



Stichting Mathematisch Centrum

J A A R V E R S L A G

'94

Kruislaan 413, 1098 SJ Amsterdam
Postbus 94079, 1090 GB Amsterdam



*Eind 1994 namen de SMC en het CWI afscheid van wetenschappelijk directeur prof. dr. P.C. Baayen.
Foto: Sjoerd Mullender*

De Stichting Mathematisch Centrum (SMC) is een non-profit organisatie met als doel het bevorderen van de systematische beoefening en toepassingen van de wiskunde en informatica.

De SMC wordt gefinancierd door de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO).

Directie

Wetenschappelijk directeur
Prof. dr. P.C. Baayen

Algemeen directeur
Dr. ir. G. van Oortmerssen

Redactie

Bureau SMC

Vormgeving en productie

Facilitaire Dienst SMC

Uitgave

juni 1995

Copyright ©1995 Stichting Mathematisch Centrum

Postbus 94079, 1090 GB Amsterdam

Kruislaan 413, 1098 SJ Amsterdam

Telefoon +31 20 592 9333

Telefax +31 20 592 4199

ISSN 0926-4841

INHOUD

Voorwoord	5
Stichting Mathematisch Centrum algemeen	6
<i>Algemene beschouwing</i>	6
Onderzoeksbeleid	6
Programma's en projecten	6
Management	7
CWI	9
ERCIM	11
Financiën	11
SARA	12
<i>Bibliotheek en Informatiedienst</i>	13
Landelijke Activiteiten Wiskunde	14
<i>Algemeen</i>	14
<i>Enige projectbeschrijvingen</i>	16
Reken- en communicatiecomplexiteit voor preconditioneringsmethoden	16
Statistiek van extreme waarden	20
Inwendige-punt-methoden voor lineaire en niet-lineaire optimalisering	23
Differentiaalvergelijkingen met een langzaam variërende parameter	28
Cykels op algebraïsche variëteiten	33
Verzamelingenleer in modellen voor intuïtionistische logica en typentheorie	36
Mathematische fundering van de thermodynamica	39
Algebraïsche aspecten van differentiaalvergelijkingen	41
Passage door resonantie in adiabatisch variërende Hamilton-systemen	43
De scheve Hopf-bifurcatie	46

Dit deel van het Jaarverslag 1994 Stichting Mathematisch Centrum beschrijft de algemene activiteiten van de Stichting Mathematisch Centrum en de Landelijke Activiteiten Wiskunde.

Het kan besteld worden bij SMC, mevrouw D.C.M. Amende-Konijn, tel. 020-592 4128.

De overige delen van het Jaarverslag 1994 zijn:

- Annual Report 1994 Centrum voor Wiskunde en Informatica (Engelstalig)
- Financieel Jaarverslag 1994 Stichting Mathematisch Centrum
- Sociaal Jaarverslag 1994 Stichting Mathematisch Centrum
- Overview Research Activities 1994 Centrum voor Wiskunde en Informatica (Engelstalig)

<i>Overzicht van lopende projecten</i>	49
<i>Publikaties</i>	56
<i>Academische promoties</i>	61
Bijlagen	62
Bijlage 1: Doelstelling en organisatie	62
Bijlage 2: Beleidsorganen van de Stichting Mathematisch Centrum	64
Bijlage 3: Financiën, personeel en promoties	65

VOORWOORD

Van de vele projecten die de SMC in 1994 – al dan niet in samenwerking met andere instellingen – uitvoerde springen er een paar in het oog: het NS-project – dat ook in de dagbladders uitvoerig werd behandeld –, het mede door SION gefinancierde WINST-project, waarin wiskundigen en informatici de synergie van hun disciplines met succes in praktijk brengen en het project *Computational Steering*, dat het mogelijk maakt op interactieve manier de werking van grootschalige computersimulaties – bij voorbeeld bij het bestuderen van milieuproblemen – zichtbaar te maken.

Voor de Landelijke Activiteiten Wiskunde (LAW) bracht 1994 een toeneming van activiteiten met zich mee. Het aantal *aandachtsprogramma's* steeg van 4 naar 5, terwijl voor een omvangrijk project, *Lie-Theorie en Speciale Functies* en een nieuw aandachtsprogramma, *High-Performance Computing and Networking*, het groene licht werd gegeven. Dit laatste programma past uitstekend in de serie onderzoekprogramma's die op het HPCN-gebied gestart worden of al operationeel zijn – zoals het NWO-prioriteitsprogramma, het nationaal stimuleringsprogramma van EZ en het prioriteitsgebied HPCN van het *Vierde Kaderprogramma*.

Andere gebeurtenissen die voor de SMC van belang zijn, waren onder meer:

- Het wederom grote aantal academische promoties op het gebied van de wiskunde en informatica: 8 medewerkers in de Landelijke Activiteiten Wiskunde en liefst 15 CWI-medewerkers.
- De opheffing van de scheiding van de CWI- en de LAW-budgetten per 1 januari 1994, waardoor de SMC naar eigen inzicht de financiële middelen tussen het CWI en de LAW kan verdelen, waarbij beider belangen tegen elkaar worden afgewogen.
- De instelling van het zogenaamde *Groot Project* als nieuw beleidsinstrument. Aan het al eerder genoemde project *Lie-Theorie en Speciale Functies* werd als eerste project binnen dit kader een subsidie toegekend.
- De honorering door het GB-E van het door de SMC

ingebrachte PIONIER-voorstel *The Geometry of Logic*.

- Het afsluiten van een samenwerkingsovereenkomst tussen het CWI en de onderzoeksschool *Thomas Stieltjes Institute for Mathematics*. Voor 1995 staan meer van dergelijke overeenkomsten op de agenda.

Op het management-niveau voltrokken zich in 1994 enkele belangrijke veranderingen. Per 1 mei 1994 werd dr. ir. G. van Oortmerssen, tot die datum zakelijk directeur, benoemd tot algemeen directeur. Tevens werd, ter verbreding van de basis van het wetenschappelijk beleid, de Wetenschappelijke Beleidsgroep ingesteld; deze bestaat uit de chefs van de wetenschappelijke afdelingen van het CWI en staat onder voorzitterschap van de algemeen directeur.

De SMC nam op 20 december 1994 afscheid van de wetenschappelijk directeur, prof. dr. P.C. Baayen, op een voor hem georganiseerd wetenschappelijk symposium. Daarbij werd hem de onderscheiding *Officier in de Orde van Oranje-Nassau* overhandigd en werd hem naast enige cadeaus in de privé-sfeer de publikatie *From Universal Morphisms to Megabytes: a Baayen Space Odyssey* aangeboden. Door de *Board of Directors* van ERCIM, waarvan prof. Baayen mede-oprichter en eerste President was geweest, werd ter gelegenheid van zijn afscheid de *Cor Baayen Award* ingesteld, nadat hij eerder dit jaar tot *Honorary President* was benoemd. Ruim 35 jaar was prof. Baayen aan de SMC verbonden geweest, sinds 1 september 1980 als wetenschappelijk directeur. In die functie bepaalde hij in belangrijke mate het gezicht van de SMC en het CWI, zowel nationaal als internationaal.

Details van de hierboven geschetste gebeurtenissen zijn te vinden in de onderdelen Algemene Beschouwing en Landelijke Activiteiten Wiskunde. Samenvattend kan gesteld worden dat de SMC een succesvol jaar achter de rug heeft. Het Curatorium dankt al degenen, binnen en buiten de Stichting, die hiertoe hebben bijgedragen.

G.Y. Nieuwland
Voorzitter Curatorium

STICHTING MATHEMATISCH CENTRUM ALGEMEEN

Algemene beschouwing

Onderzoeksbeleid

Het onderzoeksprogramma van de SMC wordt uitgevoerd enerzijds in LAW-verband, en anderzijds op het CWI.

In toenemende mate vindt het onderzoek plaats in grotere verbanden, variërend van bilaterale samenwerkingsovereenkomsten met verwante instituten tot participatie in grootschalige, internationale programma's, zoals bijvoorbeeld die van de Europese Unie (onder meer *ESPRIT*, *Human Capital & Mobility (HCM)*). Bij extern gefinancierde projecten wordt daarnaast in toenemende mate verlangd dat aan het betrokken project wordt deelgenomen door externe – industriële – partners. Deze trend vindt men terug in het huidige onderzoeksprogramma van de SMC (zowel het programma van het CWI als dat van de LAW). De SMC heeft op die ontwikkeling al omstreeks 1990 ingespeeld, onder meer door het instellen van *multidisciplinaire* onderzoeksprogramma's, waaraan diverse onderzoeksgroepen deelnemen. De CWI-programma's *Wiskunde & Milieu* (sinds 1992) en *Multimedia* (in 1991 begonnen) zijn hiervan vroege voorbeelden, evenals het *Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica*. Meer recente voorbeelden zijn het project *WINST* (uitgevoerd in samenwerking met de TUE en de KUN), de *Aandachtsprogramma's* en sinds 1994 het zogenaamd *Groot Project*. Belangrijk uitgangspunt voor het CWI in dezen is de synergie tussen wiskunde en informatica waar mogelijk te bevorderen.

Programma's en projecten

PIONIER

De PIONIER-aanvraag voor het project *The Geometry of Logic*, in 1993 door het Curatorium bij het GB-E ingediend, werd door het GB-E gehonoreerd. De looptijd van het project bedraagt 4–5 jaar. Het project wordt gecoördineerd door dr. I. Moerdijk (UU).

Groot Project

Op voordracht van de Wetenschappelijke Raad werd door de SMC een nieuw beleidsinstrument ingevoerd: *Groot Project*. In het verslagjaar werd kf 200 toegekend aan het project *Lie-Theorie en Speciale Functies*. In september ging dit project van start.

Aandachtsprogramma's, jaarthema's

Aan het einde van het verslagjaar waren de volgende aandachtsprogramma's in uitvoering:

- *Algoritmen in de Algebra (AIDA)*.
- *Rekenintensieve methoden in de stochastiek* (uit de vrije beleidsruimte van NWO).
- *Wiskundige aspecten van niet-lineaire systemen*.
- *Samenwerkingsverband FOM-SMC Mathematische Fysica*.
- *Algebraic curves and Riemann surfaces*. Dit programma ging medio 1994 van start.

In 1995 zal het aandachtsprogramma *High Performance Computing and Networking* van start gaan. Dit aandachtsprogramma zal nauw aansluiten op het NWO-prioriteitsprogramma *Massaal Parallel Rekenen*.

In het verslagjaar werd het centraal jaarthema *Stochastiek* afgerond.

High Performance Computing and Networking

Een belangrijk onderzoeksgebied voor de SMC, tevens een voorbeeld van inbedding in een groter kader, is het onderzoek op het gebied van grootschalig rekenen onder diverse namen als *High Performance Computing and Networking (HPCN)* en *Massaal Parallel Rekenen (MPR)*. Binnen diverse verbanden verricht de SMC op dit gebied onderzoek (of bestaan voornemens):

- Het NWO-prioriteitsprogramma *Massaal Parallel Rekenen* en de proefprojecten.
- Het nationale HPCN-programma met als speerpuntgebieden *Complexe Reactieve Systemen* en *Computational Fluid Dynamics*.

- Binnen het Interdisciplinary Centre for Complex Computer facilities Amsterdam (IC^3A). Dit expertisecentrum voor HPCN werd officieel geopend op 15 februari 1994. Namens NWO heeft de directeur van de SMC zitting in het bestuur van IC^3A .
- Het prioriteitsgebied HPCN van het Vierde Kaderprogramma van de Europese Unie.
- Het LAW-aandachtsprogramma HPCN van de SMC.
- Binnen ERCIM door middel van workshops.

Extern gefinancierd onderzoek

Van toenemend belang voor de SMC, in het bijzonder voor het CWI, is het verwerven van fondsen voor onderzoek buiten het basissubsidie. Enige voorbeelden van externe subsidies zijn:

- Stichting voor de Technische Wetenschappen (STW). Zie de volgende sectie voor meer informatie.
- SION-projecten. In 1994 liepen er er binnen het CWI 18 door SION (mede) gefinancierde projecten. Twee daarvan werden in de loop van het verslagjaar afgerond. In 1994 werden door SION vijf nieuwe projecten toegekend aan het CWI.
- Beleidsruimte GB-E
Aan de SMC is een bedrag toegekend van kf 350 bestemd voor het onderzoek betreffende *Rekenintensieve methoden in de stochastiek*. Voor hetzelfde doel zal voor 1995 en 1996 kf 350 gereserveerd worden. Daarna zal een evaluatie plaatsvinden.
- Proefprojecten *Massaal Parallel Rekenen* (MPR). Bij twee proefprojecten MPR was de SMC betrokken (*Simulation of ocean circulation on parallel computers*, prof. dr. H.A. van der Vorst; *High performance computing in fluid dynamics*, prof. dr. ir. P.J. Zandbergen en prof. dr. ir. P. Wesseling).
- Europese programma's. Zie pagina 9 onder CWI.
- Overige subsidies, zoals *Nationale Faciliteit Informatica*, *Nationale Computer Faciliteiten*.

Stichting voor de Technische Wetenschappen (STW)

In het verslagjaar werd de goede samenwerking tussen de STW en de SMC voortgezet. De functie van Programme Officer, voor zover het wiskunde-onderzoek betreft, berustte bij het Bureau SMC. De Programme Officer is vooral belast met het toezicht op de geregelde en inhoudelijke aandacht van projectleiders, uitvoerders en Gebruikerscommissies voor de utilisatie-aspecten van hun STW-project.

In 1994 werden de volgende projecten beëindigd:

- *Ontwikkeling en implementatie van algoritmen voor*

- het rechtstreeksvervoerprobleem* (prof. dr. J.K. Lenstra, Technische Universiteit Eindhoven).
- *Modelleren en numeriek simuleren van systemen voor het viskeuze sinteren* (prof. dr. R.M.M. Mattheij en prof. dr. ir. H.K. Kuiken, Technische Universiteit Eindhoven).
- *Modeling and simulation of viscous flow with highly deforming boundaries* (prof. dr. R.M.M. Mattheij en prof. dr. G. de With, Technische Universiteit Eindhoven).

In 1994 ging het volgende project van start:

- *Constrained interpolation and approximation using splines in one and two variables* (prof. dr. C.R. Traas en dr. R.M.J. van Damme, Universiteit Twente).

De eerder gehonoreerde projecten zijn:

- *Parameteridentificatie en modelanalyse voor niet-lineaire dynamische systemen* (prof. dr. P.W. Hemker, CWI).
- *Parallel codes for circuit analysis and control engineering* (prof. dr. P.J. van der Houwen, CWI en dr. W.J. Hoffmann, Universiteit van Amsterdam).
- *ACELA - Architecture of a computer environment for Lie algebras* (prof. dr. A.M. Cohen en prof. L.G.L.T. Meertens, CWI).
- *Mathematische modellering van het transport van verontreinigd grondwater* (prof. dr. ir. J. Grasman en dr. M. de Gee, Landbouwniversiteit Wageningen).

Management

De Stichting Mathematisch Centrum (SMC) wordt bestuurd door een Curatorium. Zie Bijlage 2 voor de samenstelling. Het Curatorium laat zich inzake het wetenschappelijk beleid adviseren door de Wetenschappelijke Raad (WR) van de SMC en door de Stichting Informatica Onderzoek Nederland (SION).

In 1994 waren onder meer de volgende punten onderwerp van overleg en besluitvorming.

Directiestructuur

Met ingang van 1 mei 1994 werd dr. ir. G. van Oortmerssen, tot die datum zakelijk directeur, benoemd tot algemeen directeur van de SMC en het CWI. De directie van het CWI wordt ter zake van het wetenschappelijk beleid bijgestaan door de Wetenschappelijke Beleidsgroep (WBG), bestaande uit de chefs van de wetenschappelijke afdelingen.

De SMC nam op 20 december 1994 afscheid van de wetenschappelijk directeur, prof. dr. P.C. Baayen (zie pagina 8).



Prof. Baayen. (a) Tijdens het symposium Dirk Struik 100. Foto: Miente Bakker
(b) Tijdens zijn afscheidsrede. Foto: Edwin de Boer

Afscheid van prof. P.C. Baayen

Op 20 december 1994 namen de SMC en het CWI afscheid van hun wetenschappelijk directeur, prof. dr. P.C. Baayen, die vervroegd met pensioen ging. Ruim 35 jaar was prof. Baayen in dienst van de SMC geweest, waarvan de laatste 14 jaar als directeur. De afscheidsbijeenkomst in het Amsterdamse Hotel Krasnapolsky bestond uit een wetenschappelijk symposium gevolgd door een aantal afscheidsredes en een receptie.

Symposium

Tijdens het wetenschappelijk symposium werden voordrachten gehouden door vrienden en collega's van prof. Baayen: A. Schrijver (UvA en ex-promovendus), D. Scott (Carnegie Mellon), J. van Benthem (UvA) en INRIA-directeur A. Bensoussan. Deze laatste maakte tevens bekend dat de *Board of Directors* van ERCIM besloten had om als hommage aan zijn eerste president – inmiddels tot *Honorary President* benoemd – de *Cor Baayen Award* (een prijs van 1000 ECU) in te stellen voor verdienstelijke ERCIM-onderzoekers.

Onderscheiding

Na het wetenschappelijk gedeelte volgden enige officiële redes. De burgemeester van Breukelen maakte bekend dat zijn plaatsgenoot P.C. Baayen door de

Koningin tot officier in de orde van Oranje-Nassau was benoemd wegens zijn grote wetenschappelijke en maatschappelijke verdiensten. Daarna hield prof. Baayen een afscheidsrede getiteld *Verantwoording bij de Verbreking van een Verhouding*, waarbij hij een uitgebreid exposé gaf over zijn loopbaan bij de SMC, met name over zijn 14 jaar als directeur.

Na de redes van NWO-voorzitter Borgman en Curatoriumvoorzitter Nieuwland (*Mijn wandelingen met Cor Baayen*) kreeg prof. Baayen verscheidene afscheidscadeaus aangeboden, waaronder de publikatie *From Universal Morphisms to Megabytes: a Baayen Space Odyssey*, een 650 pagina's tellend boek met een afscheidsinterview en 38 wetenschappelijke artikelen van CWI-ers en externe relaties.

Na het dankwoord van prof. Baayen volgde een afscheidsreceptie. Die werd door velen benut om de *Baayen-bundel* door zijn naamgever te laten signeren.

Akademiepenning KNAW

Door de KNAW is aan prof. Baayen op voordracht van de sectie Natuurkunde de *Akademiepenning* voor 1995 toegekend. De *Akademiepenning* is een in 1983 ingestelde prijs, die jaarlijks wordt toegekend aan één persoon met een bijzondere verdienste voor de bloei der wetenschappen in Nederland. Op 27 maart 1995 heeft prof. Baayen de penning in ontvangst genomen.

Beleidsnota GB-E

Ten behoeve van de *Beleidsnota 1996 – 2001* van het GB-E werd door de SMC een bijdrage geleverd in de vorm van de notitie *Trends in de Wiskunde* door prof. M.S. Keane. Deze notitie zal als uitgangspunt dienen voor het onderdeel Wiskunde.

Wetenschappelijke Raad (WR)

De WR van de SMC adviseert het Curatorium inzake het te voeren wetenschappelijk beleid van de SMC, met name op het gebied van de wiskunde. Voor de samenstelling van de WR op 31 december 1994 wordt verwezen naar Bijlage 2. De WR kwam in het verslagjaar vier maal bijeen en wel op 19 januari, 18 mei, 7 september en 16 november. De belangrijkste agendapunten waren:

- De beoordeling en goedkeuring van het aandachtsprogramma *High Performance Computing and Networking*.
- De selectie, beoordeling en goedkeuring van het *Groot Project Lie-Theorie en Speciale Funcities*.
- Honorering van de aanvragen voor wetenschappelijke bijeenkomsten.
- De beoordeling en afwijzing van een voorstel voor een Centraal Jaartheme.
- Het Meerjarenplan 1995–1999 GB-E.
- De begroting en planning van wetenschappelijke activiteiten in 1995.
- Investeringssubsidie SMC.
- NWO-beleidsnota 1996–2001.
- Wachtgeld- en uitkeringenproblematiek. Onder meer werden enige aanbevelingen door het GB-E in dezen besproken.
- Het 50-jarig jubileum van de SMC in 1996.
- De continueringaanvragen 1995. Er werden 24 continueringaanvragen (21 oio's en 3 post-docs) voor honorering voorgedragen. Eén aanvraag werd van een negatief advies voorzien. Alle lopende aandachtsprogramma's werden gecontinueerd.
- Bibliotheek SMC.
- Advies over wetenschappelijke aangelegenheden ten behoeve van het GB-E.

Ondernemingsraad

In 1994 werden zeven overlegvergaderingen OR-directie gehouden, alsmede een themavergadering OR-Personeelsdienst over *Human Resource Management* en *Functioneringsgesprekken*. Daarnaast had ook zeer geregeld informeel overleg tussen OR en directie plaats. Onder meer de volgende zaken werden

met de OR besproken:

- Financiële zaken, zoals begrotingen, jaarverslagen en rapportages, besteding geoordeelde subsidies.
- De uitvoeringsregelingen voortkomend uit en verband houdend met de *Collectieve Arbeidsvoorwaarden Regeling*.
- De managementstructuur SMC en CWI.
- De *Beleidsplancyclus*.
- De schaalindeling volgens *BBRA 1984*.
- Bescherming persoonsgegevens.
- ARBO-zaken.
- Verplicht vrije ADV-dagen.

CWI

Voor de verslaglegging van het wetenschappelijk onderzoek van het CWI wordt verwezen naar de delen 2 en 5 van het Jaarverslag: het *Annual Report* en het *CWI Overview Research Activities*.

CWI en onderzoekscholen

Met de onderzoekschool *Thomas Stieltjes Institute for Mathematics* is in het verslagjaar een samenwerkingsovereenkomst afgesloten. Met de onderzoekscholen *DISC (Dutch Institute for System and Control)*, *IPA (Instituut voor Programmatuurkunde en Algoritmiek)* en *EIDMA (Euler Institute for Discrete Mathematics and its Applications)* hoopt het CWI in 1995 een dergelijke overeenkomst af te sluiten.

Europese programma's en netwerken

Het CWI heeft sinds de invoering van de Europese Kaderprogramma's omstreeks 1984 steeds met succes daarin meegedongen (*ESPRIT, RACE, BRIT, SCIENCE, COMETT, HCM*). In 1994 participeerde het CWI in ca. 20 ESPRIT-projecten, w.o. *PYTHAGORAS* (databases), *CAFE* (elektronisch betalen), *MADE* (Multimedia) en *NeuroCOLT (Neural Networks in Computational Learning Theory)*. Voorts participeerde het CWI in ca. 8 HCM-netwerken, waaronder twee ERCIM-netwerken. In 1995 zullen daar twee netwerken bijkomen. Zie het *Annual Report 1994* voor een uitvoeriger overzicht.

Voor het CWI is participatie in het Vierde Kaderprogramma van de Europese Unie van groot belang met het oog op voortzetting van zijn deelneming in Europese projecten en netwerken. In december 1994 werd dit kaderprogramma gepresenteerd.



Dirk Struik tijdens het symposium t.g.v. zijn 100^e verjaardag. Foto: Miente Bakker

Voor het CWI zijn belangrijke onderzoekgebieden in dit programma: Multimedia, Long Term Research en High Performance Computing and Networking. In de loop van 1995 zullen diverse project- en netwerkvoorstellen bij de Europese Commissie worden ingediend.

Presentatiedag CWI in Bedrijf

Ook in 1994 werd een presentatiedag *CWI in Bedrijf* georganiseerd, waarop aan geïnteresseerden, voornamelijk afkomstig uit industrie en overheid, een scala werd geboden van de mogelijkheden die het CWI heeft voor het uitvoeren van onderzoekopdrachten.

Conferenties, workshops, cursussen

Een belangrijk deel van de kennisoverdracht vindt plaats door middel van conferenties, workshops en cursussen, waarvan wij hier enkele noemen:

- *Symposium Dirk Struik 100*. Dit symposium werd op 14 oktober door het *Landelijk Werkcontact Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wiskunde* georganiseerd met steun van de SMC en de KNAW.
- *Summer School Parallel Computing in Fluid Dynamics*. Deze werd in samenwerking met het J.M. Burgerscentrum en de Universiteit Utrecht georganiseerd.
- De jaarlijkse conferenties van enige werkgemeenschappen van de Landelijke Activiteiten Wiskunde.
- De traditionele vakantie cursus voor leraren met als onderwerp dit jaar *Computer-Algebra*.
- De IEEE-workshop *Structure in Complexity*.
- De *Workshop Distributed Algorithms*.
- De *Benelux '94*.

Publikaties

Naast de vele publikaties in tijdschriften, congressverslagen, en dergelijke, verschenen er ook diverse boeken, geschreven door of met medewerking van CWI-onderzoekers. Hier noemen wij de volgende:

- K.R. APT, A. SCHRIJVER, N.M. TEMME (eds.), *From Universal Morphisms to Megabytes: a Baayen Space Odyssey*, een bundel wetenschappelijke publikaties t.g.v. het afscheid van prof. dr. P.C. Baayen op 20 december 1994.
- H.J.A.M. HEIJMANS, *Morphological Image Operators*.
- J.W. DE BAKKER, W.-P. DE ROEVER, G. ROZENBERG (eds.), *A Decade of Concurrency*.
- J. HEERING, K. MEINKE, B. MÖLLER, T. NIPKOV (eds.), *Higher-Order Algebra, Logic and Term-Rewriting*.
- G. TEL, P. VITÁNYI (eds.), *Distributed Algorithms*.

Academische promoties

Behalve het publiceren van onderzoeksresultaten is één van de belangrijkste vormen van kennisoverdracht het kweken van wetenschappelijk kader dat vervolgens een plaats vindt elders in de maatschappij. Veel CWI-medewerkers vervullen een deeltijd-hoogleraarschap, terwijl veel belangrijke posities aan universiteiten worden bezet door voormalige CWI-medewerkers. Een essentieel onderdeel van deze kadervorming vormen de academische promoties van jonge medewerkers. Wat dit laatste betreft was ook 1994 een zeer goed jaar, met maar liefst vijftien promoties van CWI-medewerkers en acht promoties van LAW-medewerkers.



Presentatiedag CWI in Bedrijf. Foto: Frank van de Wiel

ERCIM

Het in 1988 mede door het CWI opgerichte European Research Consortium for Informatics and Mathematics (ERCIM) is in 1994 met twee leden uitgebreid: NTAA-SZTAKI (Hongarije) en SGFI (Zwitserland). Op de Directors Meeting in mei 1994 werd ERCIM-president prof. P.C. Baayen door prof. D. Tschritsis (GMD) opgevolgd. Wegens zijn grote verdiensten voor ERCIM werd prof. Baayen benoemd tot *Honorary President*. Verder werden op deze vergadering twee vice-presidenten benoemd: prof. A. Bensoussan (INRIA) en prof. S. Orphanoudakis (FORTH-ICS). Het consortium telt thans dertien leden, voor het merendeel nationale onderzoekinstellingen op het gebied van informatica en toegepaste wiskunde. Met een totaal van bijna zevenduizend onderzoekers kan en wil ERCIM een vooraanstaande rol spelen bij het sturen en realiseren van het Europese onderzoeksbeleid in de informatietechnologie en toegepaste wiskunde.

