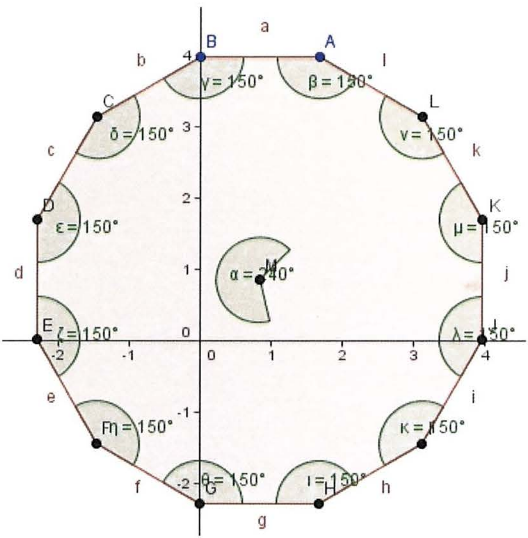
De exacte benadering

Vakantiecursus 2012

Eindhoven, 24 en 25 augustus 2012

Amsterdam, 31 augustus en 1 september 2012



Vakantiecursus 2012

Voor leraren in de exacte vakken aan havo, vwo, hbo leerlingen en andere belangstellenden organiseert het Platform Wiskunde Nederland (PWN) in 2012 een vakantiecursus met als thema:

"De exacte benadering"

Dit jaar betreft het een tweedaagse cursus, in Eindhoven op **vrijdag 24 augustus** en **zaterdag 25 augustus** aan de TU Eindhoven, Den Dolech 2, 5612 AZ. Eindhoven en in Amsterdam op **vrijdag 31 augustus** en **zaterdag 1 september** bij het CWI, Science Park 123, 1098 XG Amsterdam (zie pagina 15 voor de routebeschrijvingen).

De cursus is voor wiskundedocenten van elk niveau toegankelijk. De deelnemers ontvangen bij aanvang van de cursus een syllabus met teksten van de voordrachten. Het cursusgeld bedraagt €95. Voor studenten van lerarenopleidingen is het cursusgeld slechts €35.

Bij de cursus is inbegrepen een warme maaltijd op vrijdag en een lunch op zaterdag.

Aanmelding

Aanmelding voor deelname aan de cursus kan:

- door het aanmeldingsformulier achter in deze brochure in te vullen en vóór 1 augustus 2012 op te sturen aan het CWI;
- via de website van Platform Wiskunde Nederland, commissie Onderwijs, http://www.platformwiskunde.nl/onderwijs_vakantiecursus_wiskunde.htm waar een online registratieformulier ingevuld en opgestuurd kan worden, eveneens vóór 1 augustus 2012.

Deze cursus geldt als nascholingsactiviteit. Voor geïnteresseerden is een nascholingscertificaat beschikbaar. Degene die daar prijs op stelt, gelieve het betreffende formulier in te vullen of dit via het elektronische registratieformulier aan te geven.

Deze cursus wordt mede mogelijk gemaakt door een subsidie van de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO), en een bijdrage van 3TU.AMI, het toegepaste wiskunde instituut van de 3 Nederlandse technische universiteiten. Organisatie vindt plaats in nauwe samenwerking met het Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI) en de Technische Universiteit Eindhoven (TU/e).

Sponsoring

De vakantiecursus 2012 wordt mede mogelijk gemaakt door bijdragen van NWO Chemische en Exacte Wetenschappen, CWI en TU Eindhoven.

Programma Eindhoven

24 augustus en 25 augustus 2012

vrijdag 24 augustus

Wijzigingen voorbehouden.

15.00-15.25	Ontvangst, koffie
15.25-15.35	Intro 'De exacte benadering' Prof. dr. Jan Wiegerinck
15.35-16.20	Hoeveel is oneindig minus oneindig Dr. Jeroen Spandaw
16.20-16.45	Pauze
16.45-17:30	Benaderen van irrationale getallen door "rationale" getallen Dr. Cor Kraaikamp
17.30-18.30	Diner
18.30-19.15	Random matrices en het Riemann vermoeden Dr. Arno Kuijlaars
19.15-19.45	Pauze
19.45-20.30	Traitor tracing Dr. Boris Skoric

zaterdag 25 augustus

10.00-10.30	Ontvangst, koffie
10.30-11.15	Wiskunde voor dichters Dr. Michiel Doorman
11.15-12.00	Een GeoGebra-ondersteunde benadering van sinus en cosinus Dr. André Heck
12.00-13.00	Lunch
13.00-13.45	Derdegraads vergelijkingen oplossen Prof.Dr. Frans Keune
13.45-14.15	Pauze
14.15-15.00	Van meetkundige reeks naar Diracfuncties en Fourierreeksen Dr. Joop Kolk
15.00-15.05	Sluiting

Programma Amsterdam

31 augustus en 1 september 2012

vrijdag 31 augustus

Wijzigingen voorbehouden.

