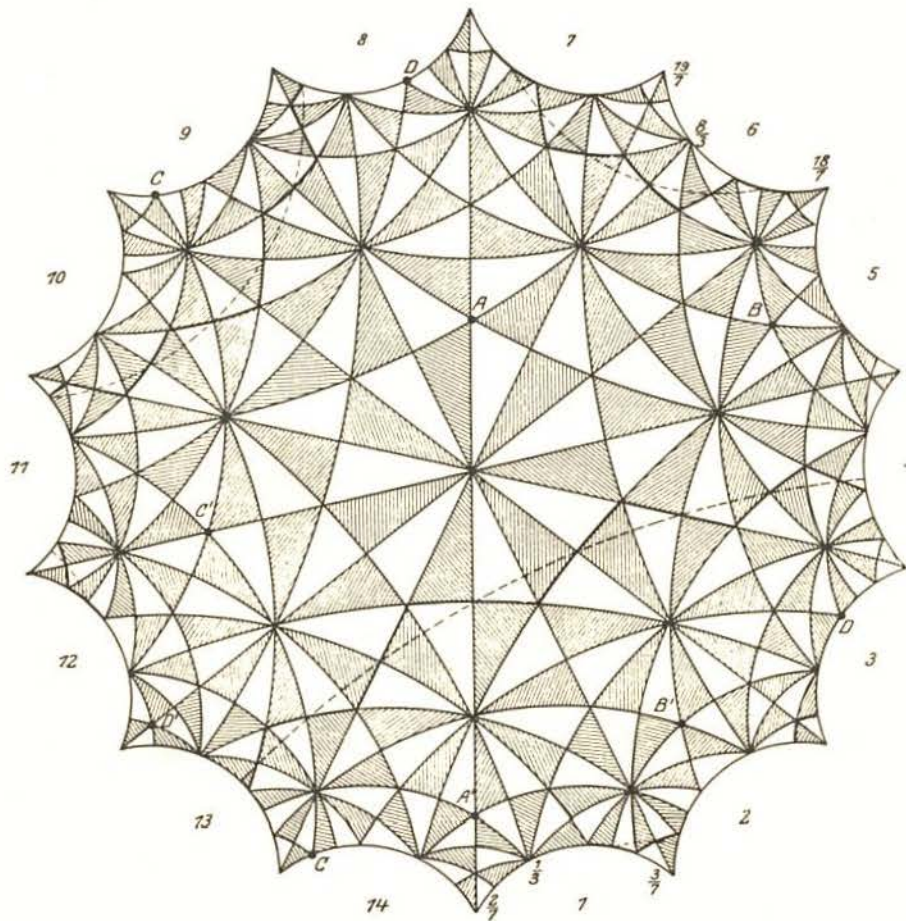


VAKANTIECURSUS 1991

ARCHIEF



MEETKUNDIGE STRUCTUREN



Stichting Mathematisch Centrum

VAKANTIECURSUS 1991

voor leraren in de exacte vakken VWO, HAVO en HBO en andere belangstellenden

De vakantiecursus die de Stichting Mathematisch Centrum in 1991 organiseert heeft als thema:

Meetkundige Structuren

Het zal ook dit jaar een tweedaagse cursus zijn, die zowel in Amsterdam als in Eindhoven zal plaatsvinden.

De cursus te Amsterdam, die bestemd is voor de regio's Noord (Noord en Zuid Holland) en Midden (Utrecht, Gelderland, Flevoland, Overijssel, Drenthe, Friesland, Groningen), wordt gehouden op vrijdag 23, en zaterdag 24 augustus in het CWI, Kruislaan 413 te Amsterdam.

Op vrijdag bestaat de mogelijkheid een warme maaltijd te gebruiken (f 20.--), terwijl op zaterdag de mogelijkheid bestaat te lunchen (f 15.--). Deze kosten dienen tezamen met het inschrijfgeld te worden voldaan.

