Bu bölümde, Bölüm 2-B'de anlattığımız ileri-geri ayırma yöntemini kullanarak, Bölüm 2-A'da bahsettiğimiz YTD düzenleştirmesi altında, seyrek örneklemeden imgeyi yeniden oluşturabilecek bir algoritma türeteceğiz. Söz konusu problem iki dışbükey fonksiyonun toplamı şeklinde yazılabilir:

$$x^* = \underset{x}{\text{argmin}} \underbrace{\frac{1}{2} \|Ax - y\|_2^2}_{f_1(x)} + \underbrace{\lambda YTD(x)}_{f_2(x)} \quad (13)$$

Algoritmanın "ileri" adımını gerçeklemek için, $\nabla f_1(x)$ 'e ihtiyacımız var:

$$\nabla f_1(x) = A^T(Ax - y) \quad (14)$$

Yine $z_k = x_k - \gamma A^T(Ax_k - y)$ olsun. Öyleyse, "geri" adımında aşağıdaki şekilde bir enküçültme problemini ele alıyor olacağız.

$$\min_x \left\{ \|x - z_k\|_2^2 + 2\lambda\gamma \sum_{i,j} \sup_{t \in B_2} \langle x_{i,j}, \Delta^T R_\theta \Lambda_\alpha t \rangle \right\} \quad (15)$$

Buradaki $2\lambda\gamma$ katsayısı, Denklem (12)'deki amaç fonksiyonunun, sonucu etkilemeden denklemi sadeleştireceği için, 2γ ile çarpımından geliyor. Denklem (15)'i bir eyer noktası (saddle point) problemi şeklinde yazabiliriz ve ardından, amaç fonksiyonu x 'e göre dışbükey, t 'ye göre ise içbükey olduğu için, min ve max operatörlerinin yerlerini değiştirerek aşağı-

¹ $\|\nabla f_1(x) - \nabla f_1(y)\| \leq \tau \|x - y\|$

daki problemi elde edebiliriz:

$$\max_{t \in B_2} \min_x \left\{ \underbrace{\|x - z_k\|_2^2 + 2\lambda\gamma \sum_{i,j} \langle x_{i,j}, \Delta^T R_\theta \Lambda_\alpha t_{i,j} \rangle}_{L(x,t)} \right\} \quad (16)$$

Amaç fonksiyonu, iki bileşenli $v_{i,j} = [v_{1,i,j}, v_{2,i,j}]^T \in B_2$ vektörlerinin oluşturduğu bir v vektör alanı kullanarak, şu şekilde yeniden formüle edilebilir:

$$L(x, v) = \|x - z_k\|_2^2 + 2\lambda\gamma \langle x, \text{div}(R_\theta \Lambda_\alpha v) \rangle \quad (17)$$

Burada $\Delta^T \equiv \text{div}(\cdot)$ operatörü, fark operatörü Δ 'nın Hermitian transpoz olarak da bilinen ekleniğidir (adjoint) ve $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ için şöyle tanımlanır:

$$\text{div}(v)_{i,j} = v_{1,i,j} + v_{2,i,j} - v_{1,i-1,j} - v_{2,i,j-1} \quad (18)$$

Buradan itibaren, daha rahat anlaşılabilirlik için, $\Pi = \Lambda_\alpha R_{-\theta}$ (ve $\Pi^T = R_\theta \Lambda_\alpha$) kullanacağız. $L(x, v)$ 'yi açarak:

$$\begin{aligned} L(x, v) &= \|x - z_k\|_2^2 + 2\lambda\gamma \langle x, \text{div}(\Pi^T v) \rangle \\ &= \|x\|_2^2 - 2\langle x, z_k \rangle + \|z_k\|_2^2 + 2\lambda\gamma \langle x, \text{div}(\Pi^T v) \rangle \\ &= \|x\|_2^2 - 2\langle x, (z_k - \lambda\gamma \text{div}(\Pi^T v)) \rangle + \|z_k\|_2^2 \\ &= \|x - (z_k - \lambda\gamma \text{div}(\Pi^T v))\|_2^2 - C \end{aligned} \quad (19)$$

elde ediyoruz. Öyleyse, Denklem (16)'daki enküçültme problemini enküçültecek argüman, $L(x, v)$ 'den $C = \|z_k - \lambda\gamma \text{div}(\Pi^T v)\|_2^2 - \|z_k\|_2^2$ ile gösterdiğimiz sabitleri çıkararak, şu şekilde bulunabilir:

$$\tilde{x} = \underset{x}{\text{argmin}} \left\{ \|x - (z_k - \lambda\gamma \text{div}(\Pi^T v))\|_2^2 \right\} \quad (20)$$