15.00-15.25	Ontvangst, koffie
15.25-15.35	Intro 'De exacte benadering' Prof. dr. Jan Wiegerinck
15.35-16.20	Hoeveel is oneindig minus oneindig Dr. Jeroen Spandaw
16.20-16.45	Pauze
16.45-17:30	Benaderen van irrationale getallen door "rationale" getallen Dr. Cor Kraaikamp
17.30-18.30	Diner
18.30-19.15	Random matrices en het Riemann vermoeden Dr. Arno Kuijlaars
19.15-19.45	Pauze
19.45-20.30	Traitor tracing Dr. Boris Skoric

zaterdag 1 september

10.00-10.30	Ontvangst, koffie
10.30-11.15	Wiskunde voor dichters Dr. Michiel Doorman
11.15-12.00	Een GeoGebra-ondersteunde benadering van sinus en cosinus Dr. André Heck
12.00-13.00	Lunch
13.00-13.45	Derdegraads vergelijkingen oplossen Prof.Dr. Frans Keune
13.45-14.15	Pauze
14.15-15.00	Van meetkundige reeks naar Diracfuncties en Fourierreeksen Dr. Joop Kolk
15.00-15.05	Sluiting

Ten geleide

Jan Wiegerinck

Korteweg - de Vries Instituut voor Wiskunde
Universiteit van Amsterdam
e-mail: J.J.O.O.Wiegerinck@uva.nl

De vakantiecursus is na een jaar onderbreking weer terug op het oude schema. Twee dagen in Eindhoven, twee dagen in Amsterdam. Voor wiskundeleraren uit Zuid-Nederland en Vlaanderen maakt dit deelname weer eenvoudig. Daarmee lijkt alles weer bij het oude, maar toch verandert er veel. De taakopvatting van het CWI is gewijzigd, en het Platform Wiskunde Nederland (PWN) is opgericht door het Koninklijk Wiskundig Genootschap en de Nederlandse Vereniging voor Wiskundeleraren. Als gevolg hiervan zal de vakantiecursus vanaf dit jaar door het PWN georganiseerd worden, terwijl CWI zich uit de algemene organisatie zal terugtrekken. Als deelnemer zult u hier niet veel van merken. Coby van Vonderen zal minder bij de cursus betrokken zijn, verder zal er weinig veranderen. Graag wil ik Coby bedanken voor haar inzet voor de vakantiecursus in de afgelopen jaren

Het thema dit jaar is "De exacte benadering". Wat dat kan betekenen wordt het best duidelijk door iets over het programma te vertellen. Benaderingen in de zin van "de wijze waarop men een (wiskundig) onderwerp benadert", bijvoorbeeld in een onderwijssituatie, komen in de voordrachten van Michiel Doorman en André Heck aan de orde; Doorman bespreekt hoe je voor een niet-beta gehoor de abstracte benadering van de wiskunde meer concreet kunt maken, Heck behandelt een alternatieve benadering voor het invoeren van goniometrische functies op het VWO met behulp van het pakket GeoGebra.

Frans Keune heeft een zeer klassiek, maar niet zo eenvoudige onderwerp. Hij bespreekt de derde-graadsvergelijking, en het nut van de gesloten oplossing van Cardano. Joop Kolk neemt ons mee naar belangrijke ontwikkelingen in de wiskundige analyse van de afgelopen eeuw. Uitgaande van de meetkundige reeks belanden we bij de "Dirac functie", distributietheorie, Fouriertransformatie en de Poisson sommatieformule. Ook Jeroen Spandaw's voordracht gaat over reeksen. Hij laat ons zien hoe divergente reeksen verrassende eindige uitkomsten kunnen hebben, die nog zin hebben ook! Arno Kuijlaars spreekt over het Riemannvermoeden en Random Matrices. Random Matrices zijn de laatste 15 jaar een belangrijk onderwerp van onderzoek geworden, en het lijkt er op dat deze iets met het vermoeden van Riemann over de ligging van de nulpunten van de zeta-functie te maken hebben. Ook Boris Skoric heeft een modern onderwerp. Hij bespreekt methoden uit de coderingstheorie om films of muziek te beschermen tegen illegale verspreiding, zelfs als dat door samenwerkende piraten wordt geprobeerd. Cor Kraaikamp spreekt over het benaderen van irrationale getallen door rationale getallen.