De cursus te Eindhoven, die gericht is op de regio Zuid (Limburg, Noord-Brabant en Zeeland), wordt gehouden op donderdag 29, en vrijdag 30 augustus in het Rekencentrum van de Technische Universiteit Eindhoven, Den Dolech 2 te Eindhoven.

In Eindhoven is er de gelegenheid om in de kantine te lunchen. De hieraan verbonden kosten dienen ter plaatse te worden voldaan.

Aanmelding voor deelname aan de cursus kan geschieden door het aanmeldingsformulier achter in deze brochure in te vullen en vóór 1 augustus op te sturen.

TEN GELEIDE

De vakantiecursus 1991 met als titel "Meetkundige Structuren" omvat een breed spectrum van onderwerpen, breed naar tijd, dimensie en aard.

Er zijn onderwerpen uit de klassieke oudheid, maar ook uit zeer recente tijd. Elementaire vlakke meetkunde figureert naast een blik (?) in de vierde dimensie. Klassieke onderwerpen worden gevolgd door moderne toepassingen op het gebied van computer en puzzel. In alle voordrachten ligt de nadruk op verbanden, structuren; wellicht nog het meest in de voordrachten met als titel "Symmetrie problemen", resp. "Meetkunde en groepen".

Aangezien in vorige jaren het afwisselen van luisteren met zelfstandig toepassen van het gebodene zeer in de smaak bleek te vallen, wordt deze traditie voortgezet. Ook wordt één voordracht geïllustreerd met een film. U ziet het "Elck wat wils".

Wanneer ik daaraan dan toevoeg dat zeer veel van het gebodene - eventueel door U zelf gefilterd - zeer geschikt is om door te geven aan VWO- en HAVO-leerlingen dan is er m.i. - naast het lezen van deze brochure - niet veel meer nodig om Uw belangstelling te wekken voor deze 45e vakantiecursus van het Mathematisch Centrum, waarvoor U bij deze van harte wordt uitgenodigd.

A.W. Grootendorst

PROGRAMMA AMSTERDAM

23 en 24 augustus, 1991

VRIJDAG 23 AUGUSTUS

15.00 - 15.30	Ontvangst, Koffie
15.30 - 15.35	Opening
15.35 - 16.20	<i>De meetkundige algebra bij Euclides</i> A.W. Grootendorst , TU Delft
16.20 - 16.45	Pauze
16.45 - 17.30	<i>Rondom de s-formule</i> H.J.A. Duparc , TU Delft
17.30 - 18.30	Warme maaltijd
18.30 - 19.15	<i>Meetkunde en groepen</i> J.H.M. Steenbrink , KU Nijmegen
19.15 - 19.45	Pauze
19.45 - 20.30	<i>Symmetrische problemen</i> M. Hazewinkel , CWI Amsterdam

ZATERDAG 24 AUGUSTUS

10.00 - 10.45	<i>Configuraties en computers</i> J. Simonis , TU Delft
10.45 - 11.15	Pauze
11.15 - 12.00	<i>Puzzels, pariteiten en permutaties</i> J. van de Craats , KMA Breda
12.00 - 13.00	Lunch
13.00 - 13.45	<i>Practische toepassingen</i>
13.45 - 14.15	Pauze
14.15 - 15.15	<i>De vierde dimensie (met film)</i> F. van der Blij , RU Utrecht
15.15 - 15.20	Sluiting

PROGRAMMA EINDHOVEN

29 en 30 augustus, 1991

DONDERDAG 29 AUGUSTUS

10.00 - 11.00	Ontvangst, Koffie
11.00 - 11.05	Opening
11.05 - 11.50	<i>De meetkundige algebra bij Euclides</i> A.W. Grootendorst , TU Delft
11.50 - 12.15	Pauze
12.15 - 13.00	<i>Rondom de s-formule</i> H.J.A. Duparc , TU Delft
13.00 - 14.00	Lunch
14.00 - 14.45	<i>Meetkunde en groepen</i> J.H.M. Steenbrink , KU Nijmegen
14.45 - 15.15	Pauze
15.15 - 16.00	<i>Symmetrische problemen</i> M. Hazewinkel , CWI Amsterdam