Bu ifade aslında, $z_k - \lambda\gamma \text{div}(\Pi^T v)$ 'nin $\mathbb{R}^{m \times n}$ kümesi üzerine izdüşümüne eşittir, bu durumda \tilde{x} için $\tilde{x} = z_k - \lambda\gamma \text{div}(\Pi^T v)$ eşitliği geçerlidir. \tilde{x} 'yi Denklem (17)'de ve Denklem (17)'i de Denklem (16)'de yerine koyarak (ve sabitleri yok ederek) elde edeceğimiz enbüyütme problemini, aşağıdaki enküçültme problemine çevirebiliriz:

$$\min_{v(i,j) \in B_2} \left\{ \underbrace{\|z_k - \lambda\gamma \text{div}(\Pi^T v)\|_2^2}_{g(v)} \right\} \quad (21)$$

Denklem (21) ikincil (dual) problemimiz oluyor. Buradaki ikincil fonksiyon $g(v)$ sürekli türevlenebilir bir fonksiyon ve gradyanı şu şekilde hesaplanabilir:

$$\nabla g(v) = -2\lambda\gamma \Pi \Delta (z_k - \lambda\gamma \text{div}(\Pi^T v)) \quad (22)$$

Denklem (21)'de tanımlanan ikincil problemi Denklem (22)'de verilen gradyanı kullanarak çözmek için, Chambolle'un gradyan izdüşürme yaklaşımını [3] kullanabiliriz. Burada her bir iterasyon, gradyan iniş (gradient descent) ve B_2 kümesine gradyan izdüşürme gerçekleştirir. Gradyan iniş basamağındaki adım boyuna karşılık gelen $\lambda\gamma$, gradyanın τ -Lipschitz olma özelliğinden faydalanılarak hesaplanır. Burada τ için üst sınırı, [3]'de bulunmuş olan $16\lambda^2\gamma^2$ ifadesi olarak kabul ediyoruz ve okuyucuyu detaylar için [3] ve [6]'e yönlendiriyoruz. Denklem (22)'de katsayıları yerine koyarak elde ettiğimiz ifade ile birlikte, algoritmanın sözde kodu Şekil 1'deki gibidir.

Şekil 1'de sunduğumuz algoritmada, $P_{B_2}(v)$, B_2 kümesine izdüşüm operatörünü simgelemekte ve sonuçta elde edilen

Algoritma: YTD ile Seyrek İmge Geriçatımı

$$\epsilon \in (0, \min\{1, 1/\tau\}), \quad \gamma \in [\epsilon, 2/\tau - \epsilon], \quad \lambda \in [\epsilon, 1]$$

$$x_0 := y, \quad t_1 := 1$$

while (Denklem (13) için ϵ yakınsama sağlanana kadar) **do**

$$z_k \leftarrow x_k - \gamma A^T (Ax_k - y)$$

$$v_0 = [v_1^{(0)}, v_2^{(0)}] := [0, 0]$$

$$p_1 = [p_1^{(1)}, p_2^{(1)}] := [0, 0]$$

$$\zeta_1 := 1$$

while (Denklem (15) için ϵ yak. sağlanana kadar) **do**

$$v_s \leftarrow p_s - \frac{1}{8\lambda\gamma} (\Pi \Delta (z_k - \lambda\gamma \text{div}(\Pi^T p_s)))$$

$$v_s \leftarrow P_{B_2}(v_s)$$

$$p_{s+1} \leftarrow \text{FISTA}(\zeta_s, v_s, v_{s-1})$$

end

$$x_k \leftarrow z_k - \lambda\gamma \text{div}(\Pi^T v_s)$$

$$(t_{k+1}, x_{k+1}) \leftarrow \text{FISTA}(t_k, x_k, x_{k-1})$$

end

fonksiyon: $x_{next} = \text{FISTA}(t, x_{cur}, x_{prev})$

$$t_{next} \leftarrow \frac{1 + \sqrt{1 + 4t^2}}{2}$$

$$x_{next} \leftarrow x_{cur} + \left(\frac{t-1}{t_{next}}\right)(x_{cur} - x_{prev})$$

end

Şekil 1. Önerilen algoritmanın sözde kodu

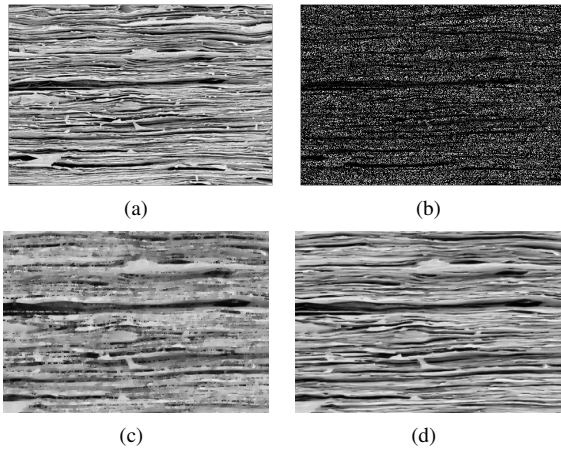
vektör, burada \tilde{v} diyelim, yine $i = 1, \dots, m$ ve $j = 1, \dots, n$ için, $\tilde{v}_{i,j} = \frac{v_{i,j}}{\max\{1, \|v_{i,j}\|\}}$ şeklinde hesaplanabilmektedir.