Belangrijke activiteiten van ERCIM waren onder meer:

- Workshops met als onderwerpen *High Performance Computing Networking and Communications, Data bases, Computer Graphics, Distributed Computer Environments, Mobile Communications*.
- Het ERCIM Fellowship Programme. Met behulp van het EU-programma Human Capital and Mobility (HCM) zijn voor de ronde 1995 – 1996 thans ca. 20 beurzen beschikbaar.
- Twee HCM-programma's van de ERCIM-

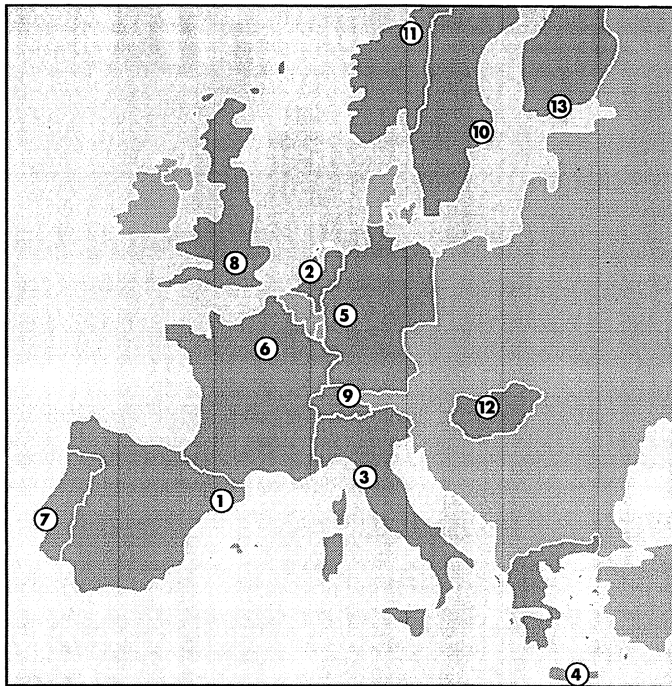
wergroepen Computer Graphics en Databases.

- De instelling van de *Cor Baayen Award*, een prijs voor jonge veelbelovende ERCIM-medewerkers.
- Overige activiteiten, zoals EDGE (*European Distributed Generic Environment*), de publicatie van *ERCIM News*.

Financiën

De exploitatiesubsidie van NWO aan de SMC bedroeg in 1994 f 16 407 000,- voor het CWI en f 3 170 000,- voor de LAW. Daarnaast droeg NWO bij in de investeringen van het Instituut voor een bedrag van f 4 975 000,- waarvan f 3 000 000,- ten laste kwam van de gelden die NWO ontving van de minister van OCW in het kader van NWO-groot (voorheen Intentioneel Apparaat Schema, IAS) alsmede f 1 075 000,- voor ventilatie en topkoeling van het CWI-gebouw. Uit de exploitatiesubsidie van NWO heeft de SMC een bedrag van f 1 145 000,- uitgegeven voor de exploitatie en f 190 000,- voor de investeringen van de Stichting Academisch Reken centrum Amsterdam (SARA). Dit ter financiering van het computergebruik bij SARA door het CWI en door andere met NWO gelieerde instanties en onderzoekers die, door tussenkomst van de SMC, toegang hadden tot de SARA-apparaatuur.

Meer informatie is opgenomen in het Financieel Jaarverslag 1994 van de SMC. Het accountantskantoor Coopers & Lybrand heeft na controle van de financieel-administratieve verantwoording inzake het boekjaar 1994 een goedkeurende verklaring afgegeven.



- ① **AEDIMA** (E)
- ② **CWI** (NL)
- ③ **IEI-CNR** (I)
- ④ **FORTH** (GR)
- ⑤ **GMD** (D)
- ⑥ **INRIA** (F)
- ⑦ **INESC** (P)
- ⑧ **DRAL** (UK)
- ⑨ **SGFI** (CH)
- ⑩ **SICS** (S)
- ⑪ **SINTEF** (N)
- ⑫ **SZTAKI** (H)
- ⑬ **VTT** (SF)

Eind 1994 telde ERCIM 13 leden verspreid over heel Europa

SARA

De Stichting Academisch Rekencentrum Amsterdam (SARA) is in 1970 door de Universiteit van Amsterdam (UvA), de Vrije Universiteit (VU) en de Stichting Mathematisch Centrum (SMC) opgericht ten behoeve van het rekenwerk van deze stichters. Na-

mens de SMC heeft de algemeen directeur ¹ zitting in het bestuur van SARA. Inmiddels heeft SARA naast deze regionale taak ook reeds lang een landelijke taak: zij huisvest de nationale supercomputer. De gebruikscijfers blijken uit het volgende overzicht.

Gebruik 1994 (in MSE)					
	IBM 3090/MVS	IBM 3090/VM	IBM 3090/AIX	Totaal	
UvA	42.59	49.55	69.57	161.71	
VU	39.53	5.46	110.60	155.59	
SMC	5.97	6.94	21.56	34.47	
Totaal	88.09	61.95	201.73	351.77	
Verdeling van het SMC gebruik (in MSE)					
	1994	1993	1992	1991	1990
CWI	0.02	0.02	2.95	1.27	2.30
FOM-instituten, KNAW en NWO	34.45	34.73	38.33	34.64	24.52
Totaal	34.47	34.75	41.28	35.91	26.82

Tabel 1. Jaarcijfers SARA

¹Per 1 januari 1996 zal de SMC niet meer vertegenwoordigd zijn in het bestuur van SARA.

Bibliotheek en Informatiedienst

De bezuinigingen op de uitgaven voor de tijdschriften, die aan het eind van 1992 waren begonnen zijn in het verslagjaar voortgezet. Ook in 1994 zijn ten behoeve van 1995 abonnementen (15) opgezegd om de aanschaf van nieuwe titels mogelijk te maken. Een volledige lijst is gepubliceerd in de *Mededelingen van het Wiskundige Genootschap* van september 1994.

In het verslagjaar kwam de Bibliotheekcommissie zeven maal bijeen. Aan de orde kwamen onder meer het aanschafbudget voor boeken, de automatisering, het bibliotheekplan voor 1995, de taakomschrijving van de Bibliotheekcommissie en de bezuiniging op de uitgaven voor tijdschriften. De wetenschappelijke afdelingen gaven advies inzake de aanschaf van boeken en van abonnementen op tijdschriften. Daarnaast verleenden zij medewerking bij het classificeren van de nieuwe boeken.

Van de mogelijkheid om via het netwerk de catalogus te kunnen raadplegen door zowel medewerkers van het CWI als door derden, één van de belangrijkste lange termijn doelstellingen van de bibliotheek, werd in het verslagjaar druk gebruik gemaakt. De raadpleegmogelijkheid via netwerken door derden accentueert de feitelijke landelijke functie van de bibliotheek. Het uitleenmodule en het bestelmodule van het SIEMENS bibliotheekstelsel werden met ingang van 1994 operationeel. Ten behoeve van het uitleensysteem werden pasjes ingevoerd, die door derden tegen betaling kunnen worden verkregen.

In het verslagjaar werd een bijdrage geleverd aan de WorldWideWeb-pagina's van het CWI. Via dit medium werd de bibliotheekcatalogus ook raadpleegbaar voor gebruikers naast de reeds bestaande *telnet*-mogelijkheid. Voorts kwam onder meer de gebruikersgids elektronisch beschikbaar en werden een aantal elektronische tijdschriften alsmede elektronische inhoudsopgaven van een aantal tijdschriften voor raadpleging aangeboden.

In toenemende mate worden wetenschappelijke rapporten uitsluitend via *file transfer protocol* (ftp) aangeboden in plaats van in de traditionele papieren vorm. Dit houdt in dat ten behoeve van de beschikbaarstelling in de collectie, voor de bibliotheek de wijze van verwerving van deze rapporten verandert en arbeidsintensiever wordt.

Hoewel de bibliotheek nog geen actief deelnemer is van het Amsterdams bibliotheeknetwerk *Adamnet*, werd toch een aantal malen deelgenomen aan het overleg in dit kader. Een van de belangrijkste doelstellingen van *Adamnet* betreft de realisering van het wederzijds online raadplegen van de bibliotheekcatalogi. Voorts is een doelstelling het bevorderen van de samenwerking in de regio. Met de bibliotheken van de Faculteit Wiskunde en Informatica van de Universiteit van Amsterdam en de Bèta-bibliotheek van de Vrije Universiteit, alsmede met een aantal andere bibliotheken in den lande werden uitstekende werkcontacten onderhouden.

Ten behoeve van de informatieverzorging werden door de informatiemedewerker 77 (1993: 85) opdrachten voor het literatuurzoeken in externe databases uitgevoerd. Twee bibliografische bestanden op CD-ROM zijn door bibliotheekgebruikers zelf raadpleegbaar. Het betreft:

- CompactMath (elektronische versie van het *Zentralblatt für Mathematik*) vanaf 1985.
- CompArch (elektronische versie van de *Computing Reviews*) en *ACM Guide to Computing Literature* vanaf 1982.

Na strenge selectie en evaluatie door de wetenschappelijke afdelingen, werden 36 (1993: 40) nieuwe abonnementen aan de collectie toegevoegd. Een aantal titels hiervan behoort tot de lopende tijdschriftencollectie van het Wiskundig Genootschap, die op het CWI is ondergebracht. Van de tijdschriftabonnementen werden er 16 door koop, 12 door ruil en 8 gratis verkregen.

De omvang van de bibliotheekcollectie bedraagt ongeveer 42000 boeken, circa 1400 (1993: 1450) abonnementen op tijdschriften (totale tijdschriftencollectie circa 36000 banden) en circa 115000 wetenschappelijke rapporten.

Ten slotte nam de bibliotheek van de SMC deel in het EC-project *RIDDLE* (Rapid Information Display and Dissemination in a Library Environment). Daarin wordt onderzocht in hoeverre via de automatische opslag van de inhoudsopgave van tijdschriften de informatie over de afzonderlijke bijdragen kan worden ondergebracht in een online catalogus.

LANDELIJKE ACTIVITEITEN WISKUNDE

Algemeen

Inleiding

De Landelijke Activiteiten Wiskunde (LAW) zijn sinds 1981 in de vorm van een aantal werkgemeenschappen en samenwerkingsverbanden onder de hoede van de SMC geplaatst. De Wetenschappelijke Raad (WR) adviseert het Curatorium van de SMC ten aanzien van door NWO gefinancierd onderzoek in de wiskunde en speelt tevens een belangrijke rol bij de ontwikkeling van nieuwe initiatieven zoals aandachtsgebieden, grote projecten en centrale jaarthema's. De WR zal in de komende jaren extra aandacht schenken aan:

- Stimulering van aandachtsprogramma's.
- Advisering inzake het ontwikkelen van het wetenschappelijke beleid van de SMC (innovatie).
- De verhouding met de achterban (beleid voeren ten aanzien van de werkgemeenschappen).
- Beoordeling van onderzoekvoorstellen.

Activiteiten in 1994

Een deel van de activiteiten waarbij de LAW betrokken was, staat beschreven in de *Algemene Beschouwing*. Dit betreft onder meer het volgende:

- Beleidsruimte GB-E.
- Proefprojecten *Massaal Parallel Rekenen*.
- De instelling van het *Groot Project*.
- De persoonsgerichte steunvorm *PIONIER*.

Aandachtsprogramma's

De omvang van een aandachtsprogramma zal gemiddeld 4 à 5 oio- en post-doc-plaatsen bedragen en de duur gemiddeld 4 à 5 jaar. Daarbij zullen eveneens buitenlandse experts en bezoekers worden betrokken. Mogelijke uitgangspunten voor het aanwijzen van aandachtsgebieden zijn:

- Terreinen binnen de wiskunde, die in Nederland nu of in de nabije toekomst als belangrijk worden gezien (als fundamenteel onderzoek, vanwege toepassingsgerichtheid of om maatschappelijke redenen).
- Gebieden binnen de wiskunde waar veelbelovend (jong) talent aanwezig is.

Eind 1994 waren er vijf aandachtsprogramma's in uitvoering:

- *Wiskundige aspecten van niet-lineaire dynamische systemen*.
- *Algoritmen in de algebra*.
- *Rekenintensieve methoden in de stochastiek*.
- *Algebraïsche krommen en Riemann-oppervlakken*.
- *Mathematische Fysica*.

In 1995 zal het aandachtsprogramma *HPCN/MPR* van start gaan.

Centrale jaarthema's

In de loop van 1994 werd het centraal jaarthema *Stochastiek* beëindigd. Voor het academisch jaar 1994/1995 is geen nieuw thema vastgesteld.

Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica

De SMC zal het in 1992 gestarte samenwerkingsverband continueren tot 1 januari 1999 en 50% van het jaarlijks budget voor haar rekening nemen. Doordat het samenwerkingsverband over een budget van *kf* 350 per jaar kan beschikken, is het mogelijk dat gemiddeld twee à drie nieuwe projecten per jaar gehonoreerd kunnen worden.

In het verslagjaar werden zeven projecten ingediend. De volgende twee projecten werden gehonoreerd:

- *Renormalization of interacting diffusions* (prof. dr. F. den Hollander, Katholieke Universiteit Nijmegen).
- *Bogoliubov transformations for gauge theories* (prof. dr. P.J. van Baal, Rijksuniversiteit Leiden).

Netwerken

Op het gebied van de wiskunde bestaan sinds 1 september 1991 vijf aio-netwerken die een tweede fase onderzoeksopleiding verzorgen.

Het betreft hier het Landelijk Netwerk Mathematische Besliskunde, het netwerk Systeem- en Regeltheorie, het netwerk Taal, Logica en Informatie, het netwerk Stochastiek en het netwerk Numerieke Wiskunde.

Deze netwerkactiviteiten zijn in het verslagjaar steeds meer door de onderzoekscholen van de wiskunde overgenomen.

Overige activiteiten

De werkgemeenschappen organiseren en coördineren vele onderzoeksactiviteiten, zoals de jaarlijkse meerdaagse conferenties, landelijke colloquia en summer schools. Voorbeelden zijn de Conferentie Nume-

rieke Wiskunde, de Bijeenkomst van Stochastici, de Conference on the Mathematics of Operations Research, Benelux Meeting on Systems and Control, Lie Groups Seminar, Intercity Seminarium Meetkunde, Logic Intercity Seminar, Symposium Mathematische Fysica en het Colloquium History of Computing.

Enige projectbeschrijvingen

Reken- en communicatiecomplexiteit voor preconditioneringsmethoden

Werkgemeenschap	: Numerieke Wiskunde
Project	: Reken- en communicatiecomplexiteit voor preconditioneringsmethoden
Projectleider	: prof. dr. A.O.H. Axelsson
Projectmedewerker	: drs. M.G. Neytcheva
Instelling	: Katholieke Universiteit Nijmegen

Inleiding

Verscheidene preconditioneringsmethoden van optimale of bijna optimale rekencomplexiteit voor elliptische problemen zijn recentelijk ontwikkeld. Dit zijn methoden waarvoor de hoeveelheid rekenwerk per onbekende (gridpunt) in essentie vast is, onafhankelijk van de fijnheid van de discretisatie. De echte complexiteit kan echter, afhankelijk van de gebruikte computerarchitectuur, groot zijn en andere, niet optimale methoden, kunnen efficiënter zijn voor in de praktijk optredende probleemgroottes. Het doel van het onderzoek is het vinden van de echte rekencomplexiteit van verschillende iteratieve oplosmethoden door het afleiden van scherpe eigenwaardenschattingen voor gepreconditioneerde geconjugeerde gradiëntenmethoden met verschillende types preconditioneringsmatrices en verscheidene (gegeneraliseerde) geconjugeerde gradiëntenmethoden. Het onderzoek is gericht op zekere symmetrische, niet-symmetrische en indefiniëte matrixproblemen en de reken- en communicatie-complexiteit voor seriële en enkele typische parallelle computerarchitecturen.

Ontwikkeling van het probleem

Voor veel problemen in de wetenschap is wiskundige modellering gebruikmakend van zeer grote schaalmodellen vaak de enige manier om ze te analyseren en biedt deze een breder toepasbare en meer flexibele aanpak dan traditionele methoden zoals laboratoriumexperimenten en theoretische analyse. Echter, dergelijke problemen kunnen enorme eisen stellen aan computers en software. De grootte van het probleem groeit omgekeerd evenredig met de kleinste afmetingen (als deze uniform worden gebruikt). Als voorbeeld, voor een evolutionair stromingsprobleem in drie ruimtedimensies gebruikmakend van een impliciete tijdstapmethode met een tijdstap van dezelfde orde als de fijnste ruimtestap, $1/n$, groeit het

aantal vrijheidsgraden (onbekenden) als $O(n^4)$. Als we de resolutie van de oplossing willen verbeteren door de roosterafstand te verkleinen, zeg met een factor 10, dan groeit voor een probleem van afmeting $N = O(n^4)$, de rekentijd minstens met 10^4 . Dat betekent, dat voor ongeveer dezelfde rekentijd het verfijnde probleem 10^4 meer rekenkracht nodig heeft en een zorgvuldig gekozen algoritme.

De gecombineerde vooruitgang in hardware en software beide met een factor $10^4 - 10^8$ over de laatste 30 jaar opent de mogelijkheid om zelfs de meest veeleisende meerdimensionale problemen op te lossen. Massaal parallelle computersystemen, beschikkend over duizenden processoren zijn wettelijk geworden. We kunnen nu dus hopen dat we in staat zijn om meer gedetailleerde wiskundige modellen te testen met miljoenen onbekenden, d.w.z. afmetingen waarbij de modellen interessant en nuttig worden, bijvoorbeeld met probleemparameters dichtbij singuliere punten waar de hoge resolutie van het model van het grootste belang is. Maar dit stelt ook hoge eisen aan de te gebruiken oplosmethoden.

Algemeen kan men zeggen dat het wiskundig model het originele probleem vertaalt naar een discreet probleem. Dit kan geschreven worden in de vorm van een lineair (of niet-lineair) stelsel van vergelijkingen $Ax = b$ waar A een matrix is van orde N en dit stelsel moet opgelost worden op een bepaald computersysteem. Voor veel problemen in 'scientific computing' is de matrix A ijl.

Voor dergelijke grootschalige problemen met ijle matrices zijn directe oplosmethoden niet toepasbaar vanwege de enorme hoeveelheid geheugen en rekentijd die deze vereisen. Iteratieve oplosmethoden zijn dan ook de enige realistische mogelijkheid.

Iteratieve methoden kunnen efficiënter zijn dan directe methoden omdat ze hoofdzakelijk uit *matrix* \times *vector* operaties bestaan. De belangrijkste

factor wordt dan de convergentiesnelheid en de klassieke techniek om deze te versnellen is het gebruik van een geschikte preconditioneringsmatrix. Een goede preconditioneringsmatrix moet de volgende hoofdeigenschappen hebben:

- Het aantal iteraties nodig voor convergentie in de gepreconditioneerde methode moet onafhankelijk zijn van het aantal onbekenden.
- De rekencomplexiteit van de gepreconditioneerde methode moet van dezelfde orde zijn als van de onpreconditioneerde methode. Het zoeken naar goede preconditioneringstechnieken heeft geleid tot een grote hoeveelheid van preconditioneringsmatrices.

Indien men beschikt over een (massaal) parallelle computer wordt de keuze van de iteratieve oplosmethode en preconditioneringsmatrix sterk beïnvloed door de interprocessor communicatiekosten, d.w.z., de tijd nodig voor het uitwisselen van data tussen verschillende processoren tijdens het iteratieproces. Er is al veel aandacht besteed aan het vinden van preconditioneringsmatrices die efficiënt geïmplementeerd kunnen worden op parallelle systemen. Maar het onderzoek lijkt zich tot nu toe hoofdzakelijk gericht te hebben op het verkrijgen van hoge 'megaflop rates' en minder op het echt reduceren van de rekentijd.

Probleemstelling en uitwerking

Het hoofddoel van dit project is het vinden van betrouwbare criteria voor het selecteren en construeren van een goede preconditioneringsmatrix voor een gegeven klasse van problemen gericht op het bereiken van maximale efficiëntie van de oplosmethode op seriële of parallelle computersystemen.

In het project wordt alleen gekeken naar iteratieve oplosmethoden. Deze kunnen middels het volgende algemene schema worden beschreven:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \tau(A\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{b}), \mathbf{x}^{(0)} \text{ gegeven}, \quad (1)$$

of een soortgelijk schema gebruikmakend van vectorinproducten zoals in de geconjugeerde gradiëntenmethode. Een stap in de bovenstaande procedure duiden we aan met een iteratie en deze wordt herhaald tot aan het convergentie criterium is voldaan.

De methode wordt gepreconditioneerd als, in plaats van $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, het stelsel $M^{-1}A\mathbf{x} = M^{-1}\mathbf{b}$ wordt opgelost, voor een geschikt gekozen matrix M . Het iteratieschema wordt dan:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \tau M^{-1}(A\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{b}). \quad (2)$$

Relatie (2) onthult de gewenste eigenschappen van de matrix M , namelijk:

- Hoe beter M A benadert, des te sneller convergeert de methode naar de exacte oplossing. Het best bereikbare is dat het spectrale conditie getal $\kappa(M^{-1}A)$ van orde één ($O(1)$) is.
- Omdat in iedere iteratie in de gepreconditioneerde methode een oplossing van een stelsel met M optreedt moet dit substantieel goedkoper zijn dan de oplossing van een stelsel met A zelf. Optimaal in dit geval is als de rekenkosten voor de oplossing van een stelsel met M evenredig is met het aantal onbekenden.

Gepreconditioneerde methoden die beide eigenschappen bezitten noemen we *optimaal*.

Het hoofddoel van dit onderzoek is het nauwkeurig schatten en vergelijken van de rekencomplexiteit van verscheidene gepreconditioneerde oplossingsmethoden voor een aantal numerieke problemen in 'scientific computing'. Centraal is daarbij het oplossen van grote ijle lineaire stelsels van vergelijkingen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ met een zekere structuur. Hier kan de matrix A symmetrisch positief definitief zijn, maar ook nietsymmetrisch, indefinitief en/of bijna singulier. Voor dit soort problemen zijn een aantal optimale methoden bekend – de klassieke multigrid (MG) methoden (N.S. Bakhvalov, A. Brandt, W. Hackbusch), de algebraïsche multigrid (AMG) methoden (A. Brandt), two-level and multilevel versions of the hierarchical basis functions method (R. Bank/T. Dupont, O. Axelsson/I. Gustafsson, H. Yserentant, P. Vassilevski), de algebraïsche multilevel iteratie (AMLI) methoden (O. Axelsson, P. Vassilevski) en enkele versies van domein decompositie (DD) methoden (M. Dryja, O. Widlund en anderen).

Tijdens het project is er gewerkt in twee hoofdrichtingen.

De eerste is een studie naar de rekencomplexiteitsaspecten voor verschillende klassen van matrices. De doelmethode, de AMLI methode, is in het bijzonder gedetailleerd bestudeerd. Deze is toegepast op een aantal (twee-dimensionale) problemen, zoals

- Problemen met discontinue coëfficiënten:

$$-\nabla(k\nabla u) = f, k \text{ discontinu};$$

- Anisotropie: $-\varepsilon_1 u_{xx} - \varepsilon_2 u_{yy} = f, \varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$;

- Problemen met indefiniete en bijna singuliere stelsels, bijvoorbeeld als men de inverse shifted machtsmethode toepast in de context van een generaliseerd eigenwaardeprobleem;

- Stationaire Stokes probleem:

$$-\nu\Delta\mathbf{u} + \text{grad}p = \mathbf{f}, \text{div}\mathbf{u} = 0;$$

- Convectie-diffusie-problemen met een potentiaalvectorveld:

$$-\varepsilon\Delta u + \phi_x u_x + \phi_y u_y = f.$$

De AMLI preconditioneringstechniek heeft zijn optimaliteitseigenschappen bevestigd zowel wat betreft de convergentiesnelheid als de rekencomplexiteit op seriële computers. Figuur 1 illustreert een goede grenslaag resolutie voor een convectie-diffusie probleem met een potentiaal vectorveld, bereikt middels een niet al te kleine grootte van de discretisatieparameter h , in dit geval $h = 0.0156$.

De tweede hoofdrichting is het bestuderen van de invloed van een massaal parallel computersysteem met gedistribueerd geheugen op de keuze van iteratieve oplosmethode en preconditioneringsmatrices voor zekere klassen van matrices.

Als een massaal parallel computersysteem gebruikt moet worden dan legt dit extra eisen op aan de oplossingsmethode, namelijk, (a) de methode moet alle voorhanden zijnde processoren kunnen benutten, en zo min mogelijk processoren niets laten doen en (b) de communicatietijd, nodig voor het uitwisselen van informatie tussen de processoren moet begrensd zijn, zodat de communicatie niet de berekeningen gaat overheersen.

Als eerste heeft het onderzoek de volgende vraag beantwoord, gesteld in het project: 'kan een eenvoudige, niet-optimale methode efficiënter zijn op een parallele machine dan een optimale methode?' Het antwoord is 'nee'. Gegeven het feit dat een eenvoudige methode geen globale uitwisseling van informatie nodig heeft doen ze het beter met betrekking tot conditie (b). Sommige preconditioneringen zoals bijv. diagonale schaling, worden soms wel 'beschaamd parallelliseerbaar' genoemd vanwege de grote mate van intern parallellisme. Aan de andere kant, door dit zelfde feit (het gebrek aan globale uitwisseling van data) convergeren deze methoden zeer langzaam en ze zullen uiteindelijk langzamer zijn zelfs dan een optimale methode lopend op één processor.

De optimale methoden, boven genoemd, vereisen wel globale uitwisseling van data tijdens het oplosproces en dit is een essentieel ingrediënt voor de optimale convergentiesnelheid. De praktijk leert, helaas, dat de rechtstreekse implementatie op een parallele computer niet hoeft te voldoen aan (a) noch (b).

Ten tweede, we hebben laten zien dat het bovenstaande conflict, '*nearest neighbour versus global*

communication' op een goede manier in evenwicht kan worden gebracht. In 1994 is een modificatie van een optimale orde methode (AMLI) afgeleid en bestudeerd – de *short AMLI* – zodanig dat deze efficiënt kan worden geïmplementeerd op zowel massief parallele systemen alsmede op seriële systemen.

De sleutelgedachte is om de uitwisseling van globale informatie, welke voor alle multigrid/multilevel methoden opduikt in de vorm van het oplossen van een stelsel op het grofste niveau, te laten plaatsvinden op een grover maar niet op het grofst mogelijke niveau. Op die manier slaan we drie vliegen in één klap. Ten eerste, de globale uitwisseling vindt plaats tijdens het oplosproces waardoor een optimale (of bijna optimale) convergentiesnelheid wordt gewaarborgd. Ten tweede, het grofste niveau wordt behoorlijk fijn gekozen om het stilstaan van processoren te vermijden en om de communicatieafstanden klein te houden. Ten derde, de methode wordt robuuster met betrekking tot verschillende probleemparameters. De theoretische schattingen voor de keuze van het grofste niveau zijn bevestigd door numerieke experimenten op een parallel SIMD-type computersysteem – Connection Machine (CM-2/CM-200) met 256 processoren. Tabel 1 is een illustratie van het gedrag van drie preconditioneringen voor CG, voor het oplossen van een probleem met discontinue coëfficiënten (sprong in coëfficiënt 0.001).

Merk op dat de computertijd voor de korte AMLI methode langzamer groeit dan n^2 voor een $n \times n$ rooster. De AMLI methode is net zo goed toepasbaar op problemen in drie ruimtedimensies.

Verder is in dit project het probleem van de 'schaalbaarheid' van enkele iteratieve oplosmethoden bestudeerd. Het begrip schaalbaarheid is een maat voor de geschiktheid van een combinatie van een parallele machine met een daarop geïmplementeerd algoritme om effectief gebruik te maken van die machine als gelijktijdig het aantal beschikbare processoren wordt vergroot en de probleemgrootte (het aantal onbekenden). Binnen de numerieke gemeenschap, werkend aan parallele berekeningen, is er nog geen algemeen aanvaarde definitie van het begrip schaalbaarheid en men kan dan ook verschillende aanpakken tegenkomen. In het project is schaalbaarheid beschouwd in samenhang met parallele efficiëntie. De parallele efficiëntie is één van de parallele maten, gebruikt om informatie te verschaffen over hoe effectief een parallel systeem gebruikt is in een bepaald rekenproces. Stel dat we een parallel systeem met p processoren beschikbaar hebben.

Grid	PCG (Diag. Prec.)			PCG (full AMLI Prec.)			PCG (short AMLI Prec.)		
	Iter	Tijd	Mflops	Iter	Tijd	Mflops	Iter	Tijd	Mflops
128 ²	505	3.07	64.7	25	3.60	6.7	12	0.88	11.35
256 ²	1027	14.05	115	31	16.53	7.25	12	2.62	16.64
512 ²	2090	81.15	162	40	85.10	7.45	17	9.20	20.87

Tabel 1.