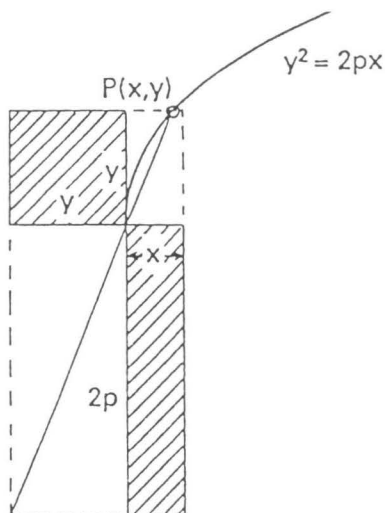
VRIJDAG 30 AUGUSTUS

10.00 - 10.45	<i>Configuraties en computers</i> J. Simonis , TU Delft
10.45 - 11.15	Pauze
11.15 - 12.00	<i>Puzzels, pariteiten en permutaties</i> J. van de Craats , KMA Breda
12.00 - 13.00	Lunch
13.00 - 13.45	<i>Practische toepassingen</i>
13.45 - 14.15	Pauze
14.15 - 15.15	<i>De vierde dimensie (met film)</i> F. van der Blij , RU Utrecht
15.15 - 15.20	Sluiting

De Meetkundige Algebra bij Euclides

A.W. Grootendorst

De ontdekking van het irrationale - bijvoorbeeld gedemonstreerd aan de hand van het feit dat de zijde en diagonaal van een vierkant geen gemeenschappelijke maat hebben - was voor de Grieken tegen het einde van de vijfde eeuw voor Christus, een grote schok. Een mogelijkheid om de daarmee verbonden problemen te omzeilen vonden zij in de zogenaamde "meetkundige algebra". Naast de (natuurlijke) getallen werd het begrip "grootheid" ingevoerd, voorgesteld door een lijnstuk, oppervlakte of inhoud. Hiermee werd meetkundig gerekend. Het product van twee lijnstukken was een oppervlakte; wat wij de wortel uit een grootheid zouden noemen, werd door de Grieken de "zijde" van deze grootheid genoemd, een woord dat overduidelijk de achterliggende gedachtenwereld schetst. Op deze wijze ontstond de "oppervlakte-rekening", ook wel meetkundige algebra genoemd, een term waartegen ook wel bezwaren kunnen worden aangevoerd, zoals de vermaarde historicus van de wiskunde, Dijksterhuis, opmerkte. In deze meetkundige algebra bestond een centraal probleem dat men aanpassing van oppervlakten noemde, te onderscheiden in parabolische, elliptische en hyperbolische aanpassing. Wij vinden deze in het tweede boek van de Elementen van Euclides (circa 300 v. Chr.).

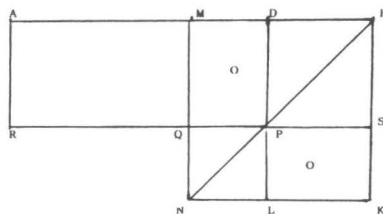


Als eenvoudig voorbeeld is hier genoemd de parabolische aanpassing. Het probleem daarbij is om met een gegeven lijnstuk als zijde (in de figuur $2p$) een rechthoek te construeren die een gegeven oppervlakte heeft (in de figuur dat van een vierkant met zijde y). Wanneer men in de bijgevoegde figuur let op de getrokken diagonaal, spreekt de constructie voor zich zelf. Het meest opmerkelijke is dat het punt P , bij constante p en variabele y , een parabool beschrijft! Tot in de zeventiende eeuw werd de parameter $2p$ van de parabool de "rechtopstaande zijde" (latus rectum) van de parabool genoemd.