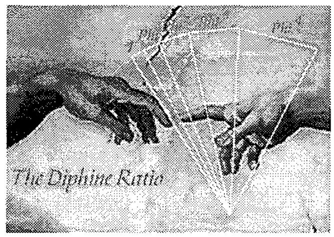
Graag nodig ik u uit om aan deze zeer gevarieerde vakantiecursus mee te doen!

Wiskunde voor dichters

Michiel Doorman

Freudenthal Instituut, Utrecht
e-mail: m.doorman@uu.nl

Veel onderwerpen binnen de wiskunde spreken een breder publiek aan dan alleen bèta's. Bekende voorbeelden zijn: het begrip oneindig, de vierde dimensie en de gulden snede. Bovendien komen wiskundige thema's en methoden veelvuldig terug in andere disciplines. Denk hierbij aan kansrekening in rechtspraak, logica in taalwetenschappen en statistiek in sociale wetenschappen. Wiskunde is een vakgebied met brede toepasbaarheid en kent een eeuwenlange verwondering die ze bij beoefenaren en andere geïnteresseerden gewekt heeft. Dat is ons romantische beeld van wiskunde.



Erasmus karakteriseert de wiskundige in Lof der Zotheid (1514) als volgt:

"Zij zien laag neer op het oningewijde gemeen, als zij drie- en vierhoeken, cirkels en andere meetkundige figuren, de een over de andere tekenen en als in een doolhof dooreen laten lopen, vervolgens letters als in slagorde scharen, die ze nu eens op deze, dan weer op gene wijze rangschikken, om zo onervarenen zand in de ogen te strooien."

Met Wiskunde C is een mogelijkheid geopend om niet-bèta's te interesseren voor en succes ervaringen te laten opdoen met mooie wiskunde. Op de Universiteit Utrecht bestaat het vak Wiskunde voor Dichters, Denkers en Doeners dat ook een dergelijk doel beoogt: wiskundige vorming in samenhang met de historische en culturele plaats van wiskunde in wetenschap en maatschappij. Wat is daarvan mogelijk? Hoe reageren leerlingen op experimenten met nieuwe onderwerpen voor Wiskunde C en hoe reageren studenten op Wiskunde voor Dichters? Zowel de experimentele inhouden als de ervaringen ermee zullen aan bod komen.
Uitgangspunt is dat we een benadering van het proces van abstraheren beogen die voor deze doelgroep minder abstract is dan de abstracte benadering die ze eerder in hun schoolloopbaan ervaren hebben. We proberen abstracte begrippen en concrete toepassingen voortdurend te verbinden zonder zand in hun ogen te strooien.

Een GeoGebra-ondersteunde benadering van sinus en cosinus

André Heck

Korteweg - de Vries Instituut voor Wiskunde
Universiteit van Amsterdam
e-mail: a.j.p.heck@uva.nl

Twee manieren om de sinus- en cosinusfunctie te introduceren voeren de boventoon in het voortgezet onderwijs:

- De meetkundige aanpak, waarin de sinus en cosinus van een scherpe hoek gedefinieerd worden als de verhoudingen van lengtes van twee zijden in een rechthoekige driehoek;
- De eenheidscirkel-methode, waarin een hoek betekenis heeft als draaiingshoek en waarin de sinus en cosinus gedefinieerd worden als de horizontale respectievelijk verticale coördinaat van een punt verkregen na draaiing van het punt (1,0) rondom de oorsprong over een gegeven hoek.

Nederlandse wiskundeboeken combineren deze twee methoden. Maar in deze aanpak zijn sinus en cosinus als functies van reële getallen eigenlijk nog niet gedefinieerd. Dit wordt min of meer afgerond door de introductie van radialen. Met deze aanpak zijn de sinus- en cosinusfunctie dan wel geïntroduceerd bij de leerlingen, maar hun grafieken blijven toch een raadsel of een door grafische rekenmachine of wiskundige software geproduceerd object.