Dan wordt de efficiëntie E_p gedefinieerd door $E_p = \frac{T_1}{pT_p}$, waar T_1 en T_p de totale executietijden zijn voor het oplossen van een gegeven probleem gebruikmakend van één, respectievelijk p processoren. In het ideale geval, $E_p = 1$, zou dit betekenen dat alle processoren voortdurend optimaal benut zijn.

Uit wat eerder is gesteld volgt dat de analyse alleen zinvol is als we een algoritme met optimale complexiteit bestuderen, anders moet T_1 door T_1^* , de kleinst mogelijke computertijd op één processor, vervangen worden.

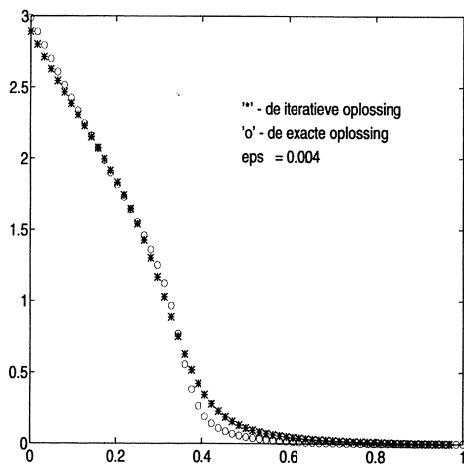
In dit onderzoek is aangetoond dat voor de korte versie van AMLI het mogelijk is om de groei van p (het aantal processoren) als een functie van de pro-

bleemgrootte N te kiezen zodanig dat de efficiëntie nadert tot de optimale waarde één als de probleemgrootte toeneemt.

Het onderzoek is tot nu toe gebaseerd op machines van SIMD-type en op regelmatige roosters. In het toekomstige onderzoek zullen MIMD-machines en onregelmatige roosters worden gebruikt.

Literatuur

O. AXELSSON, M. NEYTCHEVA, Scalable Algorithms for the Solution of Navier's Equations of Elasticity. In *Proceedings of the International Symposium on Mathematical Modelling and Computational Methods*, August 29–September 2, 1994, Prague, Czech Republic. (To appear.)



Figuur 1. Een illustratie van de afwijking in een inwendige laag

Statistiek van extreme waarden

Werkgemeenschap	: Stochastiek
Project	: Statistiek van extreme waarden
Projectleider(s)	: prof. dr. L.F.M. de Haan, dr. J.H.J. Einmahl (TUE)
Projectmedewerker(s)	: L. Peng, A. Sinha
Instelling	: Erasmus Universiteit Rotterdam

Probleemstelling

Een autoband kan op twee manieren kapot gaan: door slijtage of door plotselinge hoge druk (klapband). In het eerste geval is er sprake van een opeenvolging van kleine gelijksoortige verstoringen en in het tweede van één uitzonderlijk grote verstoring. Nog een verschil is dat alleen in het tweede geval, wanneer de hoge druk niet resulteert in een klapband, er verder geen schade is. Als de grootte van de verstoringen in beide gevallen als onvoorspelbaar (stochastisch) beschouwd kan worden, kan slijtage beschreven worden via de theorie van optelling van stochastische effecten (centrale limiettheorie – de normale verdeling). In het tweede geval echter heerst de stochastische extreme-waardentheorie: men is geïnteresseerd in de kanstheoretische beschrijving van de grootste van een aantal schokken in bijvoorbeeld een bepaald tijdsinterval.

Wat is nu het probleem? De fabrikant (of de overheid) wil de banden redelijk schokbestendig maken, dat wil zeggen, hij eist dat de kans op falen van de band na k stochastische schokken maximaal p is, een klein getal. De vraag kan nu bijvoorbeeld zijn of de geproduceerde banden aan deze eis voldoen.

We merken allereerst op dat zonder probleem $k = 1$ genomen kan worden (door herdefiniëren). Vaak is de kansverdeling van de schokken onbekend. We moeten dan onze toevlucht nemen tot proberen. Stel dat alleen één kenmerk van de banden (bijvoorbeeld dikte) ertoe doet. Als maar een voldoende aantal banden getest wordt, is het vaststellen van de kwaliteitgrens geen probleem. Wat hier in feite gebeurt, is het schatten van een kwantiel van de kansverdeling (inverse van de verdelingsfunctie in een bepaald punt) door middel van een steekproefkwantiel, dat wil zeggen door middel van de inverse empirische verdelingsfunctie.

In andere situaties is dit echter niet mogelijk. Denk eens aan de veiligheid van een vliegtuig of aan onze eigen zeedijken (de schokken zijn hier hoge waterstanden ten gevolge van storm en getij).

De extreme-waardenmethode

In het geval van de kustverdediging beschikken we over een verzameling waarnemingen, de hoogwaterstanden gedurende ongeveer 100 jaar. De regering echter wil dat de kans op overstroming beperkt blijft tot één op 10.000 per jaar. Het is dus duidelijk dat de dijk hoger moet zijn dan de hoogste waarneming, maar niet hoeveel hoger. Om voor deze kleinere kansen toch de inverse van de empirische verdelingsfunctie te kunnen bepalen, moet aan die functie bij de hogere waarnemingen een gladde functie aangepast worden die geëxtrapoleerd kan worden. Men kan aantonen dat een beperkte klasse parametrische functies voor deze aanpassing geschikt is. Deze hangen af van één reële parameter (een krommingsparameter), plus een verschuivings- en een schaalparameter. Deze drie parameters kunnen met behulp van het gemiddelde en het kwadratisch gemiddelde van de hogere waarnemingen geschat worden. De drie figuren illustreren deze aanpassing en het daarmee geschatte hoge kwantiel in het geval van de hoogwaterstanden bij Vlissingen (merk op dat de verticale as logaritmisch genomen is). De horizontale as is in centimeters + NAP.

Men kan bewijzen dat deze schattingsprocedure, wanneer het aantal waarnemingen onbeperkt toeneemt, de werkelijke waarde willekeurig dicht benadert; bovendien kunnen we een schatting geven van de nauwkeurigheid van de procedure. We kunnen dus

1. Bij een gegeven kleine kans een schatting van het niveau geven dat met die kans overschreden wordt (het schatten van hoge kwantielen) en ook
2. Bij een gegeven hoog niveau een schatting van de kans geven om dat niveau te overschrijden (het staartschatten).

Het eerste is van belang in verband met het ontwerp van structuren (hoog gebouw, brug, vliegtuig) en het tweede in verband met het beoordelen van de betrouwbaarheid van bestaande structuren.

De Nederlandse inbreng in dit onderzoek is van essentieel belang.

Het onderzoekproject

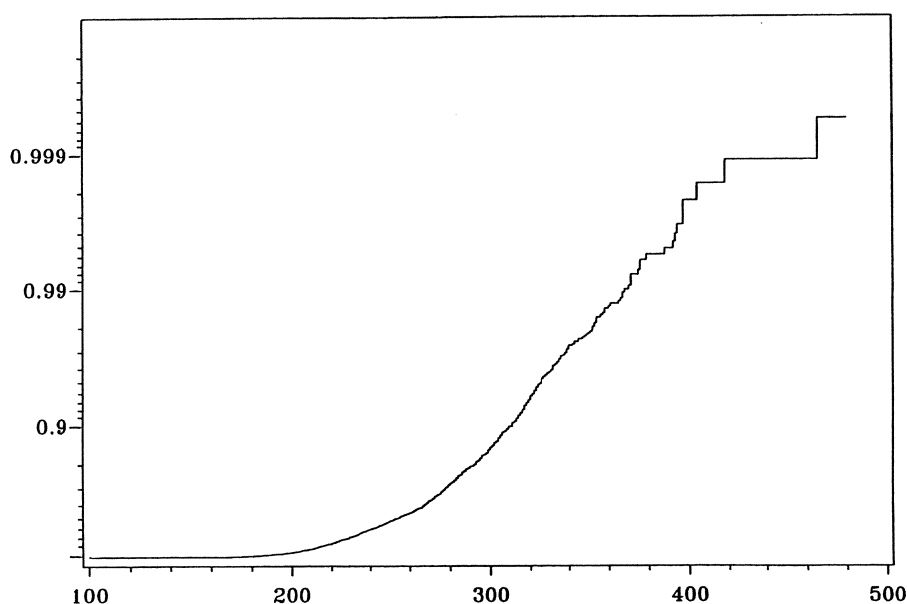
De theorie achter de boven geschetste procedure is sinds enige jaren in grote trekken in een wiskundig bevredigende vorm gebracht, al zijn er nog een aantal netelige problemen die om een oplossing vragen. De aandacht is nu verschoven naar hoger-dimensionale problemen die een eigensoortige probleemstelling hebben. Meerdimensionale aspecten komen naar voren bijvoorbeeld bij overstromingen op verschillende plaatsen langs een rivier, bij het gecombineerde effect van waterhoogte en golfslag op een zeewering of bij extreme risico's wanneer men een beleggingsportefeuille samenstelt.

De analyse van het meer-dimensionale probleem valt uiteen in het schatten van de marginale kansverdelingen (dat hierboven geschetst is) en het schatten van de asymptotische afhankelijkheidsstructuur. Voor het laatste hebben we verschillende methoden bedacht. Twee methoden worden hier kort besproken. Bij de eerste methode wordt de afhankelijkheidsstructuur in de waarnemingen (na een –stochastische– normering die de marginalen in een standaardvorm brengen) geschat via de empirische verdelingsfunctie, uitgerekend met behulp van alleen de hogere waarnemingen. Bij de tweede methode wordt uitsluitend met de vector van margi-

nale rangnummers van de waarnemingen gewerkt. Deze methode is eenvoudiger toe te passen omdat de reductie tot standaardmarginalen nu niet nodig is. Toch zitten hier weer andere haken en ogen aan. De beschreven methoden zijn niet-parametrisch. Sommige vakgenoten werken wel met parametrische modellen voor de afhankelijkheidsstructuur. Het is mogelijk voor beide schattingsmethoden consistentie en asymptotische normaliteit te bewijzen. Deze schattingen kunnen vervolgens gebruikt worden voor staatschatten en het schatten van hoge kwantielen (zie de inleiding boven). De situatie is hier essentieel lastiger dan in het één-dimensionale geval omdat een faal-gebied niet noodzakelijkerwijs het complement van een meer-dimensionale interval is.

Het onderzoek in 1994

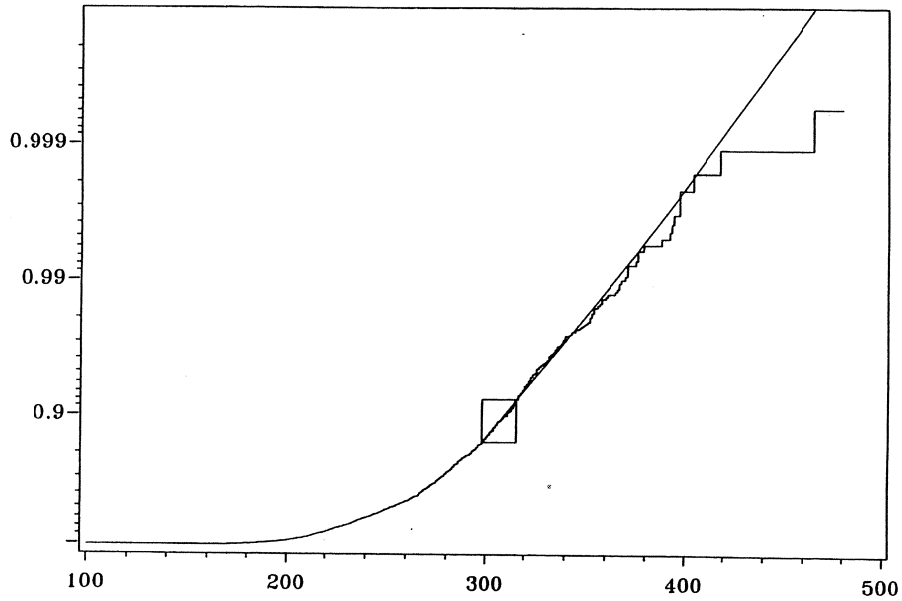
Men kan gemakkelijk aantonen dat een gestandaardiseerde afhankelijkheidsfunctie –als boven beschreven– altijd een homogene functie van graad 1 is. De twee beschreven schattingsmethoden leveren niet noodzakelijk een homogene functie op. Dit is niet een essentieel probleem, maar wel lastig. In 1994 hebben we bewezen dat het voorstel dat we gedaan hebben voor een ‘aanvaardbare’ schatter van de afhankelijkheidsstructuur, inderdaad een consistente schatter oplevert waarvan de (asymptotische) betrouwbaarheid berekend kan worden en binnen aanvaardbare marges ligt.



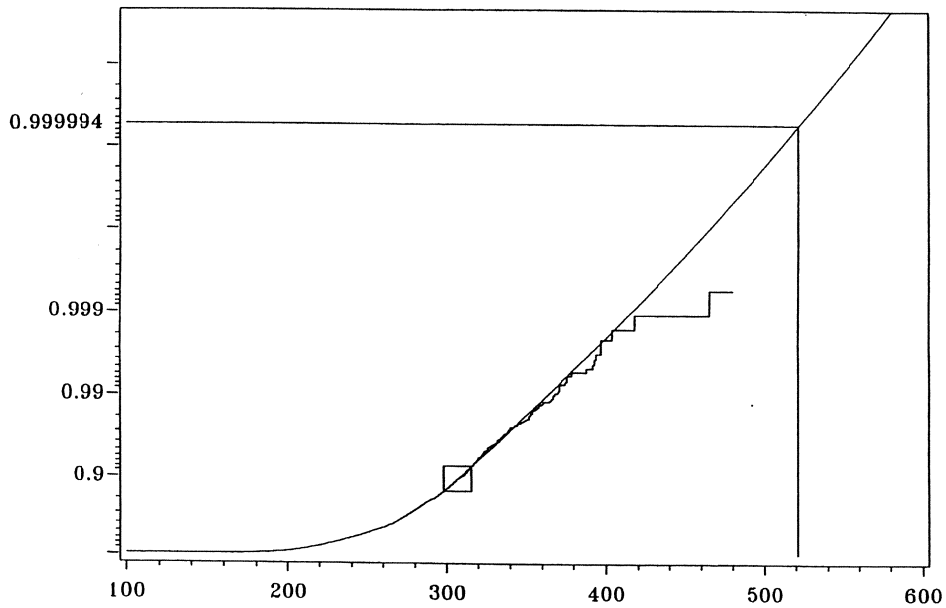
Figuur 1.

Verder zijn er vorderingen gemaakt in de oplossing van het oneindig-dimensionale geval. Dit heeft te maken met de overstromingskans van een bepaald deel van Nederland bijvoorbeeld via de Hondsbosche Zeewering. Een waarneming is dan een continue functie op een compact interval. De kanstheo-

retische kant van dit probleem is min of meer bekend. De oplossing van het statistische probleem is in ontwerp gereed. Voor de gedetailleerde bewijzen zal gebruik worden gemaakt van geavanceerde statistische theorie, zoals convergentie van stochastische processen, geïndiceerd met functies.



Figuur 2.



Figuur 3.

Inwendige-punt-methoden voor lineaire en niet-lineaire optimalisering

Werkgemeenschap	:	Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie
Project	:	Inwendige-punt-methoden voor lineaire en niet-lineaire optimalisering
Projectleider(s)	:	dr. ir. C. Roos
Projectmedewerker(s)	:	dr. ir. B. Jansen
Instelling	:	Technische Universiteit Delft

Wat is (niet-)lineaire optimalisering?

Binnen het vakgebied van de wiskunde is het deelgebied 'optimaliseren' nog maar een relatief jonge richting. Hoewel in de 18de eeuw Lagrange al voorwaarden formuleerde voor het bestaan van een optimum (minimum of maximum) van een functie onder gelijkheidsbeperkingen, bleef toepassing hiervan veelal beperkt tot kleine problemen of theoretische beschouwingen. Pas sinds de Tweede Wereldoorlog wordt gebruik gemaakt van grootschalige lineaire en niet-lineaire optimaliseringsmethoden. Er is een aantal ontwikkelingen aan te geven dat hierbij een belangrijke rol heeft gespeeld. Ten eerste is dat de ontwikkeling van het lineaire model en de Simplexmethode ter oplossing daarvan door George Dantzig in 1947. Al voor 1940 was er door o.a. Leontief, Koopmans en Kantorovich gewerkt aan modellen ter beschrijving van economische processen, waarin relaties tussen invoer (productie) en uitvoer (consumptie) werden gelegd via lineaire verbanden. De belangrijke bijdrage van Dantzig was dat hij deze manier van modelleren generaliseerde, o.a. door een expliciete lineaire doelfunctie te gebruiken. In wiskundige termen gesproken kunnen we dan ook zeggen dat een lineair optimaliseringsprobleem een probleem vormt waarin we een lineaire functie optimaliseren onder lineaire ongelijkheidsbeperkingen. Dantzig ontwierp ter oplossing van het lineaire optimaliseringsprobleem de *Simplexmethode*, die nog steeds als basisalgoritme geldt in bijna alle leerboeken en computerpakketten voor lineaire optimalisering. Het moge nu duidelijk zijn dat een niet-lineair optimaliseringsprobleem een probleem is waarin tenminste één van de betreffende functies niet-lineair is. Een belangrijke doorbraak op het gebied van niet-lineaire modellen werd bereikt door Karush, Kuhn en Tucker in de jaren veertig. Zij generaliseerden de resultaten van Lagrange naar problemen waarbij ook ongelijkheidsbeperkingen zijn toegestaan, hetgeen

leidde tot de bekende Karush-Kuhn-Tucker voorwaarden voor het bestaan van een optimum. Een derde belangrijke oorzaak voor de doorbraak van het gebruik van dergelijke modellen is de ontwikkeling van de computer. Het bepalen van het optimum in een wiskundig model is in modellen van praktijkproblemen namelijk onmogelijk handmatig uit te voeren. Een van de eerste methoden die ook geprogrammeerd werd, was Dantzigs Simplexmethode voor lineaire optimalisering. In de decennia volgend na 1947 werd de snel verbeterende computertechnologie gebruikt voor de implementatie van diverse algoritmes voor lineaire en niet-lineaire optimalisering. Er bestaan hedentendage vele pakketten die lineaire en niet-lineaire modellen oplossen en deze worden overal ter wereld gebruikt in het bedrijfsleven, bij de overheid en in de academische wereld.

Ontwikkelingen in de laatste 10 jaar

Hoewel de Simplexmethode in de praktijk goed functioneerde bleef ze altijd lichtelijk besmet door een theoretisch nadeel dat aan de methode kleefte. Het betreft hier de zogenaamde complexiteit van de methode, ofwel het aantal wiskundige bewerkingen (als functie van de dimensie van het probleem) dat nodig is om een probleem op te lossen. In 1970 lieten Klee en Minty zien dat er lineaire problemen zijn waarin voor bepaalde varianten van de Simplexmethode het aantal bewerkingen exponentieel groeit als het aantal variabelen en beperkingen in het model toeneemt. Hoewel het onwaarschijnlijk is dat men in de praktijk zo'n probleem tegenkomt en de Simplexmethode zich in de praktijk veel netter gedraagt, bleef toch de vraag of er een methode bestond voor het oplossen van lineaire modellen waarvan het aantal bewerkingen polynomiaal is, d.w.z. waarvoor het aantal bewerkingen dat maximaal nodig is, begrensd wordt door een polynoom in de dimensie van het probleem. De Russische onderzoeker Kha-

chijan beantwoordde deze vraag in 1979 positief. Helaas bleek al snel dat zijn methode dan wel theoretisch beter was dan de Simplexmethode, maar in de praktijk vele malen slechter werkte. Het kwam dan ook als een volslagen verrassing toen Karmarkar in 1984 claimde een polynomiale methode voor lineair optimaliseren te hebben ontwikkeld die vele malen (tot wel een factor honderd) sneller was dan de Simplexmethode. Hiermee was het onderzoeksgebied 'inwendige-punt-methoden' herboren. Het bleek namelijk al snel dat Karmarkar's algoritme een nauwe samenhang vertoonde met een klasse methoden voor niet-lineair optimaliseren die in de jaren vijftig en zestig uitgebreid was onderzocht (de zogenaamde 'interior point' of 'barrière' methoden). In principe werken inwendige methoden als volgt: in het inwendige van het toegelaten gebied is een pad gedefinieerd dat van het centrum van het gebied naar een optimale oplossing loopt, het centrale pad. In de diverse algoritmen wordt op verschillende manieren geprobeerd dit pad zo goed mogelijk te volgen (zie Figuur 1). Vrijwel altijd wordt hier gebruik gemaakt van varianten van Newtons methode voor het minimaliseren van een functie. Een van de belangrijkste redenen dat het onderzoek naar inwendige-punt-methoden een nieuwe impuls kreeg, was het feit dat Karmarkar's algoritme en de resultaten die daarna bereikt zijn een beter begrip van en een veel efficiëntere controle op het gebruik van Newtons methode mogelijk maakte. Hiervan profiterend, losten goede implementaties van de methoden grote lineaire problemen inderdaad vele malen sneller op dan de Simplexmethode. Bovendien openen nieuwe theoretische inzichten en analyses van de methoden de weg naar toepassing van soortgelijke ideeën in niet-lineaire optimalisering. Voor convexe problemen betrof het vooral theoretische analyses, waarin de belangrijkste bijdrage werd geleverd door Nesterov en Nemirovskii. Een recente ontwikkeling is het gebruik van positief semidefiniete optimalisering. Het betreft hier een speciale klasse van convexe problemen waarin de rol van variabelen gespeeld wordt door symmetrische positief semidefiniete matrices. Toen duidelijk werd dat deze problemen efficiënt opgelost kunnen worden met inwendige-punt-methoden, werd er veel aandacht aan besteed. Het verrassende is dat veel problemen in diverse gebieden binnen de wiskunde, als systeem- en controltheorie, combinatorische optimalisering, lineaire algebra en statistiek, gemodelleerd kunnen worden als semidefiniete optimaliseringsproblemen. Een eenvoudig voorbeeld is het vinden van de kleinste eigenwaarde en de gehele bijbehorende eigenruimte

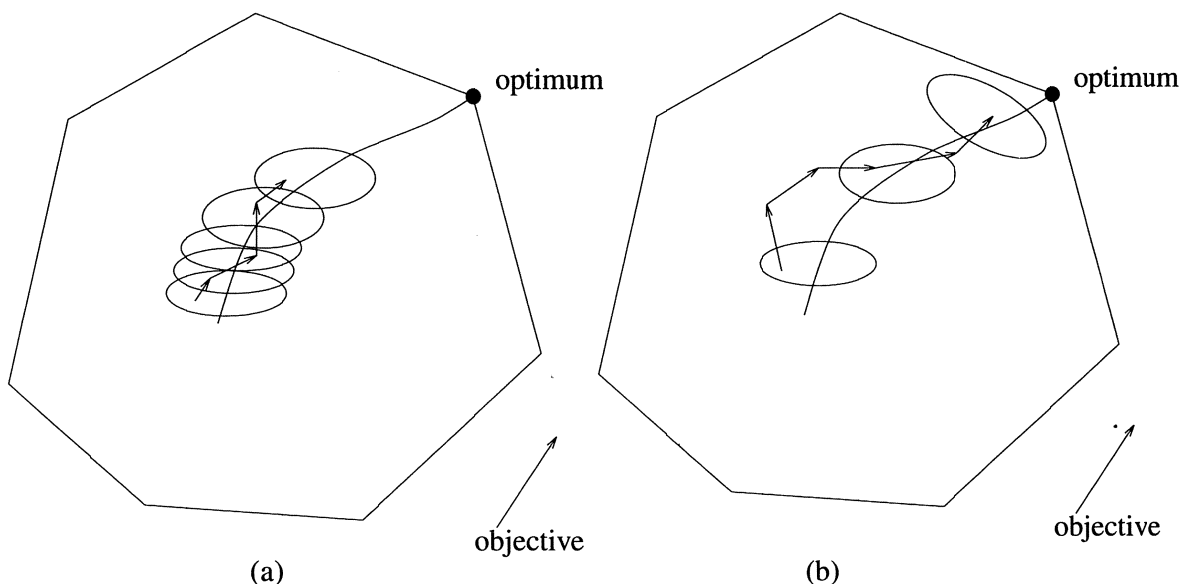
van een matrix. Dit kan efficiënt en nauwkeurig gedaan worden met inwendige-punt-methoden. In Figuur 2 is een schematisch overzicht gegeven van de samenhang tussen de belangrijkste bijdrages op het gebied van inwendige-punt-methoden binnen lineaire en niet-lineaire optimalisering. In Nederland is vrijwel alleen aan de TU Delft wetenschappelijke aandacht besteed aan inwendige-punt-methoden; er wordt al sinds 1984 onderzoek naar gedaan. In eerste instantie heeft zich dat gericht op lineaire optimalisering. Er werden nieuwe algoritmen ontwikkeld, waarvan polynomiale complexiteit kon worden aangetoond. Ook werd veel aandacht besteed aan de uniformering van allerlei methoden, die op het eerste gezicht zeer verschillend leken, maar toch gemeenschappelijke kenmerken vertoonden. Enkele methoden voor lineaire optimalisering werden aangepast en uitgebreid naar toepasbaarheid voor klassen convexe optimaliseringsproblemen. Ook aan de theorie van lineaire modellen werd gewerkt vanuit een 'inwendig' gezichtspunt. Belangrijke resultaten als de dualiteitstheorie en het bestaan van een zogenaamde strict complementaire oplossing werden zo bestudeerd. Het proefschrift van Den Hertog werd als één van de eerste boeken op het gebied van (moderne) inwendige-punt-methoden gepubliceerd.

Inhoud van het SMC-project

De doelstelling van het SMC-project was het voortzetten van het onderzoek naar inwendige-punt-methoden, met een nadruk op uitbreidingen naar niet-lineaire en combinatorische optimalisering. Als eerste is onderzoek gedaan naar het gebruik van strict complementaire oplossingen bij het aspect van gevoeligheidsanalyse in lineaire modellen. Bij gevoeligheidsanalyse gaat het erom uitspraken te doen over veranderingen in de oplossing of de optimale waarde als gevolg van veranderingen in de data van het model. In vrijwel alle commerciële pakketten wordt dergelijke informatie geleverd. Het is echter frappant te zien dat het al bij kleine problemen voorkomt dat verschillende pakketten verschillende uitkomsten geven. Hoewel dit geheel verklaarbaar is wanneer men goed nagaat wat de betekenis is van de uitkomsten van een pakket, leidt dit fenomeen in de praktijk vaak tot ongeloof en onbegrip. Gebruik makend van inzichten verkregen met onderzoek naar inwendige-punt-methoden werd een methode voor gevoeligheidsanalyse ontworpen die meer en betere informatie geeft dan op de gebruikelijke wijze. Ook is onderzoek gedaan naar nieuwe inwendige-punt-methoden voor lineaire optimalisering, in het bijzonder naar primaal-duale methoden. Hierbij

wordt tegelijkertijd gewerkt met het primale en het duale probleem. Een nieuwe (iteratieve) methode is ontworpen die twee belangrijke eigenschappen in zich verenigt: de primaal-duale affiene schalingsmethode. In iedere iteratie komen de iteranden niet alleen dichterbij het optimum, ook komen zij dichterbij het centrale pad te liggen, hetgeen een gunstig effect heeft op de stabiliteit en grotere stappen mogelijk maakt. In de literatuur bestaat een grote variatie aan primaal-duale methoden. Er is onderzoek gedaan naar de overeenkomsten tussen deze methoden. Dit leidde tot een algemene analyse van zogenaamde 'target-following' methoden. Met deze algemene resultaten konden veel bestaande algoritmes op een

zeer eenvoudige en uniforme wijze worden geanalyseerd. Veel ideeën op het gebied van inwendige-punt-methoden die ontwikkeld zijn voor lineaire optimalisering kunnen, met de nodige aanpassingen, ook gebruikt worden in niet-lineaire optimalisering. Als aanzet hiertoe is gekeken naar lineaire complementariteitsproblemen. Als uitbreidingen van de standaard primaal-duale affiene schalingsmethode is onderzoek gedaan naar het variëren van de schaling en naar het gebruik van hogere orde methoden. Bij het laatste wordt geprobeerd de fout die gemaakt wordt bij het gebruik van Newton-stappen te verkleinen door hogere orde termen mee te nemen bij het bepalen van de zoekrichting.