Een ander belangrijk aspect van de meetkundige algebra is het formuleren van algebraïsche waarheden in meetkundige terminologie. Bedenk daarbij dat de formele "letteralgebra" eerst in 1591 vastgelegd zou worden door François Viète in diens "In Artem Analyticam Isagoge". De Grieken zouden bezwaarlijk tot een letteralgebra zijn gekomen, daar hun letters (van accent voorzien) concrete cijfers voorstelden. Uiteraard werden algebraïsche waarheden niet alleen meetkundig voorgesteld, maar ook meetkundig bewezen, veelal door "schuiven" met oppervlakten. Doordat de formuleringen geheel verbaal moesten zijn, waren zij niet altijd even doorzichtig. Een voorbeeld uit het tweede boek van de Elementen van Euclides (Propositio 5): "Wanneer een lijnstuk verdeeld wordt in gelijke en ongelijke delen, dan is de rechthoek die omvat wordt door de ongelijke delen van het geheel, tezamen met het vierkant op het stuk tussen de deelpunten, gelijk aan het vierkant op de helft". In formule

$$x \cdot y + \frac{(x-y)^2}{4} = \frac{(x+y)^2}{4}.$$

De volgende figuur bevat het bewijs. Hierbij is het lijnstuk AB verdeeld in de gelijke delen AM en MB en in de ongelijke delen $AD (=x)$ en $DB(=y)$.



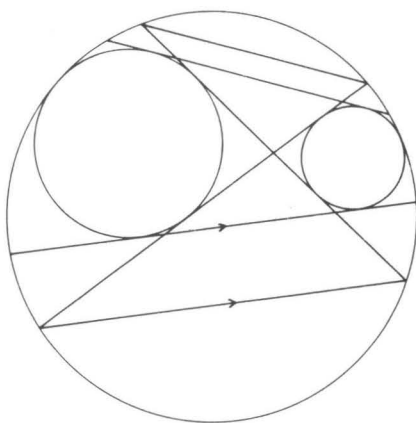
Tot slot zal in deze voordracht het meetkundig oplossen van vergelijkingen worden behandeld.

Rondom de s-formule

H.J.A. Duparc

Het leerplan van het vak meetkunde heeft in de loop der eeuwen met behoud van zijn kerninhoud een aantal accentverschuivingen te zien gegeven. Er is een duidelijk verschil tussen het programma zoals dat in onder meer ons land werd gegeven tot de komst van het VWO in 1968 en de inhoud van de elementen van Euclides. In dat laatste, sterk meetkundig van inslag, drongen geleidelijk meer en meer formules door. Een fraai voorbeeld daarvan is de (overigens bij de Grieken in een geheel andere terminologie geformuleerde) *s*-formule voor de oppervlakte van een driehoek. Daarvan wordt in deze voordracht - in een modern voetspoor van alweer een Griek, Hero van Alexandrië (1e eeuw na Chr.) - een elegante afleiding gegeven. Voorts worden er diverse toepassingen en generalisaties van behandeld, zowel in de planimetrie als in de stereometrie; aan bod komen stellingen van Ptolemaeus, Casey, von Staudt en ondergetekende. Dat daarbij cirkels een rol spelen kan een goed verstaander al uit de titel concluderen.

Het geheel kan interessant zijn zowel voor hen die reeds een aantal van deze zaken hebben ontmoet in de prae-mammoetse wiskunde als ook voor hen die er veel minder mee werden geconfronteerd in het na 1968 gegeven wiskunde-onderwijs.



Groepen en Meetkunde

J.H.M. Steenbrink

Er is een sterk verband tussen meetkunde en groepentheorie. Een meetkunde kan worden beschouwd als een ruimte voorzien van een groep van transformaties; als tweedimensionale voorbeelden kennen we het boloppervlak en het Euclidische vlak, voorzien van hun groepen van isometrieën (de afstandsbewarende afbeeldingen). Op het boloppervlak is iedere isometrie een draaiing of een draaiing samengesteld met een spiegeling ten opzichte van het middelpunt; in het Euclidisch vlak kennen we translaties, rotaties en glijspiegelingen.