Ik bespreek een nieuwe aanpak, die gebruik maakt van de dynamische wiskunde omgeving GeoGebra om de grafieken van sinus en cosinus beter tot hun recht te laten komen. Ik vermijd hierbij een vroegtijdige introductie van draaiingshoek en radiaal, maar start in plaats hiervan met coördinaatfuncties C_n en S_n van de zogenaamde opwindfunctie van een reguliere n-hoek. Dit meetkundige object oriënteer ik altijd dusdanig dat het punt (1,0) halverwege op een verticale zijde ligt. De opwindfunctie beeldt elk positief reëel getal t af op het punt op de regelmatige n-hoek dat bereikt wordt na een wandeling tegen de wijzers van de klok in langs de n-hoek over een afstand t met het vertrekpunt in (1,0). Leerlingen kunnen met pen en papier de grafieken van C_n en S_n bepalen voor kleine n. Voor grote n lijken C_n en S_n sterk op de cosinus en sinus. Door gebruik te maken van GeoGebra kunnen leerlingen op dynamische wijze de grafieken van deze coördinaatfuncties onderzoeken en relateren aan de sinus en cosinus van hoeken in een rechthoekige driehoek.

In deze onconventionele, ICT-ondersteunde introductie van de sinus en cosinus als functie van reële getallen krijgen leerlingen een helder zicht op trigonometrische functies zonder eerst draaiingshoeken en radialen te hoeven bestuderen. Dit is niet louter en alleen een hypothese, maar ook op ervaringen in vwo-klassen met concreet lesmateriaal gebaseerd. Ik bespreek dit lesmateriaal, de essentiële rol die GeoGebra in de leerlijn speelt, resultaten van vakdidactisch onderzoek in de klas, en mogelijkheden die deze aanpak oplevert voor het behandelen van eigenschappen van trigonometrische functies.

Derdegraads vergelijkingen oplossen

Frans Keune

Radboud Universteit Nijmegen, IMAPP
e-mail: keune@math.ru.nl

Voor het oplossen van een kwadratische vergelijking is er een heel oud recept: het kwadraatafsplitsen. Volg je dit recept bij een algemene kwadratische vergelijking, dan leidt dat tot de abc-formule voor de oplossingen van die vergelijking. Voor het oplossen hoef je het recept niet te gebruiken, je hebt immers een formule.

Voor derdegraads vergelijkingen is er ook een recept. Dit is omstreeks 1500 gevonden door Tartaglia (= Nicolo Fontana) en Scipione del Ferro, onafhankelijk van elkaar. Met een substitutie zorg je er eerst voor dat er geen term van graad 2 is. Dat gaat net zo als bij kwadraatafsplitsen. Dan ziet de vergelijking er zo uit:

$$x^3 + px + q = 0.$$

Volg je het recept, dan krijg je de formule van Cardano:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{(\frac{p}{3})^3 + (\frac{q}{2})^2}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{(\frac{p}{3})^3 + (\frac{q}{2})^2}}.$$

Een aantal vragen komen als vanzelf op:

- Is dit een nuttige formule?
- Als je een benadering van een oplossing wilt, doe je dat dan ook zo?
- Waarom leer je hem niet op school?
- Zijn er ook formules voor vergelijkingen van hogere graad?
- Een vergelijking oplossen. Wat betekent dat?

Probeer eens derdegraads vergelijkingen op te lossen met de formule van Cardano. Doe dat met vergelijkingen waarvan de oplossingen voor het oprapen liggen, bijvoorbeeld

$x^3 + x - 2 = 0$ of $x^3 - 7x + 6 = 0$.

Van meetkundige reeks naar Diracfuncties en Fourierreeksen

Joop Kolk

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht
Email: j.a.c.kolk@uu.nl

De analyse is een onderdeel van de wiskunde waarin benadering van een functie door functies met eenvoudiger eigenschappen (ε–δ argumenten) één van de belangrijkste technieken is. Dit leidt dikwijls tot onoverzichtelijke bewijzen die ver verwijderd van de intuïtie lijken te staan. Om de kern van de zaak transparanter en exacter te kunnen benaderen, heeft Laurent Schwartz (Fieldsmedaille 1950) de theorie van distributies ontwikkeld. Distributies zijn een generalisatie van functies, net zoals reële getallen zijn geïntroduceerd om deficiënties van rationale getallen te verhelpen. In mijn voordracht wil ik laten zien dat belangrijke resultaten uit de klassieke analyse op een natuurlijke manier zijn te verkrijgen in het kader van distributies. Maw., het wiskundig begrip wordt hier bevorderd door introductie van een abstractere context.

