Een approximatief model van de dyadische solenoïde

Van Dantzig 2000

Naar aanleiding van David van Dantzigs 100ste geboortedag op 23 september 2000 organiseerde het landelijk werkcontact Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wiskunde het Symposium Uitbeelden in wiskunde *op 22 september 2000 in Amsterdam, in de aula van de UvA. Hier was Van Dantzigs model van de dyadische solenoïde te zien. Onderstaande uitleg is verzorgd door prof. W.T. van Est.*

De *dyadische solenoïde* is op topologische equivalentie na de doorsnede van een rij inééngelagerde massieve tori T_0, T_1, T_2, ... in de ruimte, waarbij iedere T_{i+1} in zijn voorganger T_i tweemaal rondloopt (zonder zelf-doorsnijdingen) en waarbij de "dikte" van de T_i naar nul gaat voor toenemende i.

De bijgaande toelichtende figuur (zie ommezijde) voor het geëxposeerde model geeft aan hoe deze dalende rij van tori geconstrueerd is.

De grote met 0 gemarkeerde cirkelschijf D_0 denke men zich gewenteld om een buiten D_0 gelegen as in het vlak van tekening.

Aldus ontstaat de massieve torus T_0.

De met 1 gemarkeerde cirkelschijf D_1 draait tegelijkertijd met halve hoeksnelheid om het middelpunt van D_0, zodat hij pas na twee omwentelingen van D_0 weer op zijn oorspronkelijke plaats terechtkomt. Dit levert de massieve torus T_1 die zonder zelf-doorsnijdingen tweemaal in T_0 rondloopt.

Binnen D_1 ligt de schijf D_2 die op zijn beurt binnen D_1 ronddraait met een nogmaals gehalveerde hoeksnelheid, zodat hij pas na vier omwentelingen van D_0 weer op zijn aanvangspositite terecht komt. Aldus is de torus T_2 ontstaan. Deze stadia zijn in tekening gebracht.

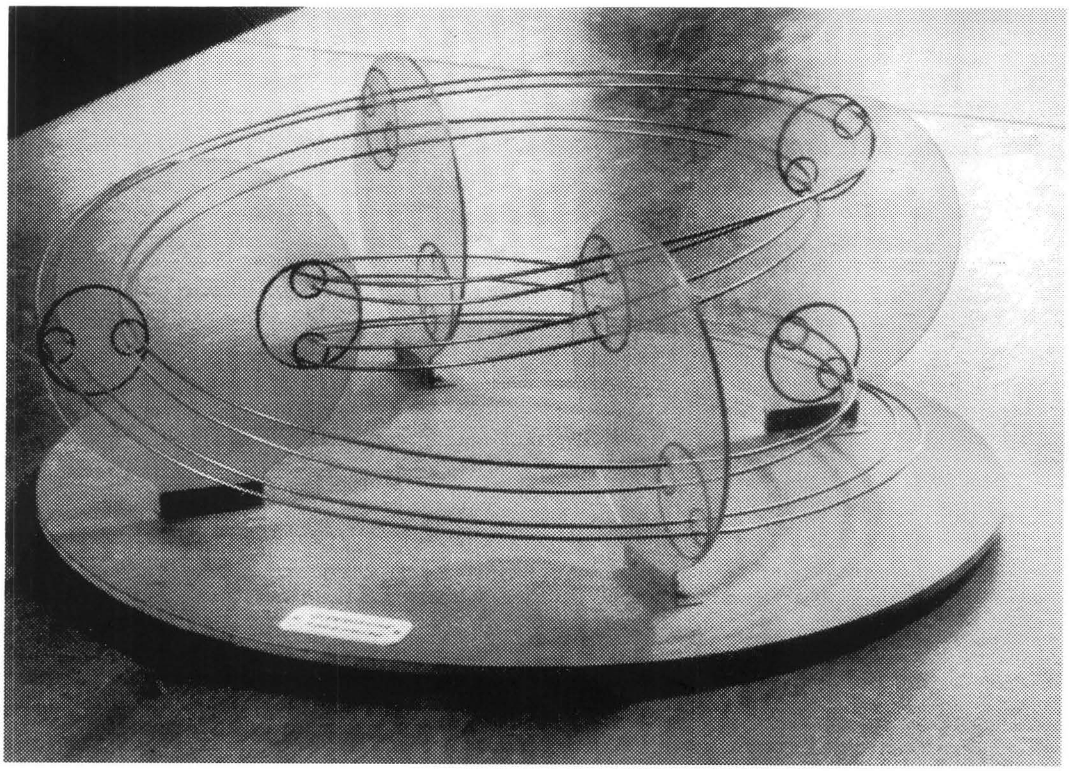
De onderste figuur laat zien hoe D_0 doorsneden wordt door T_1 en T_2. Het moge nu duidelijk zijn hoe de rij (T_i) geconstrueerd wordt.