De groep van transformaties bepaalt, welke eigenschappen men "meetkundig" mag noemen: het zijn de eigenschappen (van figuren e.d.) die *invariant* zijn onder alle transformaties van de groep in kwestie. Zo is het begrip "gelijkbenige driehoek" zinvol in het Euclidische vlak, maar niet in het affiene vlak, waarvan de transformatiegroep ook elementen bevat (zoals de dilataties) die de lengte van een lijnstuk kunnen veranderen.

Neem in een vlak V een translatie T over een vector $v \neq 0$. Deze brengt een ondergroep Γ van G voort, bestaande uit alle translaties over gehele veelvouden van v . We maken nu een verzameling $C = V/\Gamma$ door in V telkens twee punten te identificeren wanneer ze in elkaar kunnen worden overgevoerd door een element van Γ . Deze kan men opvatten als een "opgerold vlak": de cylinder. Deze heeft lokaal dezelfde eigenschappen als het vlak, maar globaal niet. Zo bestaat er op de cylinder een gesloten kromme die niet tot één punt is samen te trekken.

Laat nu V een ruimte zijn met transformatiegroep G . Dan kan men nieuwe meetkunden construeren die er lokaal precies eender uitzien als V . De algemene constructie gaat op de volgende manier. Definiëer een *dekpunt* van een transformatie g van V als een punt x van V met $g(x) = x$. We zoeken eerst de transformaties zonder depunt. In het Euclidisch vlak zijn dit de translaties en de glijspiegelingen (met uitzondering van de lijnspegelingen en de identieke afbeelding). We kiezen vervolgens een ondergroep Γ van G met de volgende twee eigenschappen: (1) elk niet-triviaal element van Γ is een transformatie zonder depunten, en (2)

voor elk punt x van V bestaat er een $\varepsilon > 0$ zo dat uit $g \in \Gamma$ en $|g(x) - x| < \varepsilon$ volgt dat g de identieke afbeelding is. Dan is V/Γ een ruimte die er lokaal net zo uitziet als V , maar globaal natuurlijk heel andere eigenschappen kan hebben.

Deze visie op de meetkunde is uitstekend verwoord door Felix Klein. Een prettige en concrete manier om er op elementaire wijze mee kennis te maken is het lezen van het fraaie boek "Geometries and groups" van V.V. Nikulin en I.R. Shafarevich, uitgebracht door Springer-Verlag (1987) in de Universitext serie. In deze voordracht zal op de inhoud van dit boek nader worden ingegaan, met name op de klassificatie van meetkundigen die er lokaal uitzien als het Euclidische vlak.

Symmetrische problemen

M. Hazewinkel

Deze voordracht heeft 'symmetrie' van meetkundige figuren en ook van meer abstracte wiskundige structuren als centraal thema. Ik zal aandacht besteden aan de thema's

- Hebben symmetrische problemen altijd symmetrische oplossingen?
- De relaties tussen extremiteit en symmetrie.
- Geboorte en sterfte van symmetrie onder afbeeldingen en veranderingen.
- Symmetrie zonder symmetrie groep.

Beschouw ter illustratie van thema a) de vraag naar het kortste weggennet dat vier steden verbindt liggende op de hoekpunten van een vierkant. De oplossing is hieronder geschetst en is minder symmetrisch dan het probleem.