De voordracht is zo georganiseerd dat nieuwe begrippen zichzelf suggereren in een vertrouwde omgeving. Explicieter: het gedrag van (de som van) de meetkundige reeks is het interessantst op de rand van de convergentieschijf van de reeks, dwz. op de eenheidscirkel in het complexe vlak. Op die cirkel neemt de somfunctie overal eindige waarden aan, behalve in het punt 1.
Nader onderzoek van er wat op de cirkel in de buurt van 1 gebeurt en de eis dat de integraal van een limiet gelijk is aan de limiet van integralen leiden op natuurlijke wijze tot introductie van de "functie" van Dirac, die in 0 de waarde oneindig heeft, in alle andere reële getallen de waarde 0, en waarvan totale integraal gelijk aan 1 is. In de klassieke analyse en in de maattheorie kan zo een functie niet bestaan, maar wel in de distributietheorie. (Van het standpunt van maattheorie is er sprake van een situatie waarin de Gedomineerde Convergentiestelling van Lebesgue niet van toepassing is.)

Verdere uitwerking van deze benadering leidt tot de operatie van Fouriertransformatie werkend op functies, die voor geschikte functies weer een functie oplevert. In het bijzonder vinden we zo de sommatieformule van Poisson, die een identiteit is van enerzijds een oneindige som van functiewaarden en anderzijds een som van waarden van de Fouriergetransformeerde.
Op haar beurt blijkt de sommatieformule een koninklijke weg te bieden tot de theorie van Fourierreeksen. In het bijzonder vinden we zo de omkeerformule van Fourier, die een periodieke functie uitdrukt in haar Fourierreeks. Met andere woorden, de ontbinding van een periodiek signaal in cosinussen en sinussen.
De sommatieformule speelt verder een nuttige rol in de analyse (zij geeft de reeksen van Euler en Leibniz en ook de divergente reek uit de voordracht van J. Spandaw), de getaltheorie, en de bemonsteringstelling van Nyquist—Shannon uit de informatietheorie.

Benaderen van irrationale getallen door "rationale" getallen

Cor Kraaikamp

Technische Universiteit Delft, EWI
e-mail: c.kraaikamp@tudelft.nl

Het is zo alledaags om irrationale getallen te benaderen door rationale, dat we dit nauwelijks meer in de gaten hebben. Wat is e? Volgens de Casio die ik bij de HEMA heb gekocht is e gelijk aan 2.718281828. Maar hoe goed is deze benadering? Meer in het algemeen: hoe goed kunnen we irrationale door rationale getallen benaderen en wat wil "goed" eigenlijk zeggen?

Om deze vragen te kunnen beantwooren zullen we kettingbreuken voorbij laten komen, maar ook de vertrouwde decimale en binaire ontwikkelingen en generalisaties hiervan zoals de ontwikkelingen naar niet gehele basis beta > 1. Verschillende technieken zullen worden gebruikt; uit de getaltheorie, maar ook uit dynamische systemen en ergoden theorie.

Random matrices en het Riemann vermoeden

Arno Kuijlaars

Katholieke Universiteit Leuven
e-mail: arno.kuijlaars@wis.kuleuven.be

Het vermoeden van Riemann is een belangrijk open probleem in de wiskunde. Het is een van de zeven millenniumproblemen van het Clay Mathematical Institute, waar een bedrag van 1 miljoen dollar mee te verdienen valt voor diegene die het vermoeden als eerste kan bewijzen of weerleggen.

Het vermoeden van Riemann zegt dat de niet triviale nulpunten van de zetafunctie zich bevinden op de verticale rechte in het complexe vlak waar de complexe getallen liggen met reëel deel gelijk aan ½. Het al dan niet waar zijn van het vermoeden van Riemann heeft belangrijke gevolgen voor de verdeling van priemgetallen.

Het vermoeden is uitgebreid getest en er zijn (uiteraard) geen nulpunten gevonden buiten de kritieke rechte. De eerste tien miljard nulpunten hebben allemaal reëel deel ½, maar verder lijkt er in de verdeling van de nulpunten op het eerste gezicht weinig regelmaat te schuilen.

Een meer recent inzicht is dat de nulpunten zich gedragen als de eigenwaarden van een grote random matrix. Eigenwaarden van grote Hermitische of unitaire random matrices hebben de karakteristieke eigenschap dat gaten tussen opeenvolgende eigenwaarden niet al te klein kunnen zijn. Er zijn bovendien technieken om de correlaties tussen naburige eigenwaarden precies uit te rekenen. Deze correlaties blijken wonderwel te kloppen met de correlaties tussen naburige nulpunten van de Riemann zeta functie.

In de lezing zal ook ingegaan worden op enkele technieken die ontwikkeld zijn om eigenwaarden van grote random matrices te analyseren. Dit leidt onder andere tot formules met determinanten, orthogonale polynomen en speciale functies.