Figuur 1. Twee voorbeelden van de werking van inwendige-punt-methoden voor een lineair optimaliseringsprobleem. In beide figuren is het toegelaten gebied gegeven als een polytoop. In het inwendige ervan ligt het centrale pad, dat van het centrum naar een optimale oplossing loopt als een gladde kromme. Met behulp van Newton-stappen wordt geprobeerd dit pad zo goed mogelijk te volgen. Hiertoe worden op het pad zogenaamde 'target-punten' aangewezen alsmede een omgeving rond die punten. Binnen de omgeving van een punt is Newton's methode kwadratisch convergent. Afhankelijk van de afstand tussen opeenvolgende targetpunten zijn één (als in (a)) of meerdere (zie (b)) Newton-stappen nodig om een punt in de omgeving van het volgende target-punt te bereiken.

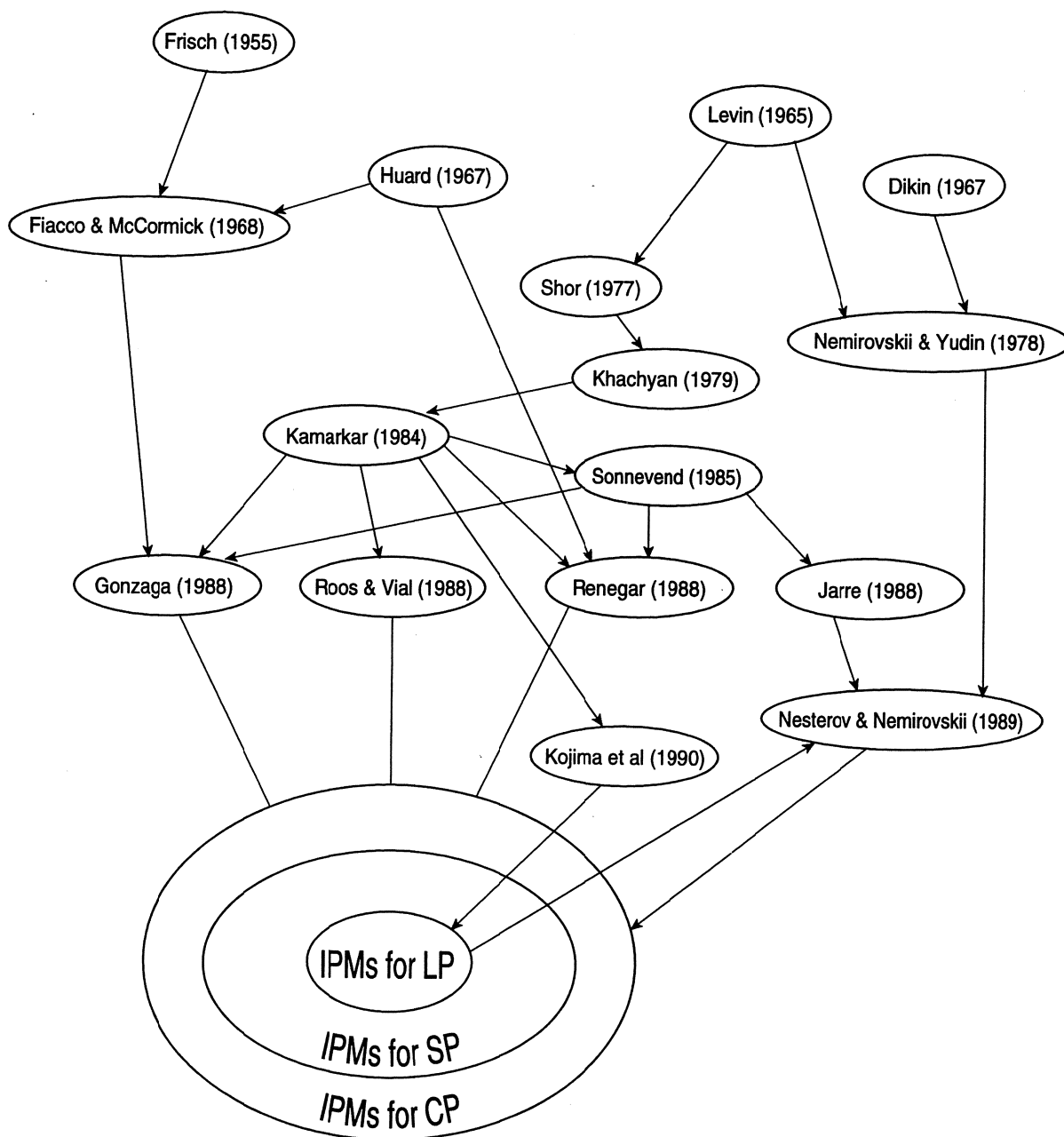
Recent onderzoek

In 1994 richtte het onderzoek in het kader van dit project zich voornamelijk op het gebruik van inwendige-punt-technieken binnen niet-lineaire modellen. Er is onderzoek gedaan naar primaal-duale methoden voor niet-lineaire complementariteitsproblemen en variationele ongelijkheden. Dit is een ruime klasse van problemen waarin velerlei niet-lineaire modellen vallen. Voorbeelden hiervan zijn modellen voor het bepalen van evenwichten in de economie en in transportplanning, maar ook sommige combinatorische optimaliseringsproblemen kunnen op deze manier worden geapproximeerd. Voor de analyse van dergelijke methoden is onderzoek gedaan naar verschillende voorwaarden die moeten worden opgelegd aan de 'gladheid' van de functies om polynomialiteit te kunnen aantonen. Het gebruik van het target-following idee is uitgebreid naar niet-lineaire optimalisering. Hiermee werden resultaten van Nesterov en Nemirovskii generaliseerd naar methoden die niet noodzakelijkerwijs het centrale pad volgen. Daarnaast is er aandacht besteed aan het gebruik van inwendige punt technieken binnen combinatorische optimalisering. Twee aspecten zijn hierbij aan de orde geweest. Ten eerste is gekeken naar het gebruik van inwendige punt technieken binnen een 'branch-and-cut' raamwerk. Het idee bij deze techniek is om een zoekboom te creëren waarbij in elke knoop van de boom een lineair optimaliseringsprobleem wordt opgelost waarvan de uitkomst bepaalt of de boom in deze knoop zal worden uitgebreid met nieuwe takken, dan wel zal worden 'afgehakt'. Deze problemen zijn relaxaties van het echte combinatorische probleem. De lineaire problemen in opeenvolgende knopen zijn aan elkaar verwant, in het algemeen doordat bepaalde variabelen een vaste waarde is gegeven of doordat bepaalde restricties zijn toegevoegd. Tevens worden zo mogelijk in elke knoop nieuwe restricties aan de probleembeschrijving toegevoegd om daarmee de relaxatie te verbeteren. Als combinatorisch test-

probleem is gebruik gemaakt van het 'radio link frequency assignment probleem'. Dit behelst het toekennen van frequenties uit een gegeven set aan radio stations. Dit moet op een zodanige wijze gebeuren dat er zo weinig mogelijk interferentie optreedt. Interferentie hangt af van de afstand tussen de frequenties die zijn toegewezen aan ieder tweetal stations. Uit de voorlopige resultaten kan geconcludeerd worden dat het gebruik van inwendige punt pakketten voor het oplossen van de lineaire problemen in de boom nuttig kan zijn in de eerste paar niveaus van de boom wanneer tenminste een groot aantal beperkingen wordt meegenomen. Een tweede richting waarin onderzoek gedaan is, maakt gebruik van het feit dat sommige combinatorische problemen eenvoudig als niet-convexe geheeltallige kwadratische optimaliseringsproblemen geschreven kunnen worden. Deze kunnen dan met inwendige punt technieken opgelost worden. Hoewel dit een heuristische aanpak is, bleken de resultaten verrassend goed te zijn. In principe kan een ondergrens gegeven worden voor de doelwaarde (waarmee dus een maat voor de kwaliteit van de gevonden oplossing ontstaat) door het oplossen van een positief semidefinitief optimaliseringsprobleem. In het kader van dit project, dat in 1995 zijn afronding zal vinden, ligt de interesse nu vooral op het gebied van de semidefinitieve optimaliseringsproblemen. Het is verrassend te zien hoe een ontwikkeling die begon met een nieuw algoritme voor lineair optimaliseren zo'n grote invloed heeft gehad op vrijwel het hele gebied van de mathematische programmering en een positieve impuls heeft gegeven aan zowel theoretisch onderzoek als de praktische toepasbaarheid van modellen en methoden uit de deterministische optimalisering.

Literatuur

D. DEN HERTOOG (1994). *Interior Point Approach to Linear, Quadratic and Convex Programming, Algorithms and Complexity*, Kluwer Publishers, Dordrecht, The Netherlands.



Figuur 2. Een schematisch overzicht van de personen die een belangrijke bijdragen hebben geleverd aan de analyse en het gebruik van inwendige-punt methoden in lineaire en niet-lineaire optimalisering.

Differentiaalvergelijkingen met een langzaam variërende parameter

Werkgemeenschap	:	Analyse
Project	:	Plotselinge verandering in systemen met adiabatische variabelen
Projectleider(s)	:	prof. dr. ir. J. Grasman, prof. dr. F. Verhulst, prof. dr. ir. W. Eckhaus
Projectmedewerker(s)	:	drs. G.J.M. Marée
Instelling	:	Landbouwwuniversiteit Wageningen

Inleiding

Bij experimenten, die wiskundig kunnen worden gemodelleerd als bifurcatieproblemen, kan de bifurcatie- of controleparameter op een natuurlijke wijze in de tijd verschuiven of wordt deze parameter met opzet gevarieerd door diegene die het experiment uitvoert.

In dit project worden tweede-orde niet-lineaire differentiaalvergelijkingen met een langzaam variërende parameter geanalyseerd. Het gaat dus om de klasse problemen van het type

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = F\left(u, \frac{du}{dt}, \lambda(\varepsilon t)\right), \varepsilon \ll 1. \quad (1)$$

Voor zekere waarden van λ zal er een plotselinge overgang plaatsvinden, doordat een evenwichtoplossing van aard verandert of verdwijnt. Lokale analyse laat zien dat Painlevé-transcendenten een belangrijke rol spelen in het bifurcatieproces. Het bijzondere van dit onderzoek is dat de zeer recente theorie over het gedrag van Painlevé-transcendenten toegepast kan worden in asymptotische benaderingstechnieken. Het blijkt mogelijk voor een grote klasse van problemen de geldigheid van de aangesloten asymptotische benaderingen te bewijzen en accuraat te voorspellen hoe het systeem zich gedraagt nadat het bifurcatiepunt gepasseerd is.

Achtergrond

Omdat de parameter langzaam verandert in de tijd, zullen de evenwichtoplossingen van de differentiaalvergelijkingen ook langzaam veranderen. De algemene oplossing van het probleem kan asymptotisch benaderd worden door gebruik te maken van storingstechnieken zoals middeling, aansluiting en grenslaagbenadering. Met behulp van middelingstechnieken wordt het gedrag van oplossingen op een lange tijdschaal beschreven. De middelingsmethode stamt als methode reeds uit de achttiende eeuw

(Lagrange). Rond 1920 kwam door het werk van Van der Pol de methode opnieuw in de belangstelling.

Oplossingen van tweede-orde differentiaalvergelijkingen met een langzaam variërende parameter kunnen worden beschreven door oscillaties waarbij de amplitude en fase langzaam veranderen. Door middeling over een periode wordt een vereenvoudigd stelsel differentiaalvergelijkingen voor deze variabelen verkregen. Het eerste bewijs van asymptotische geldigheid van de benadering werd in 1928 gegeven door Fatou, Krylov, Bogoliubov en Mitropolsky zorgden in de vijftiger jaren voor een verdere ontwikkeling van de theorie. Sanders en Verhulst gaven in 1985 een overzicht van de theorie en voegden er nieuwe resultaten aan toe.

In het project kan het probleem getransformeerd worden tot een verstoord trillend systeem met langzaam veranderde frequentie:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2(\varepsilon t)x = \mu g\left(\frac{dx}{dt}, \varepsilon\right), \varepsilon, \mu \ll 1. \quad (2)$$

Wanneer voor $t \geq 0$ geldt $0 < a < \omega(\varepsilon t) < b$, $|\frac{d\omega}{d\varepsilon}(t)| < c$ met a, b en c constanten, die onafhankelijk van ε zijn, dan blijft voor $\varepsilon > 0$ het quotiënt van de energie van het systeem en de frequentie behouden tot op orde ε met tijdschaal $1/\varepsilon$. Indien we vergelijkingen bestuderen, waarin de coëfficiënten ω langzaam met de tijd variëren, $\omega = \omega(\varepsilon t)$, dan noemen we de grootheden die asymptotisch behouden blijven adiabatische invarianten. Deze vormen een belangrijk gereedschap voor de studie van de evolutie van dynamische systemen op de lange termijn. Ehrenfest introduceerde in 1916 dit begrip voor het eerst. Een nieuwe formulering werd in 1928 gegeven door Born en Fock. In 1924 leverde Kneser een eerste wiskundig bewijs van eerste-orde adiabatische invariantie. Het belang van de adiabatische invariantietheorie werd algemeen

onderkend bij het onderzoek van de versnelling van kosmische stralen in het begin van de jaren vijftig. Lenard (1959) en later Arnold (1963) toonden het verband aan dat er is tussen de adiabatische invariant en de klassieke storingstheorie. De theorie bewees ook zijn nut in de deeltjesfysica (de beweging van een geladen deeltje in een elektromagnetisch veld) en de hemelmechanica (de evolutie van zonnestelsels). Voor speciale omstandigheden werden scherpere (exponentiële) schattingen van de invariantie verkregen.

In de klasse problemen die onderzocht worden heeft de langzaam variërende frequentie een singulier punt ($\omega = 0$) dat samenvalt met een bifurcatiepunt. Bij het passeren van een stemvorkbifurcatie reduceert het probleem zich tot een niet-lineaire gewone differentiaalvergelijking waarvan de oplossingen geen andere beweegbare singulariteiten dan polen bezitten; een vergelijking met de ‘Painlevé-eigenschap’. Het onderzoek naar zulke vergelijkingen was erg actueel in de negentiende eeuw. Eén van de belangrijkste bijdragen van Painlevé op dit gebied is de ontwikkeling van eenvoudige methoden die een volledige analyse mogelijk maakten van de vergelijking

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f\left(y, \frac{dy}{dx}, x\right) \quad (3)$$

met f een rationale functie in dy/dx en y met coëfficiënten die analytisch zijn in x . Een fundamenteel resultaat, geformuleerd door Painlevé in 1902, is dat vijftig klassen van vergelijkingen van de bovenstaande vorm bestaan waarvan de oplossingen geen beweegbare kritieke punten bezitten. Een markant resultaat is dat er zes nieuwe functies verschijnen: de zogenoemde Painlevé-transcendenten. In het begin van de jaren zestig ontstond een hernieuwde belangstelling voor deze transcendenten bij de ontwikkeling van de solitontheorie, de ‘inverse scattering’-technieken en de theorie van oneindig-dimensionale niet-lineaire integreerbare systemen. Painlevé-functies bleken zich dus voor te doen in vele takken van de fysica en de toegepaste wiskunde en de Painlevé-eigenschap bleek nauw verwant met integreerbaarheid. De lineaire technieken voor het oplossen van integreerbare niet-lineaire partiële differentiaalvergelijkingen bleken uiterst nuttig voor het bestuderen van de eigenschappen van Painlevé-transcendenten, in het bijzonder hun asymptotisch gedrag.

Connectieformules geven relaties weer tussen het gedrag van oplossingen van gewone differentiaalvergelijkingen in verschillende singuliere punten. Voor Painlevé-transcendenten slaat dit op het

gedrag in verschillende vaste singulariteiten, zoals $0, +\infty, -\infty$. De isomonodrome methode in de moderne theorie van Painlevé-vergelijkingen werd geïntroduceerd door Flaschka en Newell, en Ueno, Jimbo en Miwa in 1980. Het oplossen van een Cauchy probleem voor een gegeven Painlevé-vergelijking bleek equivalent te zijn aan het oplossen van een omgekeerd monodroom probleem voor een geassocieerd stelsel van lineaire gewone differentiaalvergelijkingen met rationale coëfficiënten, de ‘ λ -vergelijking’. De methode, die gezien kan worden als een niet-lineair analogon van de methode van Laplace om gewone differentiaalvergelijkingen op te lossen, geeft in gesloten vorm de volgende resultaten:

- Een complete beschrijving van het asymptotisch gedrag voor alle oplossingen, ook in het complexe vlak (niet-lineaire Stokes verschijnselen);
- De beschrijving van expliciete connectieformules voor de asymptotiek in verschillende domeinen;
- De verdeling van nulpunten en polen voor alle oplossingen.

Het idee van de asymptotische benadering is gebaseerd op het feit dat de ‘monodrome data’ van de λ -vergelijking een complete set van eerste bewegingsintegralen voor de geassocieerde Painlevé-vergelijking vormen. Deze data kunnen asymptotisch worden bepaald en geven connectieformules voor de Painlevé-transcendenten. Its, Fokas en Kapaev geven in 1994 een rigoureuze rechtvaardiging van de asymptotische resultaten die verkregen zijn met de isomonodrome methode.

Langzame periodieke doorkruising van een stemvorkbifurcatie in een oscillerend systeem

Bij dit probleem beschouwen we de dynamica van een klasse tweede orde differentiaalvergelijkingen met een langzaam veranderde forcering, die periodiek door een kritieke waarde gaat corresponderend met een stemvorkbifurcatie. Een prototype van een systeem dat dit gedrag vertoont is de niet-lineaire Mathieu-vergelijking met een kleine demping:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \kappa\sqrt{\varepsilon}\frac{dx}{dt} - xG(\varepsilon t) + 2x^3 = 0, \quad (4)$$

$$0 < \varepsilon \ll 1, G(\tau) = \cos(\tau).$$

Het doel van deze studie is de constructie van een Poincaré-afbeelding voor één forceringsperiode. Afhankelijk van de begintoestand en de waarden van de parameters kan de Poincaré-afbeelding (quasi)periodiciteit of chaos vertonen. Chaos in het

systeem betekent dat de opeenvolging van de (boven- of onder)takken, die het systeem gaat volgen na passage van het bifurcatiepunt, irregulier is en gevoelige afhankelijkheid van de beginvoorwaarden vertoont. Lyapunov-exponenten beschrijven de structuur van de attractor. Uit het vermoeden van Kaplan en Yorke volgt de dimensie van de (vreemde) attractor.

Bridge, Coppola en Rand (1990, 1992) beschouwen hetzelfde systeem zonder demping en geven een heuristische beschouwing; ze verkrijgen asymptotische benaderingen door elliptisch te middelen en sluiten de lokaal geldende oplossingen aan door het probleem als herhaald beginwaardeprobleem te formuleren ('patching'). Het wiskundig model blijkt kwalitatief equivalent met bekende systemen als een dynamisch buigende staaf of een slinger gehecht aan een roterend vast lichaam. Ook Haberman (1979) bestudeerde dit type van niet-lineaire systemen zonder demping en gebruikte de methode van het elimineren van seculiere termen voor het verkrijgen van een oplossing die geldig is buiten de grenslaag. In het project is de benadering uitgebreid naar dissipatieve systemen en –belangrijker nog– de geldigheid van de asymptotische benaderingen wordt bewezen op een tijdschaal $O(1/\varepsilon)$ en daarmee ook de geldigheid van de benaderende Poincaré-afbeelding.

Uitwerking van het probleem

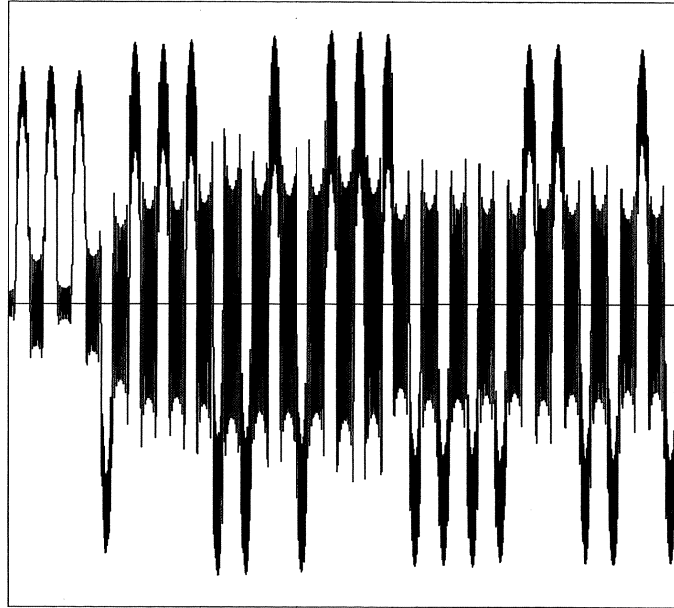
De oorsprong van het $x, dx/dt$ -vlak is voor $\varepsilon = 0$ een centrum als $G \leq 0$ en een instabiel zadelpunt als $G > 0$. Bovendien heeft het gereduceerde systeem in het laatste geval 2 nieuwe centrum punten en een dubbel homocliene separatrix. Met eerste- en tweede-orde middellingsstellingen worden benaderingen gevonden van de oscillaties voor G negatief en positief. Gebruik makend van de transformaties $G = \varepsilon^{2/3}z$ en $x = \varepsilon^{2/3}y$ wordt voor G in de directe omgeving van $G = 0$ een benadering gebruikt die gebaseerd is op de tweede Painlevé-vergelijking:

$$\frac{d^2y}{dz^2} = yz - 2y^3. \quad (5)$$

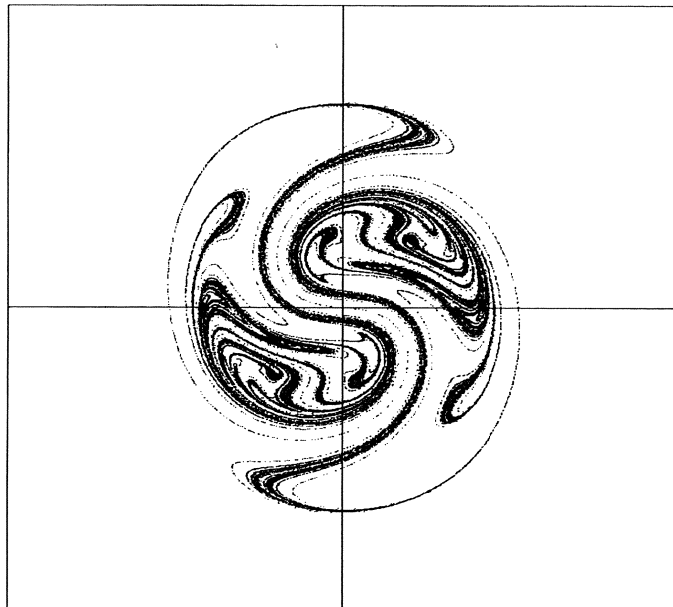
De oplossing van deze vergelijking moet aansluiten bij de oplossingen die buiten de directe omgeving van $G = 0$ gelden. Met een benaderingsstelling en een uitbreidingsstelling van Eckhaus volgt dat het geldigheidsdomein van de Painlevé-benadering voor- en achterwaarts kan worden uitgebreid. Dus er vindt een overlap plaats met het gebied waar de 'buitenbenaderingen' geldig zijn en de integratieconstanten kunnen worden aangesloten.

Met de isomondrome theorie wordt een verband gevonden tussen het gedrag van oplossingen van vergelijking (5) voor $z \rightarrow -\infty$ het gedrag voor $z \rightarrow \infty$. Het resultaat is volledig in overeenstemming met het gedrag van de 'buiten'-oplossingen als deze het bifurcatiepunt naderen. Bovendien worden separerende oplossingen bepaald die de instabiele tak zullen volgen na passage van het bifurcatiepunt. Integratieconstanten van de oplossingen voor, tijdens en na het passeren van het bifurcatiepunt kunnen eenduidig aangesloten worden, zodat een Poincaré-afbeelding voor een forceringsperiode $2\pi/\varepsilon$ bepaald kan worden. De oplossingen buiten de grenslaag zijn steeds twee-tijdschalen benaderingen met een snelle tijd $\eta =: \int \omega^{1/2}(s)ds/\varepsilon$, met ε de frequentie van het trillende systeem, en een langzame tijd $\tau = \varepsilon t$. De Lyapunov-exponenten van de Poincaré-afbeelding beschrijven de structuur van de attractor van de banen, waarbij een vreemde attractor aanwezig is als één van deze exponenten positief is.

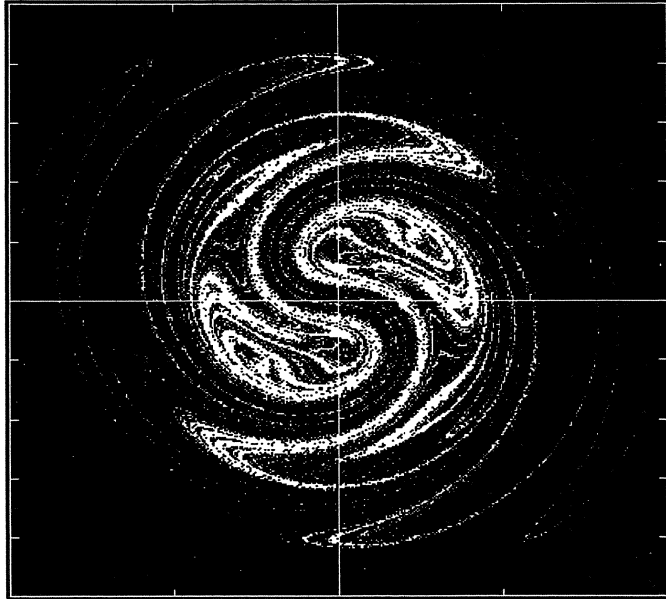
De som van de Lyapunov-exponenten definieert de gemiddelde exponentiële groei van de oppervlakte van de faseruimte. In een systeem zonder demping is er een volumebehoudende stroming (langzaam variërend Hamilton-systeem). In het geval dat beide Lyapunov-exponenten 0 zijn, volgt met de KAM-theorie dat de attractor met kans 1 quasiperiodiek is. In het dissipatieve geval bezit het systeem een periodieke attractor of een chaotische attractor met gebroken dimensie.



Figuur 1. Numerieke oplossing van $d^2x/dt^2 - \cos(0.05t)x + 2x^3 = 0$ met $x(t_0) = 0.04$, $x'(t_0) = 0$ en $\cos(0.05t_0) = -1$. De opeenvolging van de (stabiele) takken die na het passeren van het bifurcatiepunt gevolgd zullen worden, is chaotisch.



Figuur 2. Een numerieke simulatie van de Poincaré-afbeelding in het $x - x'$ -vlak voor één forceringsperiode van $d^2x/dt^2 + 0.05\sqrt{0.3}dx/dt - \cos(0.3t)x + 2x^3 = 0$.



Figuur 3. De met analytische methoden verkregen Poincaré-afbeelding in het $x - x'$ -vlak voor één forceringsperiode van $d^2x/dt^2 + 0.05\sqrt{0.3}dx/dt - \cos(0.3t)x + 2x^3 = 0$.

Cykels op algebraïsche variëteiten

Werkgemeenschap	: Algebra en meetkunde
Project	: Cykels op algebraïsche variëteiten (variatie van Hodge-structuren)
Projectleiders	: prof. dr. F. Oort, prof. dr. J.H.M. Steenbrink
Projectmedewerker	: drs. B.J.J. Moonen
Instelling	: Universiteit Utrecht

Inleiding

Vaak kan een ontwikkeling in de wiskunde niet los gezien worden van de vragen en de theorie die reeds ontwikkeld waren. We geven als inleiding een korte schets van de manier waarop methoden die analytisch van aard zijn vervangen kunnen worden door algebraïsche methoden. Zo worden ze toegankelijk voor de getaltheorie.

Daarna schetsen we een paar ontwikkelingen zoals beschreven in het proefschrift [3]; dit werk is ontstaan dankzij bovengenoemd project. We proberen het eerste gedeelte algemeen begrijpelijk te houden. Verderop zullen wat technische termen voorkomen.