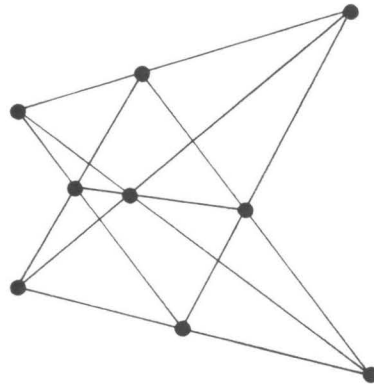


Thema b) wordt bijvoorbeeld geïllustreerd door de stelling dat de cirkel (een hoog symmetrisch object) de gesloten kromme is die het grootste oppervlak omvat. Thema d) wordt geïllustreerd door de beroemde Penrose tiles.

Configuraties en Computers

J. Simonis

Stellingen als die van Pappos en Desargues leveren zekere vlakke figuren met een merkwaardige regelmaat. Zo bestaat de figuur van Pappos uit 9 lijnen en 9 punten zo dat elk punt met drie lijnen en elke lijn met drie punten incident is, een zogenaamde 9_3 -configuratie:



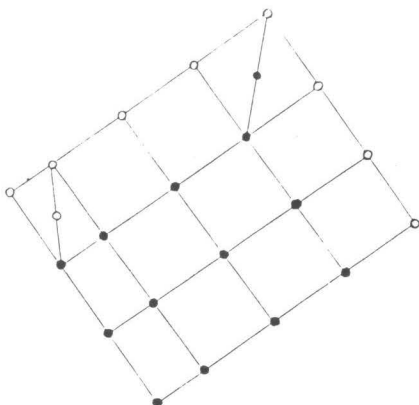
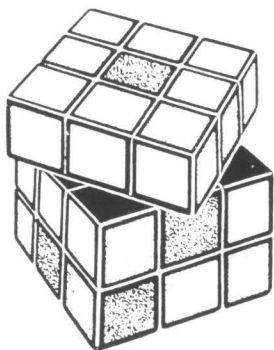
Heel algemeen kan men een incidentiestructuur verzinnen en zich afvragen of een bijbehorende meetkundige figuur bestaat. Dit soort problemen was lange tijd uit de mode en tot voor kort was een citaat als "*Es sei erwähnt das eine Zeitlang die Konfigurationen als das wichtigste Gebiet der ganzen Geometrie angesehen wurden*" (uit "Anschauliche Geometrie" van Hilbert en Cohn-Vossen) ook voor duitssprekende wiskundigen volkomen onbegrijpelijk. De laatste jaren echter hebben de beoefenaars van *computational geometry* in met name configuraties een geschikt exercitieterrein gevonden. Bijvoorbeeld zijn er voor belangrijke klassen van configuraties algoritmen ontwikkeld die existentiebewijzen genereren. Zou er dan toch een koninklijke weg naar de meetkunde bestaan?

Puzzels, Pariteiten en Permutaties

Groepentheorie en de Kubus van Rubik

J. van de Craats

Er zijn nogal wat puzzels waarbij het de bedoeling is om een door draaien of schuiven tot stand gekomen wanordelijke toestand weer in orde te brengen. Sam Lloyd's beroemde '15-puzzel' is daar een voorbeeld van, maar nog veel indrukwekkender is Rubik's Draaikubus, hetzij in de oorspronkelijke vorm, hetzij in een van z'n talrijke varianten. Bij het analyseren van zo'n puzzel komt als vanzelf de combinatoriek om de hoek kijken. En vaak kun je de symmetrieën van de puzzel vertalen in groepentheoretische termen. Zo snijdt het mes aan twee kanten: je kunt de wiskunde gebruiken om de puzzel op te lossen, en je kunt de puzzel gebruiken om abstracte wiskundige technieken aan de hand van concrete, aansprekende voorbeelden te illustreren. We zullen daarvan enige voorbeelden geven.



De Vierde Dimensie

F. van der Blij

Is er ook meetkunde in de vierde dimensie? Hoe moet je je dat voorstellen? Je kunt niet tekenen zoals in het vlak en je kunt geen modellen maken zoals in de ruimte.

Maar veel van onze beschouwingen over meetkunde in de driedimensionale ruimte bedrijven we aan de hand van vlakke figuren, projecties van de ruimtelijke objecten.