Traitor tracing

Boris Skoric

TU Eindhoven

e-mail: b.skoric@tue.nl

Het is in de informatica een bekend verschijnsel dat een algoritme soms veel efficiënter gemaakt kan worden als je toestaat dat er een (kleine) kans is op fouten. Een recent voorbeeld is te vinden in het vakgebied van het "forensische watermerken", ook bekend onder de naam "traitor tracing".

Distributeurs van films willen graag in staat zijn om te traceren waar de bron ligt van ongeautoriseerde herdistributie, bijv. op peer-to-peer netwerken. Een van de technologieën die hiervoor ingezet kan worden is digitaal *watermerken*: bij iedere geauthoriseerde ontvanger van de film wordt er een unieke code verstopt in de film, zodanig dat de beeldkwaliteit er niet onder lijdt. Zo'n watermerk is niet eenvoudig te verwijderen. Echter, als een aantal mensen samen (een "coalitie") hun exemplaren van de film vergelijken dan wordt het een stuk makkelijker.

Het ontwerpen en analyseren van coalitie-resistente codes is een niet-triviaal deelgebied van de coderingstheorie. Voor het gemak wordt aangenomen dat er m posities zijn waarin een q-air symbool verstopt kan worden, en dat de coalitie alleen iets kan uitrichten daar waar ze een verschil waarnemen. Deterministische algoritmes, waarbij de code een algebraïsche structuur heeft en gepoogd wordt de coalitie met 100% zekerheid te identificeren, presteren bijzonder slecht: ze kunnen slechts kleine coalities weerstaan, hebben zeer lange codes nodig, of vereisen een groot alfabet ($q>>1$). Een recent niet-deterministisch algoritme is de zgn. *Tardos code*. De code wordt gegenereerd d.m.v. twee gerandomiseerde stappen. Eerst wordt voor iedere positie $j \in \{1,\ldots,m\}$ een vector $\boldsymbol{p}_j \in [0,1]^q$ getrokken uit een verdeling F,

(1) $$F(\mathbf{p}) \propto \prod_{\alpha} p_{\alpha}^{-1+\kappa}$$

met $\kappa>0$ een constante en $\Sigma_\alpha p_\alpha=1$. Daarna wordt voor persoon i het q-aire symbool in positie j (X_{ij}) getrokken volgens de verdeling

(2) $$P[X_{ij} = \alpha] = p_{j\alpha}.$$

Wanneer er een ongeautoriseerde versie van de film opduikt, met daarin watermerk $\boldsymbol{y} = (y_1,\ldots,y_m)$ dan wordt voor idere persoon i een score S_i uitgerekend,

(3) $$S_i = \sum_{j=1}^{m} \begin{cases} \sqrt{(1-p_{y_j})/p_{y_j}} & \text{als } X_{ij} = y_j \\ -\sqrt{p_{y_j}/(1-p_{y_j})} & \text{als } X_{ij} \neq y_j \end{cases}$$

Aan de hand van deze scores wordt bepaald wie de waarschijnlijke daders zijn. Hierbij kunnen, met een kleine kans ε, onschuldige mensen aangewezen worden. Deze procedure is verrassend eenvoudig, maar de analyse van de foutenkansen is lastig. De codelengte m die nodig is om c aanvallers te weerstaan gaat als $m \propto c^2 \ln(1/\varepsilon)$, hetgeen asymptotisch voor $c \nearrow \infty$ het best haalbare schaalgedrag is. De constante hangt af van de *kanaalcapaciteit* die bij de aanval en de code hoort.

In de voordracht zal ik meer vertellen over coalitie-aanvallen en de eigenschappen van de Tardos code.

Hoeveel is oneindig minus oneindig

Jeroen Spandaw

Technische Universiteit Delft, EWI
e-mail: J.G.Spandaw@tudelft.nl

In de wiskundestudie wordt veel aandacht besteed aan convergente reeksen, zoals

$$\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots=\frac{\pi^2}{6}.$$

Divergente reeksen, zoals

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots=\infty,$$

worden na vaststelling van hun slechte karakter meestal genegeerd. Erg jammer, want aan divergente reeksen valt veel plezier te beleven. Natuurkundigen zijn gelukkig wat ruimhartiger in hun omgang met divergente reeksen en integralen. Casimir gebruikte bijvoorbeeld de identiteit

$$1+2+3+\cdots=\frac{1}{0^2}-\frac{1}{12}$$

om een natuurkundig effect te voorspellen. Ik kan me voorstellen dat u wiskundige bezwaren heeft tegen deze identiteit, maar Moeder Natuur is het met Casimir eens: zijn voorspelling is experimenteel bevestigd in het laboratorium! In deze voordracht laten we zien dat de identiteit $1+2+3+\cdots = \infty - 1/12$ ook wiskundig zo gek nog niet is.