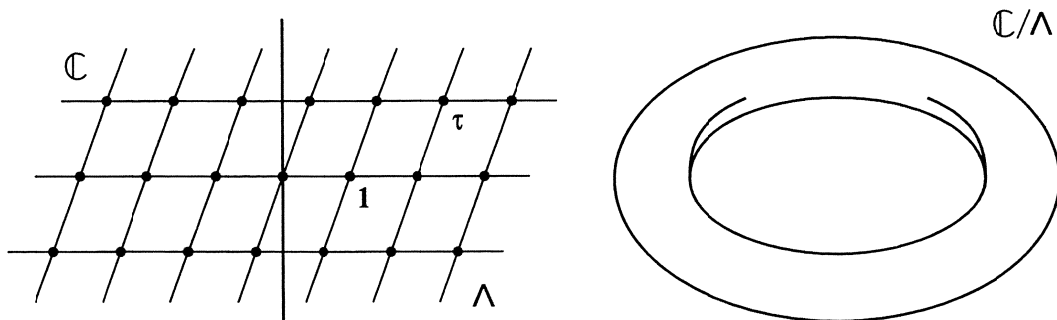
Arithmetische en analytische theorie van abelse variëteiten

We laten zien hoe een complexe torus W gegeven

kan worden door een vrije abelse groep Λ , en een complexe structuur op $V = \Lambda \otimes \mathbb{R}$.

Een abelse variëteit X (bijvoorbeeld over een getallenlichaam) geeft een complexe torus $W = X(\mathbb{C})$. We zullen zien hoe een vermoeden van Tate, bewezen door Faltings, bewijst dat een werking van de Galois-groep $\text{Gal}(\bar{K}/K)$ een volwaardig substitueert is voor de complexe structuur op W . Op deze manier worden topologisch-analytische methoden en arithmetische aspecten vruchtbaar verzeleken.

Zij E een elliptische kromme over de complexe getallen. Het Riemann oppervlak $E(\mathbb{C})$ laat een transcendente parametrisatie toe met behulp van dubbelperiodieke functies (zoals reeds bekend was door het werk van Weierstraß in de vorige eeuw). Het perioden-rooster van deze afbeelding geeft:



Figuur 1.

Zo zien we dat

$$E(\mathbb{C}) \cong \mathbb{C}/\Lambda$$

(een isomorfisme van complexe Lie-groepen), waar

$$\Lambda = \mathbb{Z} \cdot 1 \oplus \mathbb{Z} \cdot \tau$$

met

$$\tau \in \mathfrak{H} := \{z \in \mathbb{C} \mid \text{Im}(z) > 0\}.$$

We zeggen dat $E(\mathbb{C})$ een complexe torus is van dimensie $g = 1$. Algemeener definiëren we een *complexe torus* van dimensie g als volgt: laat $\Lambda \subset \mathbb{C}^g$ een rooster zijn, dat wil zeggen, Λ is een vrije abelse groep voortgebracht door een \mathbb{R} -basis van $\mathbb{C}^g \cong \mathbb{R}^{2g}$. De complexe Lie-groep

$$W := \mathbb{C}^g / \Lambda$$

noemen we een complexe torus van dimensie g .

Merk op dat

$$\begin{aligned} \text{End}(W) \cong \{a \in \text{End}_{\mathbb{C}}(\mathbb{C}^g) \mid a(\Lambda) \subset \Lambda\} = \\ \{a \in \text{End}(\Lambda) \mid a \otimes 1: \Lambda \otimes \mathbb{C} \rightarrow \Lambda \otimes \mathbb{C} \\ \text{is } \mathbb{C}\text{-lineair}\}. \end{aligned}$$

We zien dat het bepalen van alle endomorfismen van W gedaan kan worden met behulp van lineaire algebra.

Aan een complexe torus W en een priemgetal p voegen we een groep $T_p(W)$ toe (die de ‘ p -Tate-groep’ van W genoemd wordt) door de limiet voor $i \rightarrow \infty$ te nemen over alle groepen

$$\left(\frac{1}{p^i} \cdot \Lambda\right) / \Lambda.$$

Er is een homomorfisme

$$\text{End}(W) \rightarrow \text{End}(T_p(W))$$

dat voor $g > 0$ niet een isomorfisme is (de groep $T_p(W)$ is de complexe structuur van $\Lambda \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R} = \mathbb{C}^g$ helemaal vergeten!).

We zeggen dat een algebraïsche variëteit X over \mathbb{C} een *abelse variëteit* is als $X(\mathbb{C})$ een complexe torus is. Equivalent: een complexe torus W is een abelse variëteit over \mathbb{C} als er een inbedding bestaat van W in een projectieve ruimte (want dan is het beeld een algebraïsche variëteit).

Zij K een getallenlichaam, zij X een abelse variëteit over K en schrijf $T = T_p(X(\mathbb{C}))$. De Galois groep $G = \text{Gal}(\bar{K}/K)$ werkt op een natuurlijke manier op T . Een vermoeden van Tate (1966), bewezen door Faltings (1983), zegt:

$$\text{End}(W) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Z}_p \xrightarrow{\sim} \text{End}_G(T_p(W)).$$

Hier zien we wat er gebeurd is: voor een complexe

torus $W = \mathbb{C}^g / \Lambda$ geven niet alle endomorfismen van Λ aanleiding tot endomorfismen van W , maar via de complexe structuur op $\Lambda \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R} = \mathbb{C}^g$ vinden we precies de juiste condities.

Tate liet zien dat hetzelfde waar hoort te zijn in het algebraïsche geval: het rooster Λ wordt vervangen door $T_p(X)$, en voor de complexe structuur op $\Lambda \otimes \mathbb{R}$ komt de werking van de Galois-groep op $T_p(X)$ in de plaats. Via deze werking van G op $T_p(X)$ vinden we (voor voldoende grote K) de goede condities op elementen $a \in \text{End}(T_p(X))$ waarmee we $\text{End}(X)$ kunnen beschrijven.

Dit is een van de fundamentele, vernieuwende gedachten in de wiskunde van de laatste tijd.

CM-punten op Shimura-variëteiten

We beginnen steeds meer te beseffen dat modulaire krommen en, algemener, moduliruimten, de objecten zijn die veel informatie geven op allerlei gebied. Ze zijn uit de moderne wiskunde niet meer weg te denken. Shimura construeerde generalisaties, de variëteiten die nu *Shimura-variëteiten* genoemd worden.

Deze variëteiten zijn gedefinieerd over een getallenlichaam. Shimura bewijst dit door gebruik te maken van zogenoemde CM-punten (of ‘speciale punten’). Shimura bewees dat de verzameling van de CM-punten dicht ligt (in de Zariski topologie, maar ook in de klassieke topologie).

Uitgaande van allerlei motivaties, speciale gevallen, maar ook van verschillende algemene principes werd het volgende vermoeden opgesteld, dat een karakterisering zou geven van Shimura-variëteiten.

VERMOEDEN (F. Oort): *Zij V een deelvariëteit van de moduliruimte van abelse variëteiten over \mathbb{C} ; onderstel dat er een deelverzameling $S \subset V$ van CM-punten is die Zariski-dicht ligt in V . Dan is V een Shimura-variëteit.*

We komen nu tot een korte aanduiding van resultaten behaald in dit project.

Totaal geodetische variëteiten

STELLING (B. Moonen): *Onderstel dat V een deelvariëteit is van de moduliruimte \mathcal{A}_g van abelse variëteiten van dimensie g over \mathbb{C} . Onderstel dat V totaal geodetisch is (in de locale metriek die komt van de afbeelding de Siegel-ruimte \mathfrak{H}_g naar \mathcal{A}_g). Onderstel dat V tenminste één CM-punt bezit. Dan is V een Shimura-variëteit.*

Deze stelling karakteriseert Shimura-variëteiten met behulp van methoden uit de differentiaalmeetkunde.

Merk de analogie op tussen de methoden uit de differentiaalmeetkunde enerzijds en de methoden in gemengde karakteristiek, zoals de Serre-Tate parameters, anderzijds (voor dit laatste, zie [6] en [3]).

Een dichte verzameling van kanonieke liften

In de recente literatuur vinden we veel toepassingen van technieken die reductie modulo p enerzijds en liften van karakteristiek p naar karakteristiek nul anderzijds bestuderen.

Door Serre en Tate werd in 1964 voor elke gewone abelse variëteit over een perfect lichaam in karakteristiek p een zo genaamde ‘kanonieke lift’ geconstrueerd. Eigenschappen daarvan zijn even mysterieus en belangrijk als sommige eigenschappen van transcendente getallen versus algebraïsche getallen (en die analogie is niet toevallig).

STELLING (B. Moonen): *Laat X een abelse variëteit over een getallenlichaam K zijn, die goede en gewone reductie heeft voor een verzameling \mathcal{P} van plaatsen van K met dichtheid 1. Laat voor een dergelijke plaats $v \in \mathcal{P}$ de kanonieke lift van X mod v aangegeven worden door $X^{(v)}$, en zij $x^{(v)}$ het bijbehorende modulipunt. De Zariski-afsluiting*

$$\{x^{(v)} \mid v \in \mathcal{P}\}^{\text{Zar}}$$

is een eindige vereniging van Shimura variëteiten.

Dit is een speciaal geval van het hierboven geformuleerde vermoeden.

We geven nog een toepassing die met behulp van deze methoden van Moonen bewezen kunnen worden:

STELLING (B. Moonen, A.J. de Jong, F. Oort): *Zij $g \in \mathbb{Z}_{>0}$, en p een priemgetal. Dan is er k een lichaam van transcendentiegraad één over \mathbb{F}_p , en een*

een gewone, gepolariseerde abelse variëteit (X_0, λ_0) over k met moduli punt x_0 , zodat voor de kanonieke lift (X, λ) met moduli punt x geldt:

$$\text{tr.deg}_{\mathbb{F}_p} \mathbb{F}_p(x_0) = 1 \quad \text{en}$$

$$\text{tr.deg}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(x) = g(g+1)/2.$$

Literatuur

1. P. DELIGNE (1982). Hodge cycles on abelian varieties. In: *Hodge cycles, Motives and Shimura varieties* (P. DELIGNE et al, eds.). Lect. Notes Math. **900**, Springer-Verlag, pp. 9–100.
2. P. DELIGNE (1972). Travaux de Shimura. Sémin. Bourbaki 1970/71, Exp. 389. Lect. Notes Math. **244**, Springer-Verlag, pp. 123–165.
3. B.J.J. MOONEN [PhD-thesis, Utrecht, to appear.]
4. D. MUMFORD (1966). Families of abelian varieties. In: *Algebraic groups and discontinuous subgroups, Proc. Symp. Pure Math.* Vol. **9**, AMS, pp. 347–351.
5. D. MUMFORD (1969) A note of Shimura’s paper ‘Discontinuous groups and abelian varieties’. *Math. Ann.* **181**, pp. 345–351.
6. R. NOOT (1992). *Hodge classes, Tate classes and local moduli of abelian varieties.* PhD-thesis, Utrecht.
7. F. OORT (1994). *Canonical liftings and dense sets of CM-points.* [Manuscript, to be published in the proceedings of the Cortona conference.]
8. J. TATE (1966). Endomorphisms of abelian varieties over finite fields. *Invent. Math.* **2**, pp. 134–144.
9. J. TATE (1969). *Classes d’isogénie de variétés abéliennes sur un corps fini (d’après T. Honda).* Sémin. Bourbaki, Exp. **352**, 1968/69.

Verzamelingenleer in modellen voor intuïtionistische logica en typentheorie

Werkgemeenschap	:	Logica en Grondslagen van de Wiskunde
Project	:	Verzamelingenleer in modellen voor intuïtionistische logica en typentheorie
Projectleider(s)	:	dr. I. Moerdijk, prof. dr. D. van Dalen
Projectmedewerker(s)	:	dr. B. Jacobs
Instelling	:	Universiteit Utrecht

Verzamelingenleer, categorieëentheorie en typentheorie zijn drie ‘universele’ formalismen, waarin (delen van de) wiskunde kunnen uitdrukken. In verzamelingenleer is de *element relatie* \in tussen verzamelingen fundamenteel. De theorie is ongetypeerd. In de categorieëentheorie is het *morfisme* begrip $f: X \rightarrow Y$ het uitgangspunt, en de basis van de typentheorie wordt gevormd door de *typeringsrelatie* $M: \sigma$ (term M heeft type σ). Elk van deze drie formalismen heeft eigen sterke punten. Bijvoorbeeld: verzamelingenleer is eenvoudig en intuïtief, categorieëentheorie brengt de structurele aspecten van wiskunde goed naar voren, en typentheorie leent zich door het constructieve karakter goed voor mechanische manipulatie, zodat de erin uitgedrukte wiskunde door een computer geverifieerd kan worden.

Er bestaan mogelijkheden om modellen van het ene formalisme uit te drukken in termen van het andere. Dit geeft vaak een dieper inzicht (aan beide kanten). Binnen dit NWO project is gewerkt vanuit de categorieëentheorie. Vandaaruit zijn modellen bestudeerd van verzamelingenleer en typentheorie.

Een *topos* kan opgevat worden als een (categorisch) model van intuïtionistische verzamelingenleer. Het cruciale begrip in de definitie van topos is *machtsobject* (‘powerobject’) dat de mogelijkheid geeft om machtsverzamelingen te vormen. De daadwerkelijke vertaling van (ongetypeerde) verzamelingenleer gebaseerd op \in maakt gebruik van bomen in de topos. (Voor details, zie S. MAC LANE en I. MOERDIJK, *Sheaves in Geometry and Logic. A First Introduction to Topos Theory*, Springer New York, 1992.) Deze vertaling werkt voor een topos met klassiek logica en voor verzamelingenleer met zogenaamde beperkte comprehensie: de verzameling $\{x \mid \varphi(x)\}$ bestaat alleen voor formules φ waar de kwantoren \exists, \forall enkel voorkomen van de vorm $\exists x \in a, \forall x \in a$ waar a een verzameling is. In een nieuw ontwikkelde axiomatische aanpak van

Joyal en Moerdijk (zie *Algebraic Set Theory*, te verschijnen in de reeks van de *London Mathematical Society*) wordt een gegeneraliseerde machtsoperatie beschreven als vrij tralie met betrekking tot een klasse van ‘open afbeeldingen in een pre-topos’. Modellen van de intuïtionistische verzamelingenleer kunnen dan beschreven worden als passende (kleinste) algebra. Zie het voorbeeldkader. Dit geeft een algemeen modelbegrip, waarvan voorbeelden geconstrueerd kunnen worden met Boole-waardige verzamelingen, schoven en recursieve functies.

Verzamelingenleer is inmiddels meer dan honderd jaar oud, en is een stabiel formalisme geworden. Deze eerbiedwaardige stabiliteit ontbreekt in de typentheorie. Er wordt heden ten dagen veel onderzoek verricht—met name in de theoretische informatica—gericht op de ideale combinatie van eenvoud en uitdrukkingskracht, die zowel voor mens als machine goed te hanteren is. Ook binnen dit project is daaraan gewerkt, vanuit wiskundige perspectief. Daarbij worden logica en typentheorie gezien als interne talen die dienen om te redeneren in complexe meetkundigen en orde-theoretische structuren, zoals topossen en geïndiceerde domeinen. Hiervoor zijn twee redenen. Ten eerste geven logica en typentheorie handige hogere orde talen, waarmee gedetailleerde berekeningen in zulke structuren vermeden kunnen worden. Ten tweede geeft zulk gebruik van logica en typentheorie inzicht in de sterke en zwakke punten van de taal. Een kwaliteitskriterium voor een typentheoretisch formalisme is dat de wiskundige werkelijkheid adequaat beschreven kan worden. Door deze werkelijkheid goed te bestuderen, vaak met categorische hulpmiddelen, stuit men op wezenlijke aspecten die typentheoretische geformaliseerd dienen te worden.

Als eenvoudig voorbeeld, beschouwen we quotiënten. Laat **Sets** de categorie van verzamelingen zijn, en laat **Rel** de volgende categorie zijn:

objecten zijn relaties $R \subseteq X \times X$ op een verzameling X ; morfismen $(R \subseteq X \times X) \rightarrow (S \subseteq Y \times Y)$ zijn functies $f: X \rightarrow Y$ tussen de onderliggende verzamelingen die de relatie bewaren: $R(x, x') \Rightarrow S(f(x), f(x'))$, voor alle $x, x' \in X$. Voor iedere verzameling Z is er dan een gelijkheidsrelatie $\text{Eq}(Z) \subseteq Z \times Z$ gegeven door de diagonaal: $\text{Eq}(Z) = \{(z, z) \mid z \in Z\}$. De operatie $Z \mapsto \text{Eq}(Z)$ geeft een functor $\mathbf{Sets} \rightarrow \mathbf{Rel}$. Het blijkt dat voor verzamelingen—en voor vele andere wiskundige structuren—quotiënten gegeven worden door een links geadjungeerde aan deze gelijkheidsfunctor. Inderdaad, gegeven een relatie $R \subseteq X \times X$ op X , laat $\bar{R} \supseteq R$ de kleinste equivalentierelatie zijn. De links geadjungeerde aan gelijkheid is dan (de functor) $R \mapsto X/\bar{R}$, die R afbeeldt op de verzameling X/\bar{R} van equivalentie klassen. Voor de adjunctie is nodig een bijectieve overeenkomst tussen afbeeldingen van relaties $f: (R \subseteq X \times X) \rightarrow (\text{Eq}(Z) \subseteq Z \times Z)$ en functies $g: X/\bar{R} \rightarrow Z$. Merk op dat zo'n f voldoet aan $R(x, x') \Rightarrow f(x) = f(x')$. De correspondentie bestaat omdat er voor een dergelijke f een unieke g bestaat in een diagram:

$$\begin{array}{ccc}
 X & \xrightarrow{\text{can}} & X/\bar{R} \\
 & \searrow f & \vdots \\
 & & g \\
 & & \vdots \\
 & & Z
 \end{array}$$

waar 'can' de canonieke afbeelding is die een element $x \in X$ afbeeldt op zijn klasse $[x] \in X/\bar{R}$.

Gegeven nu deze relatie: (Quotiënten links geadjungeerd aan Gelijkheid) is het een eenvoudige volgende stap om een bijbehorende typentheoretische syntax voor quotiënten te beschrijven. Introductie en eliminatie regels volgen uit de zojuist geschetste correspondentie tussen f en g . Deze regels vertellen hoe (introductie en eliminatie) termen gevormd worden voor quotiënten.

Binnen het project is er dergelijk wiskundig onderzoek gedaan met betrekking tot bijvoorbeeld: quotiënttypen, gelijkheidstypen en inductie en co-inductie principes (voor algebra's en co-algebra's). Zo heeft men in een algebra operaties (bijvoorbeeld in een monoid) als 'constructoren', en initiële algebra's worden opgebouwd uit termen. In co-algebra daarentegen heeft men 'decompositie' operaties, die werken op een gegeven verzamelingen, zonder dat men iets weet over wat de elementen zijn. Terminal co-algebras formaliseren gedrag, bijvoorbeeld van automaten (als co-algebra's). Inductie is een bekend logisch principe waarmee men redeneert over (algebraïsche) eindig gegenereerde structuren. Co-inductie is het overeenkomstige logische principe voor co-algebraïsche structuren. Zie ook het voorbeeldkader voor co-algebraïsche niet-wegefundeerde verzamelingenleer. Een groot gedeelte van het binnen dit project verrichte onderzoek gaat te zijner tijd verschijnen in boekvorm, in het overzichtswerk *Categorical Logic and Type Theory* van Jacobs.

Het universum van verzamelingen als kleinste of als grootste dekpunt.

Het standaard model van de verzamelingstheoretisch axioma's is het zogenaamde cumulatieve model. De daarin voorkomende verzamelingen worden verkregen door te beginnen met de lege verzameling \emptyset en door vervolgens de machtsverzamelingsoperatie $X \mapsto \mathcal{P}(X) = \{a \mid a \subseteq X\}$ te itereren (transfinit vaak). Dit is een standaard techniek voor het bepalen van een (kleinste) dekpunt: het zo geconstrueerde cumulatieve verzamelingstheoretische universum, noem het \mathcal{V} , kan gezien worden als kleinste dekpunt $\mathcal{V} \cong \mathcal{P}(\mathcal{V})$ van de machtsoperatie $\mathcal{P}(-)$.

Men kan zich afvragen waarom hier het kleinste dekpunt voorkomt. In een 'universum' \mathcal{U} waarvoor $\mathcal{U} \cong \mathcal{P}(\mathcal{U})$ geldt kunnen de gebruikelijke verzamelingstheoretische constructies—zoals lege verzameling, paarvorming etcetera—geïnterpreteerd worden door een formele element relatie \in op \mathcal{U} te definiëren in termen van de gegeven element relatie \in tussen \mathcal{U} en $\mathcal{P}(\mathcal{U})$, namelijk als: voor $x, y \in \mathcal{U}$, $x \in y$ geldt dan en slechts dan als $x \in \alpha(y)$, waar $\alpha: \mathcal{U} \xrightarrow{\cong} \mathcal{P}(\mathcal{U})$ het gegeven isomorfisme is. Het blijkt dat $\mathcal{U} \cong \mathcal{P}(\mathcal{U})$ het kleinste dekpunt is dan en slechts dan als het wel-gefundeerdheidsaxioma geldt: er zijn geen oneindig dalende \in -ketens. Dit is als in de standaard (wel-gefundeerde) verzamelingenleer zoals men die in tekstboeken aantreft. Recentelijk is door Peter Aczel (zie *Non-well-founded Sets*, Stanford CSLI Lecture Notes 14, 1988) een 'niet-wel-gefundeerde verzamelingenleer' bestudeerd, waarin het zogenaamde anti-funderings axioma voorkomt. Dit kan begrepen worden als: $\mathcal{U} \cong \mathcal{P}(\mathcal{U})$ is het *grootste* dekpunt.

Op dit punt aangeland gebruikt men enige categorie theoretische begrippen om de noties van 'kleinste' en 'grootste' dekpunt te preciseren. De machtsoperatie is functorieel in de zin dat de operatie ook op afbeeldingen werkt: voor $f: X \rightarrow Y$ krijgt men $\mathcal{P}(f): \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(Y)$ door $(a \subseteq X) \mapsto (\{f(x) \mid x \in a\} \subseteq Y)$. Men zegt dat $\alpha: \mathcal{P}(\mathcal{U}) \xrightarrow{\cong} \mathcal{U}$ het *kleinste dekpunt* is als voor iedere 'algebra' $\varphi: \mathcal{P}(W) \rightarrow W$ er een unieke afbeelding $f: \mathcal{U} \rightarrow W$ vanuit \mathcal{U} is met $f \circ \alpha = \varphi \circ \mathcal{P}(f)$. En $\alpha: \mathcal{U} \xrightarrow{\cong} \mathcal{P}(\mathcal{U})$ is het *grootste dekpunt* als voor iedere 'co-algebra' $\varphi: W \rightarrow \mathcal{P}(W)$ er een unieke $f: W \rightarrow \mathcal{U}$ naar \mathcal{U} is met $\alpha \circ f = \mathcal{P}(f) \circ \varphi$.

Het is nu eenvoudig in te zien dat de aanname van een grootste dekpunt $\alpha: \mathcal{U} \xrightarrow{\cong} \mathcal{P}(\mathcal{U})$ leidt tot niet-wel-gefundeerde verzamelingen. Bijvoorbeeld, laat $1 = \{\emptyset\}$ en beschouw de singleton-afbeelding $\{\cdot\}: 1 \rightarrow \mathcal{P}(1)$. Bij aanname is er dan een unieke $u: 1 \rightarrow \mathcal{U}$ met $\alpha(u) = \mathcal{P}(u)(\{\emptyset\}) = \{u\}$. Dus $u \in u$.

In het bovenstaande is de precieze omgeving waarin de dekpunten leven niet expliciet gemaakt. In het eerder genoemde boekje van Joyal en Moerdijk wordt gewerkt in bepaalde categorische omgevingen, genaamd pre-topossen, met kleine afbeeldingen. Daarin kan een machtsoperatie beschreven worden, en kan een cumulatieve hiërarchie als kleinste dekpunt (in deze omgeving) bestaan. De niet-wel-gefundeerde verzamelingenleer van Aczel vindt plaats binnen een naïeve theorie van verzamelingen en klassen. Een belangrijke motivatie in de ontwikkeling van deze niet standaard (co-algebraïsche) verzamelingenleer komt uit de informatica: niet-wel-gefundeerde verzamelingen worden gebruikt om betekenis te geven aan gedrag van processen.

Mathematische fundering van de thermodynamica

Samenwerkingsverband	:	FOM/SMC Mathematische Fysica
Project	:	Mathematische fundering van de thermodynamica
Projectleider(s)	:	prof. dr. M. Winnink
Projectmedewerker(s)	:	drs. J. Lörinczi
Instelling	:	Rijksuniversiteit Groningen

Inleiding

Het is een ervaringsfeit dat fase-overgangen alleen plaatsvinden in systemen die bestaan uit veel deeltjes, d.w.z. macroscopische systemen. We schaatsen nooit op 2 of 10 moleculen, maar altijd op vele malen 10^{23} moleculen, i.e. bijna oneindig veel moleculen. Fase-overgangen zetten in als bepaalde externe parameters, zoals bijvoorbeeld de temperatuur, zogenaamd kritische waarden bereiken. Dan namelijk gaan de moleculen 'samenspannen' en vertonen op macroscopische schaal collectief gedrag; een systeem onder die omstandigheden heet *kritisch*.

Door de betrokkenheid van zoveel deeltjes en het feit dat de deeltjes elkaar niet willekeurig dicht kunnen naderen, manifesteert het bovenbedoelde collectieve gedrag zich over macroscopische grote afstanden. Een systeem dat kritisch is zal daarom geen typische lengte schaal kennen. Dergelijke systemen hebben daarom een zekere mate van ongevoeligheid voor schaalvergroting. In een aantal modellen voor fysische systemen, waarin men de deeltjes uitsluitend de mogelijkheid geeft om zich op een regelmatig (b.v. kubisch of triangulair) rooster te bevinden en waarin men verschillende mogelijkheden voor de wisselwerking tussen de deeltjes onderzoekt, is men er onder verschillende restrictieve veronderstellingen in geslaagd om bovenstaande ideeën te implementeren.

De restrictieve veronderstellingen behelzen beperkingen op de dracht en de vorm van de wisselwerkingen en redelijk ogende aannamen omtrent het gedrag van de wisselwerkingen onder schaaltransformaties. In deze heuristische benadering blijken kritische systemen na herhaalde toepassing van schaaltransformaties op den duur invariant voor schaaltransformaties te zijn. Met dit beeld voor ogen is het niet verrassend dat het opsporen en bestuderen van kritische verschijnselen plaatsvindt aan de hand van (bijna) invarianten onder schaaltransformaties.

Evenzo kunnen we de schaalgevoeligheid van niet-kritische evenwichtssystemen testen. Uit analoge

heuristische overwegingen blijkt dat na een schaaltransformatie van een *niet-kritisch* systeem, het systeem zich nog verder van het kritische punt heeft verwijderd.

Mathematisch model

Het bovenstaande is een typisch voorbeeld van een redenering, zoals er zoveel zijn in de natuurkunde, die een mathematische concretisering behoeft. Om zulks te realiseren dienen we eerst een mathematisch formalisme te vinden waarin systemen en meer in het bijzonder toestanden van systemen, als functies van de relevante parameters kunnen worden beschreven. In het bijzonder zal het dan gaan om een adequate beschrijving van de toestanden van systemen *in evenwicht*. Door de vele deeltjes waarover het gaat is het niet mogelijk om de configuratie van de deeltjes precies te volgen. Daartoe is het aantal op te lossen differentiaalvergelijkingen eenvoudigweg te groot.