Objecten in de vierdimensionale ruimte kunnen we ook projecteren op een driedimensionale ruimte en dan proberen aan de hand van die projecties meetkunde te bedrijven. Tot overmaat van ramp maken we van die driedimensionale projecties dan weer vlakke tekeningen!

Om ons alles iets levendiger voor te kunnen stellen maakte Banchoff een film van een bewegende hyperkubus in de vierdimensionale ruimte. We zien dan op het tweedimensionale filmdoek de vierdimensionale hyperkubus bewegen. We hopen de film tijdens de cursus te kunnen vertonen.

Er zijn veel aardige meetkundige problemen in de vierde dimensie. Twee vlakken snijden elkaar als regel in precies één punt. Kunnen we spreken over loodrechte stand, over de hoek tussen twee vlakken?

Het rijtje driehoek, viervlak wordt voortgezet met simplex, een object met vijf hoekpunten, tien ribben, tien vlakken en vijf driedimensionale zijruimten.

Heeft zo'n simplex een zwaartepunt, is er een omgeschreven hyperbol (de vraag naar de inhoud van de hyperbol is analyse maar toch ook wel leuk), is er een hoogtepunt? Enzovoort. Zijn er behalve een regelmatig simplex en de hyperkubus nog meer regelmatige lichamen in de vier dimensionale ruimte? Ja, er zijn er in totaal zes, de meest ingewikkelde heeft 600 hoekpunten.

Van een kubus kunnen we ook een beeld krijgen vanuit zijn vlakke doorsneden. Nemen we een vlak evenwijdig aan een diagonaalvlak en schuiven we dit door de kubus heen, dan is de doorsnede eerst een lijn, dan een smalle rechthoek, dan een vierkant, dan een rechthoek met zijden die zich als $1 : \sqrt{2}$ verhouden. En daarna speelt zich het proces in omgekeerde volgorde af. Een reeks evenwijdige doorsnijdingen in een richting loodrecht op een lichaamsdiagonaal

laat een punt, een driehoek, een onregelmatige zeshoek, een regelmatige zeshoek zien. En daarna draait de film weer terug.

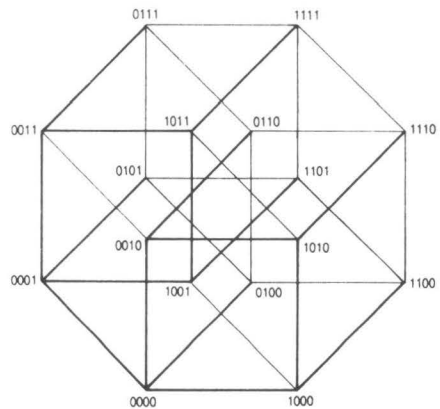
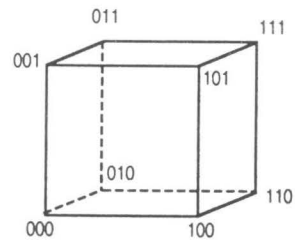
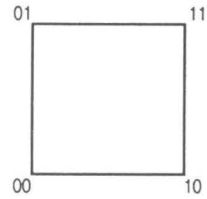
In andere standen geven de doorsneden met een stel evenwijdige vlakken weer iets anders te zien.

Hoe gaat het nu als we een vierdimensionale hyperkubus doorsnijden met een stel evenwijdige driedimensionale ruimten? We kijken even naar een stand loodrecht op de lichaamsdiagonaal. Na een punt komt een regelmatig viervlak, in het midden een regelmatig achthoek.

Hoe gaat het bij andere richtingen? Zouden er generalisaties van de negenpuntsfiguur en de vierentwintigpuntsbol in de vierde dimensie bestaan? Natuurlijk is er een theorie die de classificatie van ellips, hyperbool en parabool van de kwadratische krommen in het vlak voortzet naar de drie- maar ook naar de vierdimensionale ruimte.