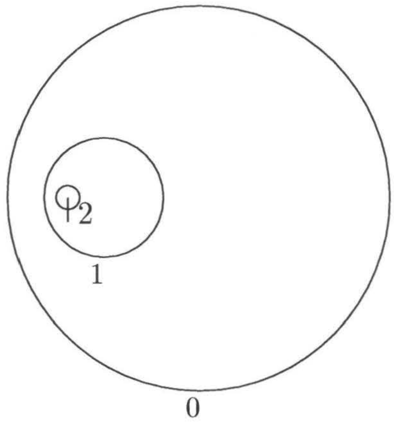
Dit alles is in het geëxposeerde model, waarin nog een derde stap van het constructieproces zichtbaar is, duidelijk te onderscheiden.

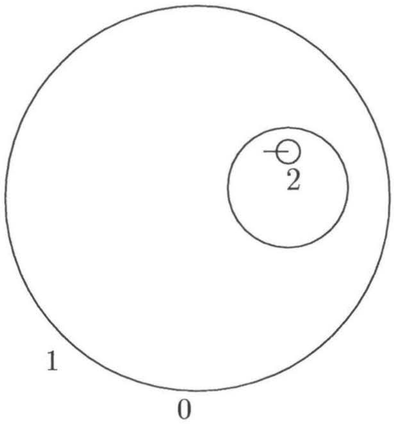
Literatuur

[Dantzig 1930] 'Über topologisch homogene Kontinua', D. van Dantzig. *Fundamenta Mathematicae* **14** (1930), pp. 102–125.

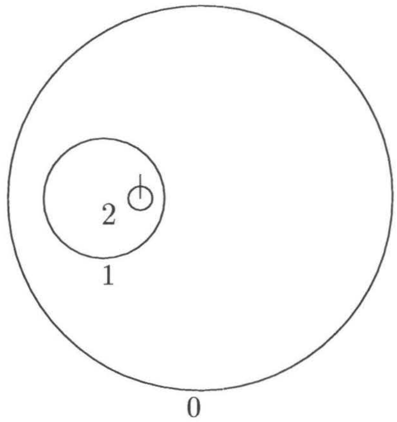
[Vietoris 1927] 'Über den höheren Zusammenhang kompakter Räume...', L. Vietoris. *Mathematische Annalen* **97** (1927), pp. 454–472



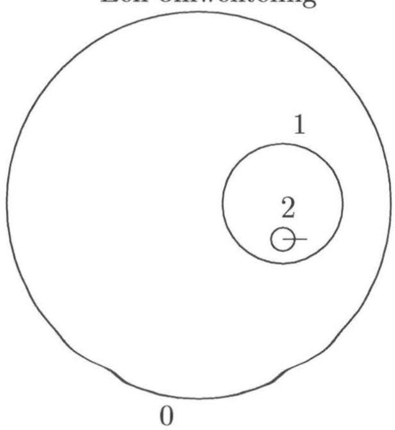




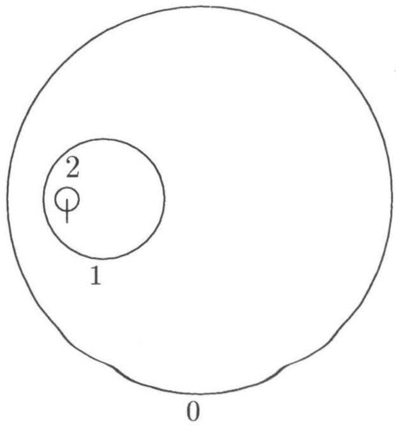
Een omwenteling



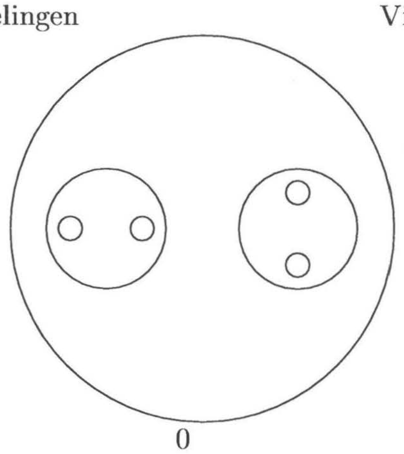
Twee omwentelingen



Drie omwentelingen



Vier omwentelingen



dwarsdoorsnede
T_0, T_1 en T_2