Fysici hebben daar het volgende op gevonden:

- Met behulp van een waarschijnlijkheidsverdeling over alle mogelijke configuraties krijgt elke configuratie een zeker gewicht. De specificatie van de bedoelde waarschijnlijkheidsverdeling is karakteristiek voor de toestand van ons systeem. Deze waarschijnlijkheidsverdeling wordt bepaald door de relevante externe parameters en de onderlinge wisselwerking van de deeltjes (Hamiltonianen). Systemen in evenwicht worden beschreven door de zogenaamde Gibbs-verdeling.
- Met behulp van een waarschijnlijkheidsverdeling over de toelaatbare configuraties is men in staat gemiddelde waarden van diverse grootheden te bepalen en uitspraken te doen over correlaties in het beoogde systeem, fluctuaties in gemiddelde waarden etc. Is de gehanteerde verdeling de Gibbs-verdeling dan zijn de daarmee bepaalde gemiddelden van fysische (macroscopische) grootheden scherp bepaald en hebben hun experimenteel bepaalde evenwichtswaarden.

Renormalisatiegroep

Schaaltransformaties zijn operaties op configuraties van het systeem. Schaaltransformaties zijn, door transpositie, ook te beschouwen als operaties op de waarschijnlijkheidsverdelingen. Invariantie van het systeem onder schaaltransformaties wordt zodoende een bewering over invariantie van waarschijnlijkheidsverdelingen over configuraties onder de, door transpositie verkregen, duale actie van de schaaltransformaties.

De *renormalisatie-groep-theorie* in de Statistische Mechanica is de theorie van schaaltransformaties, waarvoor in 1982 de Nobelprijs is verleend.

Het probleem is nu mathematisch zo ongeveer:

Hoe kan men de uit fysische overwegingen aangedragen renormalisatie (\simeq schaaltransformaties) mathematisch correct beschrijven als een actie op evenwichtsverdelingen (\simeq Gibbs-verdelingen) en is het resultaat van deze actie weer een evenwichtsverdeling?

Zoals we boven al opmerkten is een belangrijke bouwsteen voor een Gibbs-verdeling de onderlinge wisselwerking van de deeltjes. In feite is heuristisch gezien dit de enige bouwsteen die specifiek voor het systeem is. Schaaltransformaties die Gibbs-verdelingen in Gibbs-verdelingen overvoeren zijn daarom ook op te vatten als transformaties op de wisselwerkingen.

Het project waaraan in Groningen wordt gewerkt is de mathematische onderbouwing van verscheidene, in het bijzonder de in de theoretische fysica in zwang zijnde schaaltransformaties en hun effect op de relevante waarschijnlijkheidsverdelingen.

Een centrale vraag is: Blijft onder de in de praktijk gehanteerde schaaltransformaties het Gibbs-karakter (typisch voor evenwicht!) behouden? Er zijn voldoende indicaties dat in vele gevallen van transformaties met bijhorende kansverdelingen dit

niet het geval is.

Een belangrijk onderdeel van het onderzoek gaat erover of indien een voor de hand liggende fysische transformatie op Gibbs verdelingen is te definiëren en na toepassing *geen* aanleiding geeft tot een nieuwe Gibbs-verdeling, we ons dan een idee kunnen vormen of zulks te repareren is door een geschikte verzameling van configuraties weg te laten?

Sinds de start van het project is ook elders in de wereld van de Mathematische Fysica de belangstelling toegenomen voor de geschetste problemen en heeft geleid tot een substantieel deel van de wetenschappelijke inspanning. Er wordt door onderzoekers te Cordoba, Leuven, Lausanne, Los Angeles, New York, New Brunswick, Praag, Rome, Tucson en Wenen aan het onderwerp van het project gewerkt. Prof. Lebowitz sprak een conferentie ter zake toe met een voordracht getiteld: 'Gibbs or non-Gibbs that is the question'.

Technisch gezien heeft de vraagstelling zoals we boven beschreven, maar dan toegepast op quantum systemen, alles te maken met het onderscheid tussen $*$ automorphismen op von-Neumann algebras en $*$ automorphismen op C^* algebras, die, in een geschikte topologische zin, dicht liggen in de von-Neumann algebras. Juist op dit punt heeft het onderzoek ook toepassingen in het grondslagenonderzoek van Quantum-Velden theorieën.

De vasthoudendheid in de Mathematisch Fysische gemeenschap om de renormalisatie-groep-theorie mathematisch een solide inhoud te geven is gelegen in het feit dat de heuristische toepassing in een aantal modellen het mogelijk maakt om experimenteel verifieerbare en geverifieerde z.g.n. kritische exponenten te berekenen. Een kritische exponent is bijvoorbeeld de macht α waarmee de magnetisatie als functie $T-T_c$ zich wil gedragen, in de buurt van het kritische punt. (T_c is kritische temperatuur en T de temperatuur in het systeem.)

Algebraïsche aspecten van differentiaalvergelijkingen

Aandachtsprogramma	: Algoritmen in de Algebra
Project	: Algebraïsche aspecten van differentiaalvergelijkingen
Projectleider(s)	: prof. dr. M. van der Put
Projectmedewerker(s)	: drs. P.A. Hendriks
Instelling	: Rijksuniversiteit Groningen

Inleiding

De differentiaalvergelijkingen waar hier over gesproken wordt zijn gewone lineaire differentiaalvergelijkingen, dat wil zeggen vergelijkingen waar een functie $y = y(z)$, afhankelijk van één variabele z , en zijn afgeleiden in voorkomen. De afgeleiden van y worden meestal geschreven als y', y'', y''' (enzovoort), de eerste, tweede en derde afgeleide van y . Ter illustratie, van de functie $y(z) = z^5 + z$ zijn de eerste drie afgeleiden (respectievelijk) $5z^4 + 1$, $20z^3$, $60z^2$.

De meest elementaire vergelijking van de soort die we bekijken is

$$y'(z) = f(z),$$

waarbij f een gegeven functie van z is. De oplossing van deze vergelijking wordt symbolisch met $\int f(z) dz$ aangeduid. Als f bijvoorbeeld gelijk is aan z^5 dan is $y(z) = \int z^5 dz = 1/6z^6$. De functie $y(z)$ heet wel de integraal (of primitieve) van $f(z)$. Het integreren van eenvoudige functies is onderdeel van de VWO-wiskunde.

Het primitiveren van $\frac{1}{z}$ is de eerste stap naar nieuwe functies. Deze integraal $\int \frac{1}{z} dz$ is de functie $\log(z)$, de (natuurlijke) logaritme van z . Het integreren van meer gecompliceerde functies, zoals $\frac{1}{z^2+1}$, leidt tot weer andere functies zoals $\arctg(z)$ (de arc-tangens van z). Voor een 'nette' functie $f(z)$ bestaat $y(z) = \int f(z) dz$ altijd. Echter die primitieve $y(z)$ is vaak een nieuwe functie, die we aan de collectie van bekende functies kunnen toevoegen. Een beroemd voorbeeld hiervan is $\int \frac{1}{\sqrt{z^3+az^2+bz+c}} dz$. Deze primitieve is een zogenaamde elliptische integraal. In de 19de eeuw is de systematische bestudering van deze elliptische integralen begonnen. De studie van deze integralen en de bijbehorende elliptische krommen heeft verbanden met de oplossing van 'Fermat's laatste stelling' in 1994 door A.Wiles.

Natuurlijk kan men integralen van bovenstaand type numeriek 'oplossen'. Dit wil zeggen dat van de integraal $y(z)$ een goede benadering berekend kan worden. Dit numerieke aspect van het oplossen van

differentiaalvergelijkingen is niet het onderwerp van het onderzoek.

Het onderwerp van dit onderzoek is na te gaan in hoeverre een differentiaalvergelijking, bijvoorbeeld $y''(z) = \frac{z^2+1}{z^4+1}y(z)$, oplossingen heeft die in eenvoudige functies (elementaire functies) van z zijn te schrijven. Met andere woorden, men wil onderzoeken of er oplossingen van de differentiaalvergelijking zijn die in een gesloten formule zijn te vangen. Dit noemt men symbolische integratie van differentiaalvergelijkingen. Een belangrijk onderdeel van dit onderzoek is het maken van algoritmen en computerprogramma's die nagaan of symbolische integratie van een vergelijking kan en als eventueel resultaat een gesloten vorm voor oplossingen geven.

De ontwikkeling van het vakgebied

De recente geschiedenis van het primitiveren begint met een artikel van R. Risch uit 1969, waarin algoritmen voor de differentiaalvergelijking $y' + fy = g$ worden ontwikkeld. Het onderzoek van deze vergelijking is nog niet afgesloten. Algoritmen en computerprogramma's worden verder ontwikkeld door onder andere M. Bronstein. Nederlandse bijdragen zijn afkomstig van onder andere A.H.M. Levelt, R. Sommeling en M. van Hoeij. In computeralgebra-pakketten zoals *Mathematica* en *Maple* zijn min of meer betrouwbare versies van het Risch-algoritme opgenomen.

Voor tweede-orde-vergelijkingen, dat wil zeggen vergelijkingen van het type $y'' + ay' + by = 0$, heeft Kovacic in 1986 als eerste een algoritme ontwikkeld. Dit Kovacic-algoritme is nog verre van volmaakt. In het Maple-pakket is een versie van het Kovacic-algoritme geïmplementeerd. Aan theoretische en praktische verfijningen wordt nog steeds gewerkt. De hypergeometrische vergelijking is een beroemd voorbeeld van een tweede orde differentiaalvergelijking. Het onderzoek van deze vergelijking is zeer actief.

Het algoritmisch aspect van derde orde differen-

tiaalvergelijkingen is het thema van recent werk van M.F. Singer en F. Ulmer. Hoewel er een algoritme bestaat is er nog geen computerprogramma geschreven.

Het ontbinden van hogere orde differentiaalvergelijkingen lijkt momenteel de meeste aandacht te krijgen. Er is recent werk van onder andere M.F. Singer, R. Sommeling en M. van Hoeij.

Het onderzoek in 1994

Een uitgangspunt voor het onderzoek is het Kovacic-algoritme. Het blijkt dat dit algoritme op een chaotische manier algebraïsche getallen introduceert en daardoor in de praktijk slecht of helemaal niet werkt. Door P.A. Hendriks en M. van der Put is een theorie ontwikkeld die voorspelt welke algebraïsche uitbreiding van de rationale getallen in feite nodig is voor het symbolisch integreren van tweede en derde orde differentiaalvergelijkingen. Het werk is in twee publicaties vastgelegd. Een implementatie voor het Kovacic-algoritme is nog niet voorhanden. Het produceren van differentiaalvergelijkingen met bijzondere eigenschappen (bijvoorbeeld een voorgeschreven Galois-groep) is een ander aspect van dit werk.

Een tweede onderdeel van het onderzoek gaat over differentievergelijkingen, dit zijn vergelijkingen van de vorm

$$y(z+2) + a(z)y(z+1) + b(z)y(z) = 0.$$

De Galois-theorie van zo'n vergelijking is in 1994 ontwikkeld door M. van der Put en M.F. Singer. Een gemeenschappelijke publikatie is in voorbereiding. P.A. Hendriks bestudeert het algoritmisch aspect. Zijn werk is vastgelegd in een preprint over het Kovacic-algoritme voor tweede orde differentievergelijkingen. Aan implementatie daarvan wordt gewerkt.

Een derde onderdeel van het onderzoek gaat over reducties modulo priemgetallen p van een differentiaalvergelijking. De vermoedens van A. Grothendieck en N. Katz over dit arithmetisch aspect vormen de richtlijn van dit werk.

De voorzetting in 1995

De eerste twee onderdelen van het onderzoek hopen we te kunnen afronden. Het derde onderdeel, reducties van vergelijkingen modulo priemgetallen p , lijkt veelbelovend. Het streven is niet om het Grothendieck-vermoeden op te lossen, maar om modulo p -methoden te gebruiken voor het symbolisch integreren van differentiaalvergelijkingen. Men kan dit zien als een analogon van het bekende algoritme dat polynomen over \mathbb{Q} ontbindt met behulp van modulo p -methoden.

Passage door resonantie in adiabatisch variërende Hamilton-systemen

Aandachtsprogramma	: Wiskundige aspecten van niet-lineaire dynamische systemen
Project	: Passage door resonantie in adiabatisch variërende Hamilton-systemen
Projectleider(s)	: prof. dr. F. Verhulst
Projectmedewerker(s)	: drs. R.J.A.G. Huveneers
Instelling	: Universiteit Utrecht

Inleiding

Tijdsonafhankelijke Hamilton-systemen zijn de afgelopen decennia uitvoerig bestudeerd, met veel interessante resultaten. Van periodiek tijdsafhankelijke systemen, daarentegen, is minder bekend en van niet-periodiek tijdsafhankelijke systemen is zo goed als niets bekend. Dit komt natuurlijk voornamelijk doordat de energie niet meer behouden is (ook niet gemiddeld gezien), voorzover je nog van energie kunt spreken.

Als modelprobleem beschouwen we twee harmonische oscillatoren met een niet-lineaire koppeling die in de tijd door externe oorzaken symmetrisch in één van de twee ruimtevariabelen wordt. Dit model beschrijft onder meer de beweging van een deeltje in de buurt van een periodieke oplossing in een axisymmetrische potentiaal met een externe verstoring.

Indien het systeem niet-resonant is (dat wil zeggen de eigenfrequenties van de harmonische oscillatoren zijn niet rationaal afhankelijk) kan de tijdsafhankelijkheid lokaal weggetransformeerd worden (normalisering). De interessante dynamica treedt dus op in de buurt van resonantie. Bij een passage door resonantie zal het systeem zich gedurende een zekere tijd gedragen als het resonante systeem. Vandaar dat het project zich vooralsnog concentreert op het modelprobleem in de (fysisch gezien) meest interessante 1:1 resonantie.

De niet-lineaire koppeling beschouwen we als verstoring van het systeem van twee ongekoppelde harmonische oscillatoren. Lokaal gezien kunnen we deze verstoring ontwikkelen in de twee ruimtevariabelen. Aangezien we weten dat de 1:1 resonantie pas op de vierde-orde-term invloed heeft, moeten we zowel de derde- als vierde-orde-termen van de storing meenemen. We willen verder geen aannames maken met betrekking tot de herkomst van de verstoring, zodat we algemene derde- en vierde-orde-termen als verstoring nemen. De asymmetrische termen in

1 ruimtevariabele laten we uniform uitsterven door deze termen te vermenigvuldigen met een uitstervende functie f .

De externe verstoring laten we *langzaam* afhangen van de tijd (door een kleine parameter δ toe te voegen aan het argument van de functie f). Aangezien we het modelprobleem op een kleine omgeving van de oorsprong beschouwen, hebben we nog een tweede kleine parameter ε . Het effect van deze twee parameters moet *tegelijktijd* berekend worden. Het probleem dat je telkens weer tegenkomt is dat een benadering geldig voor kleine ε niet geldig is voor δ klein genoeg en vice versa.

Voorafgaand onderzoek

Zoals gezegd is er voorafgaand aan dit project nauwelijks onderzoek geweest naar dit probleem. Tot de enkele uitzonderingen behoren onder meer Kevorkian (1980) en Van den Broek (1988). Beiden stelden de vierde orde storingstermen op nul, en Kevorkian nam bovendien een specifieke derde orde storing. Zelfs met deze vereenvoudiging liet Van den Broek zien dat in een klassieke behandeling de berekeningen al erg bewerkelijk zijn voor *speciale* waarden van δ . Bovendien leidden zijn berekeningen tot een vereenvoudigd systeem waaruit nog steeds moeilijk conclusies te trekken zijn.

De quantummechanische behandeling

Het blijkt dat in een quantummechanische behandeling van het modelprobleem de effecten van δ en ε afzonderlijk kunnen worden berekend. De quantummechanische behandeling verschilt van de klassieke behandeling daarin dat het probleem lineair wordt, en dat de faseruimte oneindig-dimensionaal wordt. Bovendien moeten we de verstoring ver weg van de oorsprong begrenzen, omdat anders elke oplossing naar oneindig wegloopt door het zogeheten *tunneleffect*.

Men kan nu eerst het effect berekenen van ε , de parameter die de grootte aangeeft van de omgeving van de oorsprong waarop we kijken. Het is heel opmerkelijk dat blijkt dat, doordat *varepsilon* klein is, de faseruimte opsplijt in *oneindig* veel *onafhankelijke eindig*-dimensionale faseruimten. De dynamica (van een lineair, eindig-dimensionaal, tijdsafhankelijk systeem) kan dus in elke subruimte afzonderlijk bestudeerd worden. Het mooie is nu dat deze opsplitsing geldig is voor *onbeperkte* tijd, hoe klein δ ook is.

De wijze waarop de faseruimte opsplijt is sterk afhankelijk van de resonantie. Is er geen resonantie, dan splitst de faseruimte zich op in allemaal een-dimensionale subruimtes, hetgeen wederom triviale dynamica oplevert aangezien het systeem lineair is. In het geval van de 1:1 resonantie splitst de faseruimte zich op in subruimtes met oplopende dimensie 1, 2, 3 enz. Voor andere resonanties splitst het systeem zich verder op dan voor de 1:1 resonantie, maar natuurlijk niet zo ver als voor het niet-resonante geval.

Binnen een subsysteem kan het effect van δ berekend worden. Uit de (relatief eenvoudige) algemene gedaante van een subsysteem volgt direct dat uitsluitend de verhouding δ/ε^2 bepalend is voor de dynamica. Ook wordt uit deze gedaante de invloed van de functie f op de dynamica duidelijker. Met behulp van de middelingsmethode kan men laten zien dat de verhouding δ/ε^2 van de orde 1 moet zijn, wil er interessante dynamica optreden. Dit is in overeenstemming met de klassieke behandeling van Van den Broek waarin hij liet zien dat er geen interessante dynamica is voor $\delta = \varepsilon$, maar wel voor $\delta = \varepsilon^2$.

Het modelprobleem kan nu door bovenstaand resultaat systematisch onderzocht worden door de dynamica te bestuderen binnen de subruimtes met oplopende dimensie: elk verschijnsel dat zich voordoet in het modelprobleem moet zich ook in minstens 1 van de subruimten voordoen. Aangezien de gedaante van een subsysteem *expliciet* bekend is, kunnen we de subsystemen met lage dimensie met analytische methoden te lijf gaan, terwijl hoger-dimensionale subsystemen met numerieke methoden onderzocht kunnen worden.

Het kleinste subsysteem (dimensie 1) is weer triviaal, omdat we de oplossing hiervan expliciet kennen, welke niet meer is dan een faseverschuiving in het complexe vlak.

Het volgende subsysteem (dimensie 2) heeft al erg ingewikkelde dynamica. Dit ondanks het feit dat het

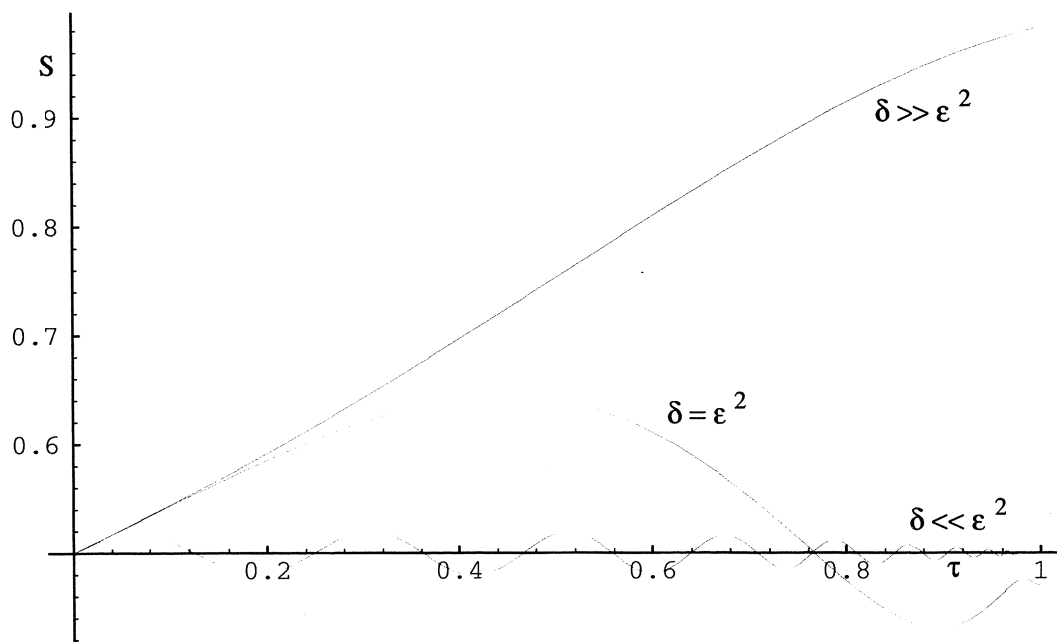
substelsysteem lineair is. De moeilijkheid wordt veroorzaakt door de tijdafhankelijkheid en het complex zijn van de variabelen, waardoor de dimensie eigenlijk 4 is. Toch kan er ook hier voor een speciale functie f (exponentieel uitstervend) een expliciete oplossing gevonden worden. Dat deze bestaat uit hypergeometrische functies demonstreert de complexiteit van de dynamica. Het belang van de verhouding δ/ε^2 kan al door het twee-dimensionale subsysteem gedemonstreerd worden, door de graad van symmetrie van de oplossing als functie van de tijd te bestuderen voor verschillende waarden van deze verhouding. Deze graad van symmetrie wordt bepaald door de oplossing op te splitsen in een symmetrisch en antisymmetrisch gedeelte. De graad van symmetrie is dan de grootte (norm) van het symmetrische gedeelte.

Het kennen van een expliciete oplossing stelt ons in staat het verband te onderzoeken tussen de begincondities (met asymmetrische verstoring) en de eindcondities (met symmetrische verstoring). We zijn hierbij niet geïnteresseerd in de dynamica van het symmetrisch verstoorte probleem; we willen enkel aangeven welke overgangen er optreden tussen de oplossingen van het symmetrisch gestoorde probleem. Dit is erg moeilijk zonder kennis van een expliciete oplossing. Ook wordt de invloed van het verdwijnen van de asymmetrische component van de verstoring op de dynamica duidelijker bij kennis van een expliciete oplossing.

Toekomstig onderzoek

Aan het twee-dimensionale subsysteem moet nog meer aandacht besteed worden. Zo wordt bijvoorbeeld het bestaan van een niet-triviale integraal of adiabatische invariant gesuggereerd door het bestaan van een expliciete oplossing. Bij voldoende inzicht in het twee-dimensionale subsysteem moet onderzocht worden of het drie-dimensionale subsysteem hier essentieel van afwijkt. Gezien de lengte van de berekeningen voor het twee-dimensionale subsysteem zullen we ter wille van de uitvoerbaarheid van de berekeningen een minder algemene verstoring moeten nemen. Nog hoger-dimensionale subsystemen kunnen vervolgens numeriek onderzocht worden.

Een niet onbelangrijk aandachtspunt binnen dit project is de terugkoppeling van de resultaten naar de klassieke behandeling: welke resultaten hebben een klassiek analogon en welke niet. Waarom kunnen δ en ε klassiek niet afzonderlijk behandeld worden?



Figuur 1. De graad van symmetrie (S) in het twee-dimensionale subsysteem als functie van de tijd $\tau = 1 - \exp(-t)$ voor drie waarden van de parameterverhouding δ/ϵ^2 .

De scheve Hopf-bifurcatie

Aandachtsprogramma	:	Wiskundige aspecten van niet-lineaire dynamische systemen
Project	:	Chaos en quasi-periodiciteit in verdraaide Hopf-bifurcaties nabij cirkelsymmetrie
Projectleider(s)	:	prof. dr. H.W. Broer, prof. dr. F. Takens
Projectmedewerker(s)	:	ir. F.O.O. Wagener
Instelling	:	Rijksuniversiteit Groningen

Inleiding

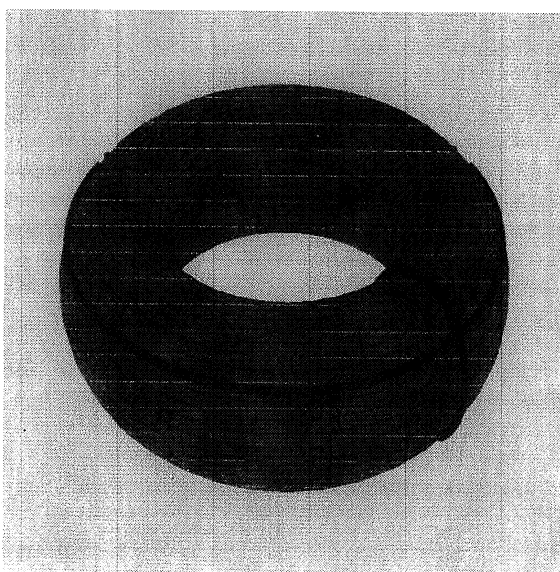
Wat is een *bifurcatie*, wat is een *scheve Hopf-bifurcatie* waarom bestudeert men deze en hoe gaat dat? Achtereenvolgens:

Bifurcaties komen voor in *dynamische systemen*, zoals elektronische schakelingen, chemische reacties, economische modellen – systemen die beschreven kunnen worden door stelsels differentiaalvergelijkingen. Deze systemen bezitten in het algemeen *parameters* – regelaars, schuiven, knoppen, die continu verstelbaar zijn. Als nu het gedrag van het systeem kwalitatief verandert bij het overschrijden van een zekere parameterwaarde – bijvoorbeeld treedt er in een ouderwetse radio-ontvanger het als ‘Mexicaanse Hond’ bekende terugkoppelingsfluiten op, wanneer de terugkoppeling een bepaalde waarde overschrijdt – dan spreken we van een ‘bifurcatie’ van het systeem. Het bovengenoemde voorbeeld is er meteen al één van een *gewone* Hopf-bifurcatie – de fluittoon is een trilling, en het systeem raakt in zijn geheel (de invoer van de antenne even buiten beschouwing gelaten) aan het trillen. De toestand, als functie van de tijd, wordt dan vastgelegd door de fase(-hoek) van de trilling waarin het systeem zich bevindt. Deze fasen, opgevat als puntverzameling, vormen een gesloten kromme (of cirkel), immers na één periode is het systeem weer terug in zijn oorspronkelijke toestand.

Het systeem kan verdere Hopf-bifurcaties ondergaan, waarbij nieuwe frequenties optreden. Bij twee frequenties wordt de toestand gegeven door twee fasen, twee punten ieder op een cirkel, en de verzameling van alle toestanden is nu een torus (zie Figuur 1). Het systeem kan een derde, een vierde frequentie oppikken en zo verder ad infinitum. Een systeem met twee of meer frequenties, waar de frequentieverhoudingen ω_2/ω_1 irrationaal ($\notin \mathbb{Q}$) zijn, heet *quasi-periodiek*.

In de hydrodynamica is dit een model voor het ontstaan van turbulentie – de quasi-periodieke weg naar turbulentie van Landau en Lifschitz. Zij stellen

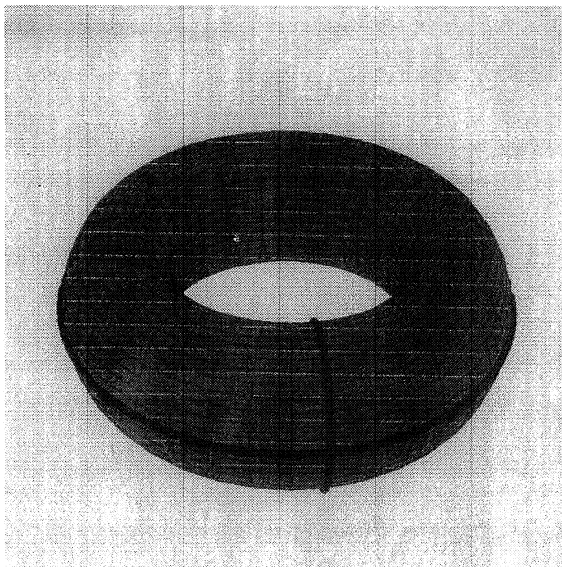
dat een hydrodynamisch systeem eerst een oneindig aantal Hopf-bifurcaties ondergaat (steeds sneller achter elkaar) voordat het turbulent – dat is, onvoorspelbaar – wordt.



Figuur 1. De fasen (φ_2, φ_3) , opgevat als puntverzameling, vormen een torus. Er zijn een lengtecirkel en een breedtecirkel afgebeeld

Een ander mogelijk scenario is door Ruelle en Takens geconstrueerd. Zij laten zien dat er na de overgang van twee naar drie frequenties al onvoorspelbaarheid op kan treden. Onvoorspelbaarheid bij een gering aantal vrijheidsgraden is men de laatste tijd *chaos* gaan noemen.