We zullen in deze voordracht voor de vakantie cursus lang niet alle voor de hand liggende vragen kunnen beantwoorden, maar we hopen genoeg materiaal te geven waarmee de geïnteresseerde onderzoeker aan het werk kan gaan!

0 1



CURSUSGELD

Het cursusgeld bedraagt f 75.--, waarbij de syllabus is inbegrepen. Dit bedrag is echter exclusief de kosten van maaltijden.

AANMELDING

Door het inschrijfformulier achterin deze brochure in te vullen en op te sturen naar:

Stichting Mathematisch Centrum
T.a.v. Mevrouw M. Bruné
Postbus 4079
1009 AB Amsterdam

BETALING

Na ontvangst van het inschrijfformulier sturen wij u een factuur voor de kosten van deelname en voor de kosten van door u gewenste maaltijden.

PLAATS

Amsterdam: CWI, Kruislaan 413, zaal Z011.
Eindhoven: Rekencentrum van de Technische Universiteit Eindhoven, Den Dolech 2.

SYLLABUS

De syllabus zal worden uitgereikt bij aankomst op de cursus.

BOEKENTENTOONSTELLING

Zoals gebruikelijk zal ook dit jaar weer een boekententoonstelling worden ingericht.

VOORPAGINA

De illustratie op de voorpagina is afkomstig uit: Felix Klein, Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert, Berlin 1926.

INFORMATIE

Voor nadere informatie over de Vakantie-cursus kunt u zich wenden tot mevrouw M. Bruné, tel. 020-5924058

SPEKERS

Prof. Dr. F. van der Blij
(RU Utrecht)
Ruysdaellaan 6
3723 CC Bilthoven
030 - 283168

Prof. Dr. J. van de Craats
(KMA Breda)
Marinus de Jongstraat 12
4904 PL Oosterhout
01620 - 57364

Prof. Dr. H.J.A. Duparc
(TU Delft)
Insulindeweg 26
2612 EM Delft
015 - 121592

Prof. Dr. A.W. Grootendorst
(TU Delft)
Aardbeistraat 11
2564 TM Den Haag
070 - 3232936

Prof. Dr. M. Hazewinkel
(CWI Amsterdam)
Burgemeester S. Jacoblaan 18
1401 BR Bussum
02159 - 37033

Dr. J. Simonis
(TU Delft)
Anemoonzoom 15
2353 RP Leiderdorp
071 - 897471

Prof. Dr. J.H.M. Steenbrink
(KU Nijmegen)
Witsenburgselaan 63
6524 TG Nijmegen
080 - 237322

**AANMELDINGSFORMULIER
VAKANTIECURSUS 1991
MEETKUNDIGE STRUCTUREN**

Ondergetekende,

Naam: _____ Functie: _____

Adres: _____ Telefoon: _____

Postcode: _____ Woonplaats: _____

wenst deel te nemen aan de Vakantiecursus 1991, die zal worden gehouden te

- | | |
|---|---------|
| A. Amsterdam op 23 en 24 augustus 1991 | ja/nee* |
| Deelname aan warme maaltijd (f20,--) | ja/nee* |
| Deelname aan lunch (f15,--) | ja/nee* |
| B. Eindhoven op 29 en 30 augustus 1991 | ja/nee* |
| (lunchen tegen contante betaling in de kantine) | |

Datum:

Handtekening:

Indien de factuur naar een ander adres gestuurd moet worden dan hierboven door u vermeld, kunt u dat hieronder aangeven:

Naam: _____
Organisatie: _____
Adres: _____
Postcode: _____
Woonplaats: _____

Gelieve dit formulier vóór 1 augustus 1991 op te sturen naar:

Stichting Mathematisch Centrum
T.a.v. Mevr. M. Bruné
Postbus 4079
1009 AB Amsterdam

*Doorhalen wat niet van toepassing is