Een tweede voorbeeld van de soepele omgang van natuurkundigen met divergentie is de identiteit

$$\infty - \infty = 0.00115965218\cdots.$$

Hoogst dubieuze wiskunde, maar tegelijkertijd een hoogtepunt uit de natuurkunde, want hier staat in wezen de nauwkeurigste theoretische voorspelling uit de gehele natuurkunde! De wiskunde hierachter is verwant met een intrigerende eigenschap van de reeks van Leibniz:

$$4\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots\right)=\pi=3.14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ 83279\ 30288\cdots.$$

Als we de reeksontwikkeling afkappen bij 1/1 000 000, dan vinden we

$$4\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\cdots-\frac{1}{999999}\right)=3.14159\ 06535\ 89793\ 24046\ 26433\ 83269\ 30288\cdots.$$

Zoek de vier verschillen! Als u goed naar de decimalen kijkt, zult u verbijsterd zijn...! In de voordracht zal ik proberen dit fenomeen te verklaren en de link te leggen met de identiteit $\infty - \infty = 0.00115965218\cdots$ uit de natuurkunde.

Cursusgeld

Het cursusgeld bedraagt €95, waarbij de syllabus en de maaltijden zijn inbegrepen.
Voor studenten aan lerarenopleidingen bedraagt het cursusgeld €35.

Aanmelding

Via de website:
http://www.platformwiskunde.nl/onderwijs_vakantiecursus_wiskunde.htm of per post door het aanmeldingsformulier achterin de brochure in te vullen en op te sturen naar:

Platform Wiskunde Nederland
o.v.v. Vakantiecursus 2011
Science Park 123
1098 XG Amsterdam

Tegelijkertijd dient men het cursusgeld over te maken op bankrekening 5864482 van de Stichting Platform Wiskunde Nederland onder vermelding van uw naam en VC2012.

Onze buitenlandse gasten kunnen voor betaling gebruik maken van onderstaande gegevens.

BANK	ING BANK N.V.
BIC	INGBNL2A
IBAN	NL95INGB0005864482

NB. Deze cursus geldt als nascholingsactiviteit
Voor geïnteresseerden is een nascholingscertificaat beschikbaar. Degene die daarop prijs stelt, gelieve dit bij aanmelding te laten weten door invulling en toezending van het formulier, achterin de brochure.

Plaats

Eindhoven: TU Eindhoven, Auditorium Zaal 7, Den Dolech 2

Amsterdam: CWI, Science Park 123, Turingzaal.

Syllabus

De syllabus zal worden uitgereikt bij aankomst op de cursus.

Informatie

Voor nadere informatie over de Vakantiecursus kunt u zich wenden tot het bureau van het Platform Wiskunde Nederland, tel. 020-592 4006 danwel 06-51892525, e-mail: vakantiecursus@platformwiskunde.nl

Contactinformatie

Bureau PWN, 020 – 592 4006; e-mail: vakantiecursus@platformwiskunde.nl;
Coby van Vonderen, 020 – 592 4149, e-mail: Coby.van.Vonderen@cwi.nl;

Platform Wiskunde Nederland, Science Park 123, 1098 XG

Docenten

Prof. dr. J.J.O.O. Wiegerinck, Korteweg-de Vries Instituut voor Wiskunde, Universiteit van Amsterdam, Postbus 94248, 1090 GE Amsterdam

Dr. Michiel Doorman, Freudenthal Instituut, Buys Ballotlaboratorium, Princetonplein 5, 3584 CC Utrecht

Dr. André Heck, Universiteit van Amsterdam, Faculty of Science, Korteweg-de Vries Institute for Mathematics, Science Park 904, 1098 XH Amsterdam

Prof. dr. Frans Keune, Institute for Mathematics, Astrophysics and Particle Physics, Afd. Algebra en Logica, Radboud Universiteit Nijmegen, Heyendaalseweg 135, 6525 AJ Nijmegen

Dr. Joop Kolk, Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht, Budapestlaan 6, 3584 CD Utrecht

Dr. Cor Kraaikamp, Faculteit Electrotechniek, Wiskunde en Informatica, Technische Universiteit Delft, Mekelweg 4, 2628 CD Delft