In hetzelfde straatje past de scheve Hopf-bifurcatie, die zometeen wordt beschreven: ze is een nieuwe manier om na twee Hopf-bifurcaties af te wijken van het schema van Landau en Lifschitz, en om vervolgens chaos te verkrijgen.



Figuur 2. Een quasiperiodieke transformatie verschuift de cirkels op de torus

Beschrijving

De scheve Hopf-bifurcatie kan het eerst optreden na twee Hopf-bifurcaties. Tegenover de gewone Hopf-bifurcatie, waar er weer een frequentie bij komt, verandert bij de scheve variant het karakter van de trilling van het systeem. Om het verschil tussen de gewone (of quasi-periodieke als het om meer dan één frequentie gaat) Hopf-bifurcatie en de scheve Hopf-bifurcatie goed te kunnen beschrijven, wordt er een dimensieverlaging toegepast door over te gaan op een zogeheten Poincaré- of stroboscopische afbeelding.

Hiervoor wordt de toestand van het systeem bekeken voor die tijdstippen t dat de eerste fase nul is. De toestand van het systeem op die momenten wordt nu vastgelegd door de fasen (φ_2, φ_3) van de tweede en derde trillingen. Men kan zich voorstellen dat er op juist die tijdstippen met een stroboscoop geflitst wordt (de analogie gaat natuurlijk alleen maar beperkt op).

De fasen (φ_2, φ_3) kunnen weer opgevat worden als punten op een torus. De transformatie van één toestand naar de volgende is hier dus een afbeelding van een torus op zichzelf. De toestand beweegt niet meer continu over de torus, maar verspringt (van flits tot

flits). We illustreren dat aan de hand van Figuur 1. De torus is afgebeeld, met daarop twee cirkels. Figuur 2 toont vervolgens het resultaat bij de volgende flits in het geval van een quasi-periodieke torus; de cirkels worden 'evenwijdig' verschoven. Figuur 3 illustreert de afbeelding in het geval van een 'scheve' torustransformatie. Let op de ligging van de grote cirkel: er treedt 'wringen' op.

Als zo een scheve torustransformatie ontstaat na een Hopf-bifurcatie, dan spreken wij van een scheve Hopf-bifurcatie. In het quasi-periodieke geval beslaat de attractor of limietverzameling van een typische baan van een punt de hele torus. Dit is net zo in het scheve geval, mits er een zekere rotatiesymmetrie aanwezig is.

Is deze symmetrie echter gebroken, dan is de attractor van het systeem niet meer gelijk aan de torus, en kan de dynamica zelfs chaotisch worden (zie Figuur 4).

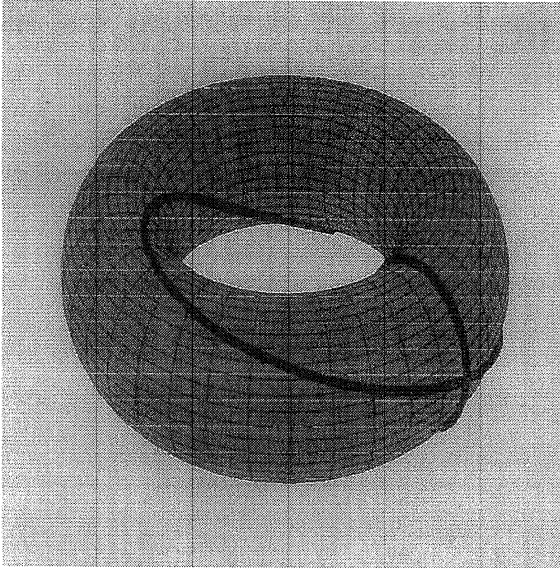
Methoden

De voornaamste methode om (letterlijk) zicht op de dynamische fenomenen te krijgen, is de numerieke simulatie van het systeem. De attractor wordt getekend voor verschillende parameterwaarden om de bifurcatie heen. Daarna wordt gepoogd met geometrische en analytische argumenten de verkregen plaatjes te interpreteren.

Een alternatieve (en in zekere zin complementaire) aanpak is gebaseerd op een uitbreiding van de Kolmogorov-Arnol'd-Moser theorie, die al toegepast is om de quasi-periodieke Hopf-bifurcatie te analyseren. Deze levert informatie over de voorwaarden waaronder er géén chaos optreedt.

Literatuur

- L.D. LANDAU en E.M. LIFSHITZ (1959). *Fluid Mechanics*, Pergamon Press.
- J. MOSER (1967). Convergent Series Expansions for Quasi-Periodic Motion. *Math. Annalen* **16**.
- D. RUELLE en F. TAKENS (1979). On the Nature of Turbulence Comm. Math. Phys. **20**, 1971.
- H.W. BROER en F. TAKENS (1993). Mixed Spectra and Rotational Symmetry. *Archive for Rational Mechanics and Analysis* **124**, 1.



Figuur 3. Bij een scheve transformatie treedt wringen op (let op de lengtecirkel)



Figuur 4. Als de rotatiesymmetrie van de scheve transformatie gebroken is, kan de dynamica van het systeem chaotisch worden

Overzicht van lopende projecten

Werkgemeenschap Numerieke Wiskunde

Foutenanalyse van numerieke methoden voor het oplossen van beginwaardeproblemen (prof. dr. M.N. Spijker, RU Leiden)

Het project betreft de numerieke oplossing van beginwaardeproblemen voor gewone en partiële differentiaalvergelijkingen. Benaderingsmethoden voor het oplossen van deze problemen worden theoretisch onderzocht. Het gaat hierbij vooral om het verkrijgen van rigoreuze a-priori foutschattingen, geldig voor problemen die realistischer zijn dan de klassieke testproblemen.

Reken- en communicatiecomplexiteit voor preconditioneringsmethoden (prof. dr. A.O.H. Axelsson, KU Nijmegen)

Voor elliptische problemen zijn recentelijk nieuwe preconditioneringsmethoden ontwikkeld van optimale rekencomplexiteit. Maar, zelfs als de hoeveelheid rekenwerk per roosterpunt in essentie vast ligt, onafhankelijk van de fijnheid van het rooster, kan de echte hoeveelheid rekenwerk groot zijn en andere, niet-optimale methoden kunnen efficiënter zijn voor de probleemafmetingen die men in de praktijk tegenkomt. Het doel is het vinden van de echte rekencomplexiteit van verschillende iteratieve oplossmethoden door bepaling van nauwkeurige eigenwaardebenaderingen voor de gepreconditioneerde geconjugeerde gradiëntenmethoden gebruikmakend van verschillende types van preconditioneringen en meerdere (gegeneraliseerde) geconjugeerde gradiëntenmethoden. Dit zal ook gedaan worden voor bepaalde niet-symmetrische en indefiniëte matrixproblemen. Het doel is ook dezelfde soort problemen te behandelen wat betreft reken- en communicatiecomplexiteit voor enkele typische parallele computerarchitecturen.

Invariante discretiserings- en oplosmethoden voor de behoudswetten voor incompressibele stromingen (prof. dr. ir. P. Wesseling, TU Delft)

Het doel van het project is het ontwikkelen en vergelijken van methoden voor de invariante discretisatie van de behoudswetten voor incompressibele stromingen in algemene coördinaten, en van corresponderende numerieke oplosmethoden. Ontwikkeling en evaluatie van numerieke methoden voor de incom-

pressibele Navier-Stokes vergelijkingen in algemene coördinaten met turbulentie-modellering. Toepassing op een realistisch geval.

Globale tijd-ruimte discretisatiemethoden (prof. dr. A.O.H. Axelsson, KU Nijmegen)

Het gebruik van globale tijd-ruimte eindige elementmethoden voor parabolische en gekoppelde parabolische/hyperbolische differentiaalvergelijkingen hebben veel voordelen boven gewone tijdstapmethoden. Ze kunnen onder andere stabiele methoden opleveren ook voor problemen, waar de gewone methode instabiel is en vaak maken ze gebruik van een aantal roosterpunten dat een orde van grootte kleiner is.

De methode is toepasbaar op voorwaarts-achterwaartse warmtevergelijkingen, op bepaalde optimale controle (besturings)problemen die onder andere ontstaan bij numerieke weersvoorspelling, en voor beginrandwaardeproblemen met niet-lokale randvoorwaarden.

De niet-symmetrische stelsels die ontstaan kunnen opgelost worden met bepaalde iteratieve methoden, gebaseerd op gegeneraliseerde geconjugeerde gradiëntenmethode en algebraïsche multiroostermethoden als preconditioneringen. Doel van het onderzoek is stabiliteit en discretisatiefoutschattingen te analyseren en te laten zien dat de methoden optimale (of bijna optimale) complexiteit hebben.

Werkgemeenschap Stochastiek

Statistiek voor grote parameterruimten. Deelproject: analyse van rekenintensieve statistische methoden (prof. dr. W.R. van Zwet, RU Leiden)

Rekenintensieve statistische methoden als de bootstrap zullen worden bestudeerd en vergeleken met methoden die rekentechnisch eenvoudiger zijn, zoals de empirische Edgeworth-ontwikkeling. Het asymptotisch gedrag van deze procedures alsook hun gedrag voor eindige steekproefomvang zal worden beschouwd. Behalve in enkele speciale gevallen kan dit gedrag voor eindige steekproeven niet analytisch worden behandeld en zullen simulatiestudies worden uitgevoerd.

Statistiek van extreme waarden (\mathbb{R}^d) (prof. dr. L.F.M. de Haan, Erasmus Universiteit Rotterdam)
Onderzoek van statistische problemen samenhangend met uiteinden van een meer-dimensionale kansverdeling.

Statistiek voor grote parameterruimten. Deelproject: functionele en structurele modellen (prof. dr. C.A.J. Klaassen, Universiteit van Amsterdam)
In statistische modellen met grote parameterruimten spelen mengmodellen een belangrijke rol. Daarbij zijn de storingsparameters in de verdelingen van de waarnemingen realisaties van onafhankelijke en identiek verdeelde (iid) stochasten onder een mengverdeling. Dit structurele model (met iid waarnemingen) heeft andere eigenschappen dan het functionele model waarin de (onbekende) storingsparameters deterministisch zijn en de waarnemingen onafhankelijk maar niet identiek verdeeld. In het voorgestelde project zal een vergelijking van deze modellen worden gemaakt en zullen efficiënte grenzen en schatters worden geconstrueerd voor het functionele model.

Werkgemeenschap Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie

Algebraïsche methoden voor systemen met vertragingen (prof. dr. ir. M.L.J. Hautus, TU Eindhoven)

- Onderzoek van de toepasbaarheid van de in de literatuur ontwikkelde algebraïsche methoden voor de behandeling van lineaire tijdsinvariante systemen met vertragingen.
- Eventuele uitbreiding van de theorie als dit voor de toepassingen nuttig lijkt.
- Toetsing van efficiëntie, numerieke eigenschappen en robuustheid van de onderzochte methoden.

Het machtreeksalgoritme voor de analyse van wachtrijproblemen (dr. J.P.C. Blanc, KU Brabant)
Theoretische rechtvaardiging van het machtreeksalgoritme, verbetering van dit algoritme en uitbreiding van de toepasbaarheid ervan. Numerieke analyse van diverse wachtrijmodellen met behulp van dit algoritme.

Markov-beslissingsketens en netwerken van wachtrijen (prof. dr. A. Hordijk, RU Leiden)
De existentie en structuur van optimale strategieën in (gedeeltelijk observeerbare) Markov-beslissingsketens en netwerken van wachtrijen. Stochastische ongelijkheden voor wachtrijnetwerken en grenzen en benaderingen voor Markov-beslissingsketens.

Inwendige-punt-methoden voor lineair, geheeltal-

lig lineair en niet-lineair programmeren (dr. ir. C. Roos, TU Delft)

Voortzetting van het onderzoek aan recent ontwikkelde inwendige-punt-methoden voor lineair programmeren en uitbreidingen naar niet-lineaire optimalisering. Met name de mogelijkheid om deze methoden toe te passen op geheeltallige optimaliseringsproblemen zal worden onderzocht. Implementaties van de methoden zullen worden getest op hun praktische effectiviteit.

Machinevolgordeproblemen en samenwerking (prof. dr. S.H. Tijs, KU Brabant en dr. J.A.M. Potters, KU Nijmegen)

Het project beoogt kostentoewijzingsmechanismen te ontwerpen voor machinevolgordeproblemen. Deze mechanismen dienen onder alle omstandigheden een eerlijke verdeling van kosten te bewerkstelligen die zo mogelijk eenvoudig te berekenen is. Het is de opzet de eigenschappen van dergelijke regels te bestuderen en axiomatisch te karakteriseren. De wijze van benadering zal ontleend zijn aan de coöperatieve speltheorie, een theorie die al vaker met succes is toegepast bij kostentoewijzingsproblemen.

Anticiperende en adaptieve planning met neurale netwerken (prof. dr. J. Wessels en prof. dr. E.H.L. Aarts, TU Eindhoven)

Nagaan in hoeverre neurale netwerken bruikbaar zijn voor het ontwikkelen van planningen in situaties waarin het herkennen van patronen in de externe vraag van belang is, terwijl bovendien de patronen in de tijd variëren. Hierbij wordt in de eerste plaats gedacht aan productieplanningsproblemen. Tevens is het de bedoeling om ontwerpmethoden voor neurale netwerken met bovengenoemd doel te ontwikkelen.

Lineaire impliciete systemen: een distributionele benadering (prof. dr. J.M. Schumacher, KU Brabant/CWI en dr. J.C. Engwerda, KU Brabant)

Het onderzoek zal zich richten op de verdere ontwikkeling van een distributionele calculus die geschikt is voor lineaire ingangs/uitgangssystemen gedefinieerd op de halfrechte \mathbb{R}^+ . De calculus zal worden gebruikt voor de beschrijving van structurele systeemeigenschappen en voor het oplossen van optimale-besturingsproblemen. Een analoge opzet zal worden ontwikkeld voor systemen in discrete tijd.

Werkgemeenschap Discrete Wiskunde

Verbetering van decodeertechnieken van algebraïsche codes (prof. dr. ir. H.C.A. van Tilborg)

en prof. dr. J.H. van Lint, TU Eindhoven)

- Het vinden van efficiënte decodeeralgoritmen voor codes die nog geen efficiënte decodeeralgoritmen kennen of waarvan de bestaande decodeeralgoritmen minder fouten kunnen verbeteren dan de error-correcting capaciteit van de code mogelijk maakt of waarvan de bestaande decodeeralgoritmen niet efficiënt genoeg zijn.
- Het vinden van soft decision decoding algoritmen voor sporadische of klassen van algebraïsche codes.

Algebraïsch-meetekundige codes (dr. G.R. Pellikaan, TU Eindhoven)

Het onderzoek richt zich op:

- Het decoderen van algebraïsch-meetekundige codes.
- Het bepalen van grenzen van de minimum-afstand en dimensie van algebraïsch-meetekundige codes.
- Het vinden van MDS codes op krommen.
- Berekningen in de Jacobiaan van de kromme spelen een centrale rol in alle drie de onderdelen.

Codes in klassieke afstandsreguliere grafen

(prof. dr. A.E. Brouwer, TU Eindhoven)

Onderzoek van codes en designs in associatieschema's en aanverwante structuren, speciaal in het eindige geval.

Ternaire codes en hun designs (prof. dr. J.H. van Lint, TU Eindhoven)

Onderzoek naar de minimum-afstand van ternaire codes, in het bijzonder optimale codes en de constructie van nieuwe t -designs.

Werkgemeenschap Analyse

De analyse van partiële differentiaalvergelijkingen uit de theorie der supergeleiding (dr. B.H. Gilding en prof. dr. ir. P.J. Zandbergen, Universiteit Twente)

Supergeleiding wordt gemodelleerd door een aantal (stelsels van) partiële differentiaalvergelijkingen. Tot nu toe is er echter weinig theorie voor deze vergelijkingen ontwikkeld. Dit onderzoek bestudeert existentie en eenduidigheid voor geschikte randvoorwaardeproblemen en het karakteriseren van vrije randen in de oplossingen en verwante kwalitatieve eigenschappen van de oplossingen.

Berekenen en visualiseren van invariante variëteiten in dynamische systemen (dr. G. Vegter, prof. dr. H.W. Broer en prof. dr. F. Takens, RU Groningen)
Doel is te komen tot een toolkit voor systematische

berekening en visualisering van invariante variëteiten in lage dimensie (≤ 4). Te denken valt aan (on)stabiële variëteiten van evenwichten en periodieke banen, aan invariante tori en ook aan optredende hetero- en homocliene verschijnselen. De numerieke algoritmen zijn geënt op (contractie-)methoden uit existentie-bewijzen. De toolkit dient een gebruikersvriendelijk hulpmiddel te zijn bij onderzoek op het gebied van dynamische systemen, zowel in experimenten als bij het leveren van bewijzen.

Plotselinge verandering in systemen met adiabatische variabelen (prof. dr. ir. J. Grasman, LU Wageningen, prof. dr. ir. W. Eckhaus en prof. dr. F. Verhulst, Universiteit Utrecht)

Door een langzame verandering van parameters kan een niet-lineair systeem plotseling van de ene limietoplossing naar de andere springen. Als de verandering een functie van de toestandsvariabelen is, dan is het moment van plotselinge verandering moeilijk te voorspellen. Toepassingen worden gevonden in de mechanica, klimatologie en de biologie. Het doel van dit onderzoek is een kwantitatieve wiskundige theorie voor deze klasse van problemen te ontwikkelen.

Validiteit van modulatievergelijkingen van het Ginzburg-Landau type (prof. dr. ir. W. Eckhaus, prof. dr. A. van Harten en dr. A. Doelman, Universiteit Utrecht)

Onderzoek van de validiteit van de Ginzburg-Landau vergelijking en de stabiliteit van de Ginzburg-Landau variëteit in een algemene opzet, die de klassieke hydrodynamische problemen (Rayleigh-Bénard convectie, Poiseuille-stroming, etc.) omvat.

Complexe analyse en approximatie. Deelproject A: Potentiaaltheorie en kwadratuurformules (prof. dr. J. Korevaar, Universiteit van Amsterdam)

Aanvrager heeft gevonden dat er voor gebieden zoals de sfeer, een nauw verband is tussen goede n -punt kwadratuurformules met gelijke coëfficiënten en configuraties van n gelijke (punt)ladingen met klein corresponderend elektrostatisch veld. Doel van het onderzoek is om precieze resultaten te verkrijgen over beide onderwerpen en om verwante vragen uit de potentiaaltheorie te bestuderen.

Niet-lineaire convectie en diffusie van verontreiniging in poreuze media (prof. dr. ir. C.J. van Duijn, TU Delft en prof. dr. ir. L.A. Peletier, RU Leiden)
In dit project wordt voorgesteld een aantal wiskundige aspecten uit de modellering van het transport van reactieve stoffen door een poreus materiaal (bij-

voorbeeld verontreinigingen in grondwater) te bestuderen. Een centrale rol speelt hierbij een niet-lineaire convectie-diffusie-vergelijking (voor het transport), gekoppeld met een gewone differentiaal-vergelijking (voor de chemische reacties). Deze studie zal zich richten op de kwalitatieve analyse van de oplossingen van dit stelsel, zoals existentie, eenduidigheid, regulariteit, vrije randen, asymptotisch gedrag in de tijd, etc.

Speciale functies en de methode van quantum-inverse verstrooiing (prof. dr. T.H. Koornwinder, Universiteit van Amsterdam)

De methode van scheiding van variabelen zal worden beschouwd voor quantum-integreerbare stelsels van fysisch belang. Deze methode is een generalisatie van de standaardmethode van coördinaatscheiding. Zij is nauw verbonden met de representaties van kwadratische R -matrixalgebra's (quantumgroepen). Voor de algebraïsche beschrijving van de corresponderende speciale functies, die de gezamenlijke eigenfuncties zijn van het volledige stel bewegingsconstanten voor het betreffende integreerbare stelsel, zal een algemene aanpak worden ontwikkeld. Nieuwe klassen van q -speciale functies, op deze manier verkregen, zullen worden bestudeerd.

Werkgemeenschap Algebra en Meetkunde

Cykels op algebraïsche variëteiten (prof. dr. F. Oort, Universiteit Utrecht en prof. dr. J.H.M. Steenbrink, KU Nijmegen)

Deformaties van een variëteit met behoud van een cykel. Deformaties van families.

Numerieke getaltheorie: het ontbinden van grote gehele getallen in priemfactoren (prof. dr. R. Tijdeman, RU Leiden en dr. ir. H.J.J. te Riele, CWI Amsterdam)

Onderzoek van de *Number Field Sieve*-factorisatiemethode voor een zo groot mogelijke klasse van gehele getallen (mogelijk zelfs voor willekeurige gehele getallen). Ontwikkeling van een machine-onafhankelijke implementatie van deze methode en aanpassing en optimalisatie hiervan voor parallelle supercomputers (zoals de Cray Y-MP4 en de NEC SX-3). Onderzoek en, zo mogelijk, verhoging van de praktische bruikbaarheid van de NFS-methode. Vergelijking met de tot nu toe beste bekende algemene factorisatiemethode (MPQS) en experimentele bepaling van het interval waar NFS het wint van MPQS.

Deelvariëteiten van de moduluirruimte van krommen (prof. dr. G.B.M. van der Geer en dr. C. Faber, Uni-

versiteit van Amsterdam)

- Onderzoek van complete deelvariëteiten van M_g ; constructie van complete deelvariëteiten van M_g .
- Enumeratieve meetkunde van M_g : bepaling van klassen van meetkundig gedefinieerde deelvariëteiten in de Chow-ring; interpretatie van de vermoedens van Witten.

Modulaire krommen (prof. dr. F. Oort, Universiteit Utrecht en dr. J. Top, RU Groningen)
Het bestuderen van de aritmetiek van de torsie-deelgroep van de groep $E(K)$ van een elliptische kromme E gedefinieerd over een getallenlichaam K . Het afleiden van eigenschappen van modulaire krommen. Het vergelijken van deze methoden met technieken gerelateerd aan Drinfel'd modulaire krommen.

WINST: Wiskunde- en Informatica: Samenwerkings-Thema's (prof. dr. H. Barendregt, KU Nijmegen, prof. dr. A.M. Cohen, TU Eindhoven, prof. dr. M. Hazewinkel en prof. dr. J.W. Klop, CWI Amsterdam)

WINST is een samenwerkingsproject tussen de Stichting Mathematisch Centrum (SMC) en de Stichting Informatica Onderzoek Nederland (SION). Het doel van het project is het realiseren van een vruchtbare interactie tussen de drie gebieden *theorem proving*, *term rewriting* en *symbolic computation*.

Werkgemeenschap Logica en Grondslagen van de Wiskunde

Interpreteerbaarheid en begrensde rekenkunde (dr. D.H.J. de Jongh, Universiteit van Amsterdam en dr. A. Visser, Universiteit Utrecht)

Onderzoek van het begrip interpreteerbaarheid in rekenkundige en verzamelingstheoretische systemen, met speciale aandacht voor systemen van begrensde rekenkunde. Tevens onderzoek van de metamathematische en complexiteitstheoretische aspecten van die begrensde systemen van rekenkunde.

Exacte modellen voor fragmenten van intuïtionistische logica (prof. dr. G.R. Renardel de Lavalette, RU Groningen en dr. D.H.J. de Jongh, Universiteit van Amsterdam)

Doel van het project is het verrichten van onderzoek naar de structuur van fragmenten (c.q. hun Lindenbaum-algebra) van de intuïtionistische propositielogica (IpL). De bestudering van de zogeheten exacte modellen zal hierbij centraal staan. Het onderzoek zal ondersteund worden door automatische

stellingentesters en -bewijzers voor IpL. Er zal speciale aandacht besteed worden aan toepassingen van de resultaten van het onderzoek in de theorie van IpL, typentheorie en in de ontwikkeling van nieuwe algoritmen voor stellingenbewijzers.

Verzamelingenleer in categorische modellen voor intuïtionistische logica en typentheorie (dr. I. Moerdijk, prof. dr. D. van Dalen, Universiteit Utrecht)
Het doel van dit project is allereerst de categorische modellen voor intuïtionistische hogere orde logica te vergelijken met die voor intuïtionistische typentheorie, en vervolgens het verband te onderzoeken tussen interpretaties van de verzamelingenleer in deze twee soorten modellen.

Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica

Mathematische fundering van de thermodynamica (prof. dr. M. Winnink, dr. A.C.D. van Enter, RU Groningen)

Voorgesteld wordt enkele aspecten te onderzoeken van het inverse probleem uit de statistische mechanica. In het bijzonder wordt gezocht naar voorwaarden waaronder het inverse probleem oplosbaar of onoplosbaar is.

Ergodiciteit voor grote systemen (prof. dr. H.W. Broer, dr. A.C.D. van Enter, prof. dr. F. Takens en prof. dr. M. Winnink, RU Groningen)

Centraal in het onderzoek staat het verschijnsel van ergodisch gedrag van grote systemen. In het bijzonder wordt het mogelijke bestaan van invariante tori in niet-lineaire systemen, zoals de random-vector modellen van het Heisenberg-type, onderzocht. Recente ontwikkelingen verbinden namelijk aspecten uit de theorie van de thermodynamische systemen met die uit de theorie der niet-lineaire dynamische systemen.

Onafhankelijkheid in de quantum-kanstheorie (dr. J.D.M. Maassen, KU Nijmegen)

Inventarisatie van de mogelijke realisaties van het begrip 'statistische onafhankelijkheid' in de quantum-kanstheorie. Nu bekende mogelijkheden: de tensorproduct-structuur (omvat het klasieke, commutatieve geval), de anticommutatieve tensorproduct-structuur en het gereduceerde vrije product (ontdekt in 1983), elk met haar eigen optelwet, centrale-limietstelling en 'witte ruis', en bovendien elk met een eigen fysische interpretatie. Het gebied lijkt rijk aan structuur, voor het grootste deel nog onontgonnen.

Topologische veldentheorie, stringtheorie en de meetkunde van moduliruimten (prof. dr. R.H. Dijkgraaf, Universiteit van Amsterdam)

Het onderzoek richt zich op de relatie tussen quantumveldentheorie en stringtheorie met behulp van algebraïsch meetkundige en algebraïsch topologische methoden.

Toepassingen van oneindig-dimensionale Lie-algebra's in de mathematische fysica (dr. G.F. Helminck, Universiteit Twente)

Onderzoek naar de rol die representaties van oneindig-dimensionale Lie-algebra's en vlagvariëteiten spelen in de quantumveldentheorie en de theorie van de integreerbare systemen. In het bijzonder worden onderzocht de interactie tussen de constructie van vertexoperatoren, rangorden van solitonvergelijkingen, partitiefuncties en W -algebra's.

Mathematische structuren van de Bethe-Ansatz en Yang-Baxter vergelijkingen (prof.dr. B. Nienhuis, Universiteit van Amsterdam)

Het project heeft tot doel een aantal wiskundige structuren van oplosbare modellen uit de statistische fysica op te helderen. In het bijzonder wil men de relatie tussen de Boltzmann-gewichten van het roostermodel en de S -matrix van de corresponderende veldentheorie begrijpen en het feit dat beide objecten voldoen aan de Yang-Baxter vergelijking. Een ander probleem dat aandacht zal krijgen is de relatie tussen de Yang-Baxter voorwaarde en de Bethe-Ansatz.

Fuseringen en quantumdimensies (dr. J.W. van Holten en dr. J. Fuchs, NIKHEF-H Amsterdam)

Fuseringen en quantumdimensies komen bijvoorbeeld voor in bepaalde groeptheoretische problemen, bij de representatietheorie van W -algebra's, quantumgroepen en cohomologieproblemen die alle toepassingen hebben in de quantumveldentheorie, bijvoorbeeld bij de bepaling van het spectrum van fysische toestanden. Het doel van het project is het geven van een nieuw inzicht in de structuur van fuseringen en hun beschrijving in termen van moderne algebra en algebraïsche meetkunde. Verwacht wordt dat dit inzicht kan worden gebruikt voor de afleiding van een gedetailleerde classificatie van quantumdimensies.