Algoritmada, [6]'de önerilmiş olan hızlandırılmış gradyan izdüşürme (FGP) yöntemini kullanıyoruz. FGP algoritmasının "hızlı" olması, [5]'de Nesterov'un yöntemi [8] üzerinden önerilmiş, hızlı yinelemeli daralma eşikleme algoritması (FISTA) adımları ile sağlanıyor. FISTA adımları temelde, bir önceki iterasyon yerine, önceki iki iterasyonun kestirimlerinin doğrusal kombinasyonları üzerinden yakınlık operatörünü uyguluyor. İlgili adımlar, sözde kod içerisinde FISTA fonksiyonunu çağırdığımız noktalarda kullanılmıştır. Detaylar için [5] ve [6] makaleleri incelenebilir.

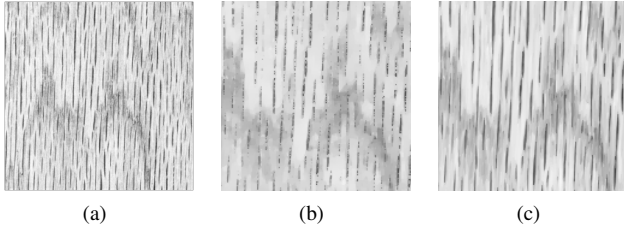
IV. BAŞARIM

Bu bölümde TD ve YTD düzenleme ölçütlerinin başarımlarını, Şekil 2(a), 3(a) ve 4(a)'da verilen, sırasıyla "yapay sedef", "ahşap" ve "kumaş" diye anacağımız imgeler üzerinde, Şekil 1'deki algoritmayı kullanarak karşılaştıracacağız. Bu iki yöntemin başarımlarını, kök ortalama kare hatası (RMSE) ve yapısal benzerlik indisi (SSIM) [9] metriklerini kullanarak değerlendireceğiz.

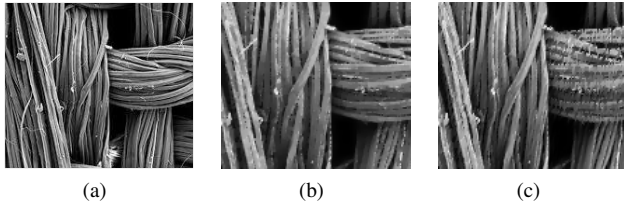
Deneylerde, YTD için gereken θ parametresini $[-\pi/2, \pi/2]$ aralığında, en düşük YTD normunu üreten açı olarak seçtik. Bu değer, yapay sedef imgesi için 0.02π , ahşap imgesi için ise -1.47π , kumaş imgesi için ise -1.28π olarak bulundu. Yine YTD'de kullanılacak olan α parametresi için ise, $(1, 10]$ aralığında en düşük RMSE'yi üreten değer seçildi. Deneylerin tamamını, gürültünün olmadığı varsayımı ile gerçekleştirdik.



Şekil 2. (a) Elektron mikroskobu ile alınmış yapay sedef materyali (nacre-mimetic) imgesi, (b) %65 kayıplı imge (c) TD ile geriçatılmış imgeden bir detay (RMSE=0.14), (d) YTD($\alpha = 9$) ile geriçatılmış imgeden bir detay (RMSE=0.07)



Şekil 3. (a) Ahşap imgesi ve %50 kayıplı imge üzerinden (b) TD ile geriçatılmış imgeden bir detay (RMSE=0.07), (c) YTD($\alpha = 7$) ile geriçatılmış imgeden bir detay (RMSE=0.03)

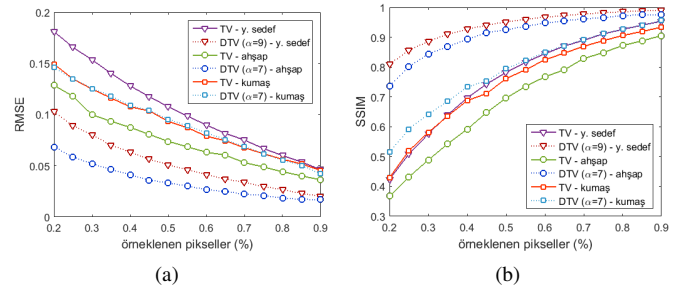


Şekil 4. (a) Elektron mikroskobu ile alınmış dokuma kumaş imgesi ve %35 kayıplı imge üzerinden (b) TD ile geriçatılmış imgeden bir detay (RMSE=0.073), (c) YTD($\alpha = 7$) ile geriçatılmış imgeden bir detay (RMSE=0.077)