Dr. Arno Kuijlaars, Departement wiskunde, Katholieke Universiteit Leuven, Celestijnenlaan 200B, bus 2400, B-3001 Leuven (Heverlee)

Dr. Boris Skoric, Technische Universiteit Eindhoven, Faculteit Wiskunde en Informatica, Postbus 513, 5600 MD Eindhoven

Dr. Jeroen Spandaw, Technische Universiteit Delft, Faculteit EWI, Mekelweg 4, 2628 CD Delft

Routebeschrijvingen

TU Eindhoven

Met openbaar vervoer:
NS-station Eindhoven, perron af, rechtsaf en via de uitgang aan de noordzijde naar het busstation. Loop 25 meter schuin naar rechts en je ziet de universiteitsgebouwen liggen op enkele minuten loopafstand. Steek bij de verkeerslichten over en volg het golvend voetpad naar de TU/e-campus.
Het pad aan de rechterzijde van de campus, de Prof. Dr. Dorgelolaan, is geschikt voor rolstoelgebruikers.

Met de auto:
Vanaf alle autosnelwegen naar en rond Eindhoven (A2, A50, A58, A67 en A270) kun je de richting Centrum op de ANWB-wegwijzers blijven volgen, tot Universiteit staat aangegeven.

Parkeren: Op de campus kunt u tegen betaling parkeren.

CWI

Met openbaar vervoer:

- Vanaf station Amsterdam Amstel en station Amsterdam Muiderpoort: bus 40 of bus 240. Zie www.gvb.nl voor meer informatie.
- Vanaf Amsterdam Centraal Station, of Almere, stopt er twee keer per uur een trein via station Muiderpoort op Science Park Amsterdam. Zie www.ns.nl voor meer informatie.
- Vanaf Amsterdam Centraal met tram 9 naar kruispunt Middenweg-Kruislaan en vandaar lopend over de Kruislaan naar het Science Park Amsterdam (ongeveer 1 km).

Met de auto:

- Wanneer u uit de richting Amersfoort komt, neemt u de ring richting Utrecht/Den Haag.
- Wanneer u uit de richting Utrecht/Den Haag/Schiphol/Haarlem of Zaandam komt, neemt u de ring richting Amersfoort. Op de ring neemt u de afslag Watergraafsmeer/S113 (ring Oost). Aan het eind van de afrit volgt u de richting Science Park/Watergraafsmeer. U rijdt dan op de Middenweg.
- Volg vanaf de Middenweg de borden naar Science Park Amsterdam, u komt dan vanzelf op de Carolina Mac Gillavrylaan. Via de rondweg van het Science Park zijn alle bedrijven en instituten te bereiken.
- Aan cursisten die gebruik maken van een navigatiesysteem. De nieuwe straatnaam 'Science Park' kan in enkele systemen nog niet zijn doorgevoerd. U kunt dan intoetsen: Kruislaan 413.

Parkeren: Op het terrein van het CWI is betaald parkeren van kracht. Bij het oprijden moet u een parkeerkaart trekken. U ontvangt van de contactpersoon bij vertrek een uitrijkaart.

AANMELDINGSFORMULIER
VAKANTIECURSUS 2012
De exacte benadering

Ondergetekende,

Naam:

Functie:

Adres:

Postcode:

Woonplaats:

Telefoon:

E-mail:

wenst deel te nemen aan de Vakantiecursus 2012 op de lokatie

Eindhoven op vr. 24 en za. 25 augustus 2012 [ ]

Amsterdam op vr. 31 aug en za. 1 sept 2012 [ ]

en heeft het verschuldigde bedrag van €95,- (dan wel €35,-) overgemaakt (voor rekeningnummer zie pagina 16).

Mijn voorkeur gaat uit naar vegetarisch eten [ ]

Nascholingscertificaat [ ]

Indien van toepassing, hier het adres van de onderwijsinstelling vermelden:

....

Gelieve dit formulier vóór 1 augustus 2012 te sturen naar:

Platform Wiskunde Nederland
o.v.v. Vakantiecursus 2012
Science Park 123
1098 XG Amsterdam

NASCHOLINGSCERTIFICAAT
VAKANTIECURSUS 2012
De exacte benadering

Naam:

Voornamen (zonder afkortingen):

Geboortedatum:

Geboorteplaats:

Gelieve dit formulier vóór 1 augustus 2011 te sturen naar:

Platform Wiskunde Nederland
o.v.v. Vakantiecursus 2012
Science Park 123
1098 XG Amsterdam