Aandachtsprogramma Wiskundige Aspecten van Niet-lineaire Dynamische Systemen

Dynamica van de opgedikte Arnold familie (prof. dr. H.W. Broer en prof. dr. F. Takens, RU Groningen)

De dynamica van de opgedikte Arnold familie speelt een belangrijke rol bij het onderzoek van resonantieverschijnselen en homocliene bifurcaties. Het voorgestelde onderzoek heeft veel aanknopingspunten met lopend onderzoek op het gebied van niet-lineaire systemen zoals de dissipatieve KAM-theorie, de theorie van 1-D afbeeldingen en de reeds genoemde homocliene bifurcaties.

Chaos en quasi-periodiciteit in verdraaide Hopf-bifurcaties nabij cirkelsymmetrie (prof. dr. H.W. Broer en prof. dr. F. Takens, RU Groningen)

De verdraaide Hopf-bifurcatie is een zekere ontwikkeling van quasi-periodieke naar chaotische dynamica. Dit verschijnsel manifesteert zich in systemen met cirkelsymmetrie. In systemen zonder cirkelsymmetrie gebeurt iets dergelijks. Eenvoudige numerieke experimenten laten zien dat er in dit geval sprake is van een rijke dynamica. Het onderzoek heeft tot doel een verklaring voor dit verschijnsel te vinden.

Passage door resonantie in adiabatisch variërende Hamilton-systemen (prof. dr. F. Verhulst, Universiteit Utrecht)

Het onderzoek heeft tot doel de analyse van systemen met twee vrijheidsgraden, die zich van een conservatief asymmetrisch naar een conservatief symmetrisch systeem ontwikkelen. Hierbij wordt met name aandacht besteed aan de invloed van tijdsafhankelijke processen op de integreerbaarheid van normaalvormen en het verband met adiabatische varianten.

Dynamica van de gekoppelde Josephson junction (dr. S.A. van Gils, Universiteit Twente)

De dynamica van globaal gekoppelde functies wordt onderzocht, zowel numeriek als analytisch, in het bijzonder in de buurt van een twist bifurcatiepunt, speciale aandacht wordt besteed aan symmetrieaspecten.

Numerieke bifurcatie-analyse (dr. J. Sanders, RIACA Amsterdam)

Het doel is te komen tot een numeriek bifurcatie-analyse programma met een grafische interface onder X-windows en de gebruikersinterface te implementeren.

Laag-dimensionale dynamica: hyperbolische systemen (prof. dr. S.J. van Strien, Universiteit van Amsterdam)

In veel opzichten modelleren een-dimensionale systemen hoger-dimensionale systemen. Het on-

derzoek van Benedicks en Carleson over het bestaan van vreemde aantrekkers met positieve Liapunov-exponenten in de Henon-afbeelding is daar een mooi voorbeeld van. Het doel van het onderzoek is het voortbouwen op het werk van Benedicks en Carleson; met name het vinden van een bewijs voor de resultaten voor de een-dimensionale systemen.

Aandachtsprogramma Algoritmen in de Algebra

Algebraïsche aspecten van differentiaalvergelijkingen (prof. dr. M. van der Put, RU Groningen)

Het onderzoek richt zich op het construeren van algoritmen voor het berekenen van differentiaal Galois-groepen voor een zo groot mogelijk aantal klassen van differentiaalvergelijkingen en voor de bepaling van algebraïsche oplossingen waarvan verwacht wordt dat ze bestaan op grond van vermoedens. Verder zal aandacht worden besteed aan de voltooiing van de moderne algoritmische theorie van normaalvormen.

Lie-algebra's (prof. dr. M. Hazewinkel en prof. dr. A.M. Cohen, CWI Amsterdam)

Het onderzoek richt zich onder andere op:

- het toepassen van bestaande basisalgoritmen voor de systematische structuurbepaling van Lie-algebra's en hun cohomologie;
- het gebruik van goede bases voor semisimpele Lie-algebra's, hun constructies en hun betekenis voor de decomposities van tensorprodukten;
- het ontwikkelen van algoritmen voor het rekenen met bases van Lusztig en Kashiwara;
- Gröbner-bases in relatie met Hopf-algebra's;
- de expliciete berekeningen voor Lie-algebra's met methoden die op Buchberger-bases berusten.
- een onderzoek naar berekenbaarheid van verscheidene in de literatuur aangegeven bases voor reductieve Lie-algebra's en het ontwikkelen van verdere voor de representaties relevante algoritmen.

Aandachtsprogramma Rekenintensieve Methoden in de Stochastiek

Niet-parametrische schatting (prof. dr. R.D. Gill en dr. B. Levit, Universiteit Utrecht)

Centraal staat het onderzoek in de niet-parametrische schatting, met name het onderzoek naar asymptotisch optimale, niet-parametrische regressie schattingsprocedures met het doel de optimale snelheden van convergentie binnen bepaalde parametrische gebieden (ellipsoïden in geschikte Hilbert-ruimten) precies te bepalen.

Stochastische meetkunde (prof. dr. M.S. Keane, CWI Amsterdam)

Centraal staat het onderzoek naar een beter begrip van de klassieke limietstellingen in de waarschijnlijkheidsrekening. De stochastische meetkunde wordt in het onderzoek toegepast voor de stochastische modellering van longen.

Stochastische modellen in natuur en techniek (dr. J. van den Berg, CWI Amsterdam)

Onderzoek op het gebied van ruimtelijke stochastische processen met nadruk op percolatieverschijnselen.

Aandachtsgebied Riemannoppervlakken

Aandachtsprogramma Algebraïsche krommen en Riemann-oppervlakken Algebraïsche krommen en mathematische fysica (prof.dr. R.H. Dijkgraaf, Universiteit van Amsterdam)

In de quantumveldentheorie spelen algebraïsche krommen een fundamentele rol. Een kromme is hier een natuurlijke generalisatie van het concept 'punt-

deeltje'. Het onderzoek richt zich vooral op de toepassing van algebraïsche krommen in de stringtheorie en de twee-dimensionale quantumveldentheorie.

Chow-ringen van moduli-ruimten (prof.dr. E.J.N. Looienga, Universiteit Utrecht)

Studie van de meetkunde en topologie van de moduli-ruimten van Riemann-oppervlakken en hun natuurlijke compactificaties.

Groot Project Lie-Theorie en Speciale Functies

Aandachtsprogramma Lie-theorie en speciale functies Yang-Baxter-vergelijkingen en toepassingen op knoop- en schakelvarianten (dr. W.L.J. van der Kallen, Universiteit Utrecht)

Het onderzoek zal zich concentreren op multiparameteroplossingen van Yang-Baxter-vergelijkingen. Als uitgangspunt dient de analyse gegeven in het artikel Multiparameter quantum groups and multiparameter R-matrices.

Publikaties

Werkgemeenschap Numerieke Wiskunde

O. AXELSSON, M. NEYTCHIEVA (1994). *The Short Length AMLI Method*, Report 9417, Katholieke Universiteit Nijmegen.

O. AXELSSON, M. NEYTCHIEVA (1994). Parallel implementations of the algebraic multilevel iteration method. J.G. LEWIS (ed.). *Proceedings of the Fifth SIAM Conference on Applied Linear Algebra*, SIAM Philadelphia, 372–376.

M. NEYTCHIEVA (1994). The short length AMLI method. II. Computational and communication complexity. *Proceedings of the Third International Conference on Numerical Methods and Applications NM&A - $O(h^3)$* , 162–169.

O. AXELSSON, H. LU, B. POLMAN (1994). On the numerical radius of matrices and its applications to iterative methods. *Linear and Multilinear Algebra* **37**, 225–238.

H. LU (1994). Fast solution of confluent Vandermonde linear systems. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.* **15**, 1277–1289.

M. ZIJLEMA, C.G.M. KASSELS, A. SEGAL, P. WESSELING (1994). Computation of turbulent flows in boundary-fitted coordinates. *Annual Report of Burgers Centre for Fluid Mechanics 1993*, 20–21.

M. ZIJLEMA, A. SEGAL, P. WESSELING (1994). *Finite Volume Computation of 2D Incompressible Turbulent Flows in General Coordinates on Staggered Grids*, Report 94-24, Technische Universiteit Delft.

P. WESSELING, C.G.M. KASSELS, C.W. OOSTERLEE, A. SEGAL, C. VUIK, S. ZENG, M. ZIJLEMA (1994). Computing incompressible flows in general domains. F.-K. HEBEKER, R. RANNACHER, G. WITTUM (eds.). *Numerical Methods for the Navier-Stokes Equations*, Vieweg, Braunschweig, 298–314.

M. ZIJLEMA (1994). *Numerical Study of the 2D Turbulent Flow over a Sand Dune using Standard and RNG k - ϵ s Models and Non-orthogonal Staggered Grids*, Report 94-59, Technische Universiteit Delft.

M. ZIJLEMA (1994). *On the Construction of a Third-order Accurate TVD Scheme using Leonard's Normalized Variable Diagram with Application to Turbulent Flows in General Domains*, Report 94-104, Technische Universiteit Delft.

J.L.M. VAN DORSSELAER (1994). *Theoretical Aspects of Numerical Methods for Initial Value Problems*, proefschrift, Rijksuniversiteit Leiden.

J.L.M. VAN DORSSELAER, W. HUNSDORFER (1994). Stability estimates based on numerical ranges with an application to a spectral method. *BIT* **34**, 228–238.

J.L.M. VAN DORSSELAER, J.F.B.M. KRAAIJEVANGER, M.N. SPIJKER (1994). About stability estimates and resolvent conditions. *Banach Center Publications* **29**, 215–225.

Werkgemeenschap Stochastiek

H. PUTTER (1994). *Consistency of Resampling Methods*, proefschrift, Rijksuniversiteit Leiden.

L. DE HAAN (1994). Estimating exceedence probabilities in higher-dimensional space. *Communications in Stochastics - Stochastic Models* **10**, 765–780.

E.R. VAN DEN HEUVEL, C.A.J. KLAASSEN (1994). *Spread, Estimators and Nuisance Parameters*, Report 94-24, Universiteit van Amsterdam.

Werkgemeenschap Mathematische Beslissingen en Systeemtheorie

R.L.M. PEETERS (1994). *System Identification based on Riemannian Geometry: Theory and Algorithms*, Tinbergen Institute Research Series; 64.

L.C.G.J.M. HABETS (1994). *Algebraic and Computational Aspects of Time-delay Systems*, proefschrift, Technische Universiteit Eindhoven.

W.B. VAN DEN HOUT, J.P.C. BLANC (1994). *The Power-series Algorithm for Markovian Queueing Networks*, CentER discussion paper 9467, Katholieke Universiteit Brabant.

W.B. VAN DEN HOUT, J.P.C. BLANC (1994). *The Power-series Algorithm for a Wide Class of Markov Processes*, CentER discussion paper 9487, Katholieke Universiteit Brabant.

R. DEKKER, A. HORDIJK, F.M. SPIEKSMAN (1994). On the relation between recurrence and ergodicity properties in denumerable Markov decision chains. *Mathematics of Operations Research* **19**, 539–559.

A. HORDIJK, J.B. LASSERRE (1994). Linear programming formulation of MDP's in countable state space: the multichain space. *ZOR-Mathematical Methods of Operations Research* **40**, 91–108.

A. HORDIJK, J.A. LOEVE (1994). Undiscounted Markov decision chains with partial information; an algorithm for computing a locally optimal periodic policy. *ZOR-Mathematical Methods of Operations Research* **40**, 163–181.

- A. HORDIJK, G.M. KOOLE, J.A. LOEVE (1994). Analysis of a customer assignment model with no state information. *Probability in the Engineering and Informational Sciences* **8**, 419–429.
- A. HORDIJK, F.M. SPIEKSMAS (1994). A new formula for the deviation matrix. F.P. KELLY (ed.). *Probability, Statistics and Optimization*, Wiley, 497–507.
- V.A. MALYSHEV, F.M. SPIEKSMAS (1994). *Intrinsic Convergence Rate of Countable Markov Chains*, IMA Preprint 1247.
- F.M. SPIEKSMAS, R.L. TWEEDIE (1994). Strengthening ergodicity to geometric ergodicity for Markov chains. *Stochastic Models* **10**, 45–75.
- E. ALTMAN, A. HORDIJK (1994). *Zero-sum Markov Games and Worst-case Optimal Control of Queueing Systems*, Report TW-94-01, Rijksuniversiteit Leiden.
- D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKY (1994). Inverse barrier methods for linear programming. *Revue RAIRO-Operations Research* **28**, 135–163.
- C. ROOS, J.-PH. VIAL (1994). Achievable potential reductions in the method of Kojima et al. in the case of linear programming. *Revue RAIRO-Operations Research* **28**, 123–133.
- B. JANSEN, C. ROOS, T. TERLAKY (1994). The theory of linear programming: skew symmetric self-dual problems and the central path. *Optimization* **29**, 225–233.
- B. JANSEN, C. ROOS, T. TERLAKY, J.-PH. VIAL (1994). Primal-dual interior point methods for linear programming based on the logarithmic barrier method. *Journal on Optimization Theory and its Applications* **83**, 1–26.
- D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKY (1994). Adding and deleting constraints in the logarithmic barrier method for linear programming. DING-ZHU DU, JIE SUN (eds.). *Optimization and Approximation*, Kluwer Academic Publishers, 166–185.
- B. JANSEN, C. ROOS, T. TERLAKY, J.-PH. VIAL (1994). *Long-step Primal-dual Target-following Algorithms for Linear Programming*, Report 94-46, Technische Universiteit Delft.
- I.I. DIKIN, C. ROOS (1994). *Convergence of the Dual Variables for the Primal Affine Scaling Method with Unit Steps in the Homogeneous Case*, Report 94-69, Technische Universiteit Delft.
- B. JANSEN, C. ROOS, T. TERLAKY, Y. YE (1994). *Improved Complexity using Higher-order Correctors for Primal-Dual Dikin Affine Scaling*, Report 94-75, Technische Universiteit Delft.
- C. ROOS, J.-PH. VIAL (1994). *Interior Point Methods for Linear Programming*, Report 94-77, Technische Universiteit Delft.
- B. JANSEN, C. ROOS, T. TERLAKY, A. YOSHISE (1994). *A Smoothness Condition for Nonlinear Monotone Complementarity Problems*, The Institute of Statistical Mathematics Cooperative Research Report, Optimization, Japan.
- E. DE KLERK, T. ILLES, A. DE JONG, C. ROOS, T. TERLAKY, J. VALKO (1994). *Optimization of the Re-loading Pattern in a Nuclear Reactor*, Report 94-83, Technische Universiteit Delft.
- H. HAMERS, J. SUIJS, S. TIJS, P. BORM (1994). *The Split Core for Sequencing Games*, CentER discussion paper 9448, Katholieke Universiteit Brabant.
- H. HAMERS, P. BORM, R. VAN DE LEENSEL, S. TIJS (1994). *The Chinese Postman and Delivery Games*, CentER discussion paper 9476, Katholieke Universiteit Brabant.
- E.H.L. AARTS, H.P. STEHOUWER, J. WESSELS, P.J. ZWIETERING (1994). Neural networks for combinatorial optimization. *Proceedings New Developments in Neural Nets and their Applications*, The Japan Institute of Systems Research, 39–54.
- J.A. MATLA, H.P. STEHOUWER, J. WESSELS (1994). *Exact Solution and Learning of Binary Classification Problems with Simple Perceptrons*, Memorandum COSOR 94-10, Technische Universiteit Eindhoven.
- H.P. STEHOUWER, E.H.L. AARTS, J. WESSELS (1994). *On the Applicability of Neural Networks for Production Planning under Uncertainty*, Memorandum COSOR 94-32, Technische Universiteit Eindhoven.
- T. GEERTS (1994). A necessary and sufficient condition for the existence of a tightest local frame. *Systems Control Lett.* **22**, 131–135.

Werkgemeenschap Discrete Wiskunde

- I.M. DUURSMA, R. KOTTER (1994). Error-locating pairs for cyclic codes. *IEEE Transactions on Information Theory* **40**, 1108–1121.
- I.M. DUURSMA (1994). *Decoding Linear Codes*, Preprint series LMD, Luminy, France.
- I.M. DUURSMA (1994). *Decoding of AG-codes*. Proceedings IEEE Information Theory Workshop, Moscow.
- I.M. DUURSMA (1994). In termination criteria for decoding algorithms. *Proceedings EIDMA Winter Meeting*, Veldhoven.
- J.H. KOOLEN (1994). *Euclidean Representations and Substructures of Distance-regular Graphs*, proefschrift, Technische Universiteit Eindhoven.
- J.H. KOOLEN, S.V. SHPECTOROV (1994). Distance-regular graphs the distance matrix of which

has only one positive eigenvalue. *European J. Comb.* **15**, 269–275.

M. STRUIK (1994). *Covering Codes*, proefschrift, Technische Universiteit Eindhoven.

F.W. SUN (1994). *Decoding Techniques and a Modulation Scheme for Band-limited Communications*, proefschrift, Technische Universiteit Eindhoven.

M. VAN EUPEN (1994). Five new optimal ternary codes. *IEEE Transactions on Information Theory* **40**, 193.

M. VAN EUPEN, R. HILL (1994). An optimal ternary [69, 5, 45] code and related codes. *Designs, Codes, and Cryptography* **4** (3), 271–282.

Werkgemeenschap Analyse

C.J. BLOM (1994). *Time-periodic Solutions of Some Forced Nonlinear Wave Equations*, proefschrift, Technische Universiteit Delft.

C.J. BLOM, A.H.P. VAN DER BURGH (1994). Validity of approximations for time-periodic solutions of a forced nonlinear hyperbolic differential equation. *Applicable Analysis* **52**, 155–176.

M. VALLENTGOED, B.H. GILDING (1994). A free boundary problem from the theory of superconductors. B. IZRAR, H. LANCHON-DUCAUQUIS (eds.). *Proceedings of the Workshop on Mathematical Modelling and Superconductivity Engineering*, LEMTA AUEF Lorraine, Nancy, V17-21.

G.J.M. MARÉE (1994). *Slow Passage through a Pitchfork Bifurcation*, Report 94-05, Landbouwniversiteit Wageningen.

G.J.M. MARÉE (1994). *Slow Periodic Crossing of a Pitchfork Bifurcation in an Oscillating System*, Report 94-04, Landbouwniversiteit Wageningen.

P. TAKÁČ, P. BOLLERMAN, A. DOELMAN, A. VAN HARTEN, E.S. TITI (1994). *Analyticity of Essentially Bounded Solutions to Semilinear Parabolic Systems and Validity of the Ginzburg-Landau Equation*, Report 846, Universiteit Utrecht.

A.B.J. KUIJLAARS, J.G. CLUNIE (1994). Approximation by polynomials with restricted zeros. *J. Approx. Theory* **79**, 109–124.

A.B.J. KUIJLAARS (1994). *Chebyshev Type Quadrature and Zeros of Faber Polynomials*, Report 94-01, Universiteit van Amsterdam.

A.B.J. KUIJLAARS, E.B. SAFF (1994). *Asymptotic Distribution of the Zeros of Faber Polynomials*, Report 94-09, Universiteit van Amsterdam.

A.B.J. KUIJLAARS (1994). *The Zeros of the Faber Polynomials generated by an m -star*, Report 94-13, Universiteit van Amsterdam.

A.B.J. KUIJLAARS (1994). *Chebyshev Quadra-*

ture for Measures with a Strong Singularity, Report 94-23, Universiteit van Amsterdam.

J. KOREVAAR, J.L.H. MEYERS (1994). Logarithmic convexity for supremum norms of harmonic functions. *Bull. London Math. Soc.* **26**, 353–362.

J. KOREVAAR, J.L.H. MEYERS (1994). Chebyshev-type quadrature on multidimensional domains. *J. Approx. Theory* **79**, 144–164.

J. KOREVAAR (1994). Chebyshev-type quadratures: use of complex analysis and potential theory. P.M. GAUTHIER, G. SABIDUSSI (eds.). *Complex Potential Theory*, Kluwer Academic Publishers, 325–364.

J. KOREVAAR (1994). Approximation of integrals by arithmetic means and related matters. R.V.M. ZAHAR (ed.). *Approximation and Computation*, Birkhäuser, 343–352.

J. KOREVAAR, M.A. MONTERIE (1994). *Fields due to Equilibrium Distributions of Equal Point Charges on Smooth and on Convex Conductors in \mathbb{R}^3* , Report 94-15, Universiteit van Amsterdam.

M.A. MONTERIE (1994). *Fields due to Distributions of Electrons on Curves with Minimal Potential Energy*, Report 94-11, Universiteit van Amsterdam.

M.A. PELETIER, HONGFEI ZHANG (1994). *Self-similar Solutions of a Fast Diffusion Equation that do not Conserve Mass*, Report 94-40, Technische Universiteit Delft.

M.A. PELETIER (1994). A supersolution for the porous medium equation with uniform density. *Applied Mathematics Letters* **7** (3), 29–32.

T.H. KOORNWINDER, V.B. KUZNETSOV (1994). Gauss hypergeometric function and quadratic R-matrix algebras. *Algebra i Analiz [St. Petersburg Math. J.]* **6**, 161–184.

E.G. KALNINS, V.B. KUZNETSOV, W. MILLER JR. (1994). Quadrics on complex Riemannian spaces of constant curvature, separation of variables and the Gaudin magnet. *J. Math. Phys.* **35**, 1710–1731.

J.C. EILBECK, V.Z. ENOL'SKII, V.B. KUZNETSOV, A.V. TSIGANOV (1994). Linear r -matrix algebra for classical separable systems. *J. of Physics A: Math. Gen.* **27**, 567–578.

V.B. KUZNETSOV, A.V. TSIGANOV (1994). *Separation of Variables for the Quantum Relativistic Toda Lattices*, Report 94-07, Universiteit van Amsterdam.

J.C. EILBECK, V.Z. ENOL'SKII, V.B. KUZNETSOV, D.V. LEYKIN (1994). *Linear r -matrix Algebra for a Hierarchy of One-dimensional Particle Systems Separable in Parabolic Coordinates*, Report 110, Differentialgeometrie und Quantenphysik, Berlijn.

V.B. KUZNETSOV (1994). ${}_3F_2(1)$ Hypergeometric Function and the Quadratic R-matrix Algebra, Re-

port 94-21, Universiteit van Amsterdam.

F.W. NIJHOFF, O. RAGNISCO, V.B. KUZNETSOV (1994). *Integrable Time-discretization of the Ruijsenaars-Schneider Model*, Report 94-27, Universiteit van Amsterdam.

Werkgemeenschap Algebra en Meetkunde

R.P. BRENT, P.L. MONTGOMERY, H.J.J. TE RIELE (1994). *Factorizations of $a^n \pm 1$, $13 \leq a \leq 100$* , Report NM-9419, CWI Amsterdam.

P.L. MONTGOMERY (1994). A survey of modern factorization algorithms. *CWI Quarterly* 7 (4).

H.J.J. TE RIELE, J. VAN DE LUNE (1994). Computational number theory at CWI 1970–1994. *CWI Quarterly* 7 (4).

P.L. MONTGOMERY (1994). Square roots of products of algebraic numbers. W. GAUTSCHI (ed.). *Mathematics of Computation 1943–1993: a Half Century of Computational Mathematics. Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*, American Mathematical Society.

C. CILIBERTO, G. VAN DER GEER (1994). Non-isomorphic curves of genus four with isomorphic (non-polarized) jacobians. Classifications of Algebraic Varieties, *Contemporary Math.* 162, 129–133.

G. VAN DER GEER, M. VAN DER VLUGT (1994). *On the Existence of Supersingular Curves of a Given Genus*, report 94-10, Universiteit van Amsterdam.

H.P. BARENDREGT (1994). Discriminating coded lambda terms. K.R. APT, A. SCHRIJVER, N.M. TEMME (eds.). *From Universal Morphisms to Megabytes: A Baayen Space Odyssey*, CWI, Amsterdam, 141–151.

A.M. COHEN (1994). Yet another lecture on the icosahedron. K.R. APT, A. SCHRIJVER, N.M. TEMME (eds.). *From Universal Morphisms to Megabytes: A Baayen Space Odyssey*, CWI, Amsterdam, 247–267.

A.M. COHEN (1994). Recent results on Coxeter groups. T. BISZTRICKY, P. MCMULLEN, R. SCHNEIDER, A. IVIC WEISS (eds.). *Polytopes: Abstract, Convex and Computational*, Kluwer Academic Publishers, 1–19.

J.A. SANDERS (1994). *An Algorithmic Approach to Conservation Laws using the 3-dimensional Heisenberg Algebra*, Report RIACA 2, RIACA Amsterdam.

G.H.M. ROELOFS (1994). Prolongation structures for supersymmetric equations and application to the sKdV equation. L.A. BOKUT', A.I. KOSTRIKIN, S.S. KUTALELADZE (eds.). *Proceedings of the Second International Conference on Algebra*.

Werkgemeenschap Logica en Grondslagen van de Wiskunde

M.B. KALSBEK (1994). *Gentzen Systems for Logic Programming Styles*, Report CT-94-12, ILLC Amsterdam.

B. JACOBS (1994). Coalgebras and approximation. A. NERODE, YU. V. MATTYASEVICH (eds.). *Logic at St. Petersburg*, LNCS 813, 173–183.

B. JACOBS (1994). Semantics of weakening and contraction. *Annals of Pure and Applied Logic* 69 (1), 73–106.

Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica

R. DIJKGRAAF (1994). Perturbative topological field theory. R. DIJKGRAAF, I. KLEBANOV, K.S. NARAIN, S. RANDJBAR-DAEMI (eds.). *String Theory, Gauge Theory and Quantum Gravity '93*. Proceedings of the Trieste Spring School 1993, World Scientific.

U. GRIMM (1994). Dilute Birman-Wenzl-Murakami algebra and $D_n^{(2)}$ models. *J. Phys. A: Math. Gen.* 27, 5897–5905.

U. GRIMM (1994). Trigonometric R matrices related to 'dilute' BMW algebra. *Lett. Math. Phys.* 32, 183–187.

M. BAAKE, U. GRIMM, R.J. BAXTER (1994). A critical Ising model on the labyrinth. *Int. J. Mod. Phys.* B8, 3579–3600.

U. GRIMM, M. BAAKE (1994). Non-periodic Ising quantum chains and conformal invariance. *J. Stat. Phys.* 74, 1233–1245.

M. BAAKE, U. GRIMM, D.H. WARRINGTON (1994). Some remarks on the visible points of a lattice. *J. Phys. A: Math. Gen.* 27, 2669–2674.

C. SCHWEIGERT, J. FUCHS, B. GATO-RIVERA, A.N. SCHELLEKENS (1994). Modular invariants and fusion rule automorphisms from Galois theory. *Phys. Lett.* B334, 113.

C. SCHWEIGERT, J. FUCHS, M.G. SCHMIDT (1994). On the configuration space of gauge theories. *Nucl. Phys.* B 426, 107.

J. LORINCZI, K. VAN DE VELDE (1994). A note on the projection of Gibbs measures. *J. Stat. Phys.* 77, 881–887.

J.W. VAN DE LEUR (1994). *The $W_{1+\infty}(gl_s)$ -symmetries of the s-component KP Hierarchy*, UT-memorandum 1235, Universiteit Twente.

J.W. VAN DE LEUR (1994). *The n-th Reduced BKP Hierarchy, the String Equation and $BW_{1+\infty}$ -constraints*, UT-memorandum 1236, Universiteit Twente.

J.W. VAN DE LEUR (1994). *The Adler-Shiota-van Moerbeke Formula for the BKP Hierarchy*, UT-memorandum 1237, Universiteit Twente.

Aandachtsprogramma Wiskundige Aspecten van Niet-lineaire Dynamische Systemen

D.G. ARONSON, S.A. VAN GILS, M. KRUPA (1994). Homoclinic twist bifurcations with \mathbb{Z}_2 symmetry. *J. Nonlinear Sci.* **4**, 195–219.

H.W. BROER, M. LEVI (1994). *Geometrical Aspects of Stability Theory for Hill's Equation*, Report W-9403, Rijksuniversiteit Groningen.

H.W. BROER, R. ROUSSARIE, C. SIMO (1994). *Invariant Circles in the Bogdanov-Takens Bifurcation for Diffeomorphisms*, Report W-9501, Rijksuniversiteit Groningen.

I. HOVEIJN (1