Şekil 2(b)'de, yapay sedef materyali imgesinin %35'i rastgele örnekleme piksellerini görüyoruz. Aynı şeklin (c) ve (d)'sinde ise, bu gözlemden sırasıyla TD ve YTD kullanılarak geriçatılmış imgeler sunulmaktadır. Benzer şekilde, Şekil 3(b) ve (c)'de ahşap imgesi, Şekil 4(b) ve (c)'de ise kumaş imgesi için geriçatım sonuçları verilmiştir durumda. Görüldüğü üzere, tek bir baskın yönün oluşan ilk iki imgede YTD, TD'den daha iyi çalışırken; üçüncü imgenin baskın yönüne aykırı kalan kısımlarında hatalı sonuçlar üretiyor. Son olarak, Şekil 5'te ise, bu üç imgenin TD ve YTD esaslı geriçatımlarının, örnekleme piksel yüzdesine göre RMSE ve SSIM skorlarının değişimi sunulmuştur.

V. SONUÇ

Bu bildiriye seyrek örnekleme piksellerden imge geriçatımı problemini, [1]'de önerilmiş ve imge



Şekil 5. Yapay sedef, ahşap ve kumaş imgeleri için, TD ve YTD ölçütlerini kullanarak elde edilen (a) kök ortalama kare hatasının (RMSE) ve (b) yapısal benzerlik indisinin (SSIM), örnekleme piksellerinin yüzdesine göre değişimi.

gürültüsüzleştirme amacıyla kullanılmış olan YTD ölçütü ile düzenleştiren bir algoritma önerdik. Yaptığımız deneyler ile, içerisinde baskın bir yön barındıran imgeler ele alındığında, YTD'nin TD'den daha iyi sonuçlar ürettiğini göstermiş olduk.

Burada ele aldığımız problem, tanımındaki lineer dönüşüm operatöründen dolayı imge gürültüsüzleştirme probleminden farklılaşırken; imge netleştirme ve tomografik geriçatım gibi diğer lineer tersine problemler ile oldukça benzerdir. Dolayısıyla bu bildiriye önerdiğimiz algoritmanın, bu tip problemlerin çözümünde de kullanılabilirliğini, ve var olan yöntemlerden daha tatmin edici sonuçlar üretebileceğini düşünmekteyiz. Ayrıca, Şekil 4'teki gibi bir imgeyi, farklı baskın yönlerden oluşan alt imgelerin bir derlemi gibi yorumlayarak, algoritmanın bu alt imgeler üzerinde çalışacak şekilde adaptif hale getirilebileceğini ve dolayısıyla tek bir baskın yönün önkoşulunun esnetilebileceğini ummaktayız. Gelecek çalışmalarımızda bu iki konu üzerinde durmayı planlıyoruz.

KAYNAKÇA

- [1] Bayram, Ilker, and Mustafa E. Kamasak. "Directional total variation." *Signal Processing Letters, IEEE* 19.12 (2012): 781-784.
- [2] Rudin, Leonid I., Stanley Osher, and Emad Fatemi. "Nonlinear total variation based noise removal algorithms." *Physica D: Nonlinear Phenomena* 60.1 (1992): 259-268.
- [3] Chambolle, Antonin. "An algorithm for total variation minimization and applications." *Journal of Mathematical imaging and vision* 20.1-2 (2004): 89-97.
- [4] Combettes, Patrick L., and Jean-Christophe Pesquet. "Proximal splitting methods in signal processing." *Fixed-point algorithms for inverse problems in science and engineering*. Springer New York, 2011. 185-212.
- [5] A. Beck and M. Teboulle. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems. 2008. Accepted for publication in *SIAM Journal on Imaging Sciences* (2008).
- [6] Beck, Amir, and Marc Teboulle. "Fast gradient-based algorithms for constrained total variation image denoising and deblurring problems." *Image Processing, IEEE Transactions on* 18.11 (2009): 2419-2434.
- [7] Passty, Gregory B. "Ergodic convergence to a zero of the sum of monotone operators in Hilbert space." *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 72.2 (1979): 383-390.
- [8] Nesterov, Yurii. "A method of solving a convex programming problem with convergence rate $O(1/k^2)$." *Soviet Mathematics Doklady*. Vol. 27. No. 2. 1983.
- [9] Wang Zhou, Bovik, Alan C., Sheikh, Hamid R., and Simoncelli, Eero P. *Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity*. *IEEE Transactions on Image Processing*, Volume 13, Issue 4, pp. 600-612, April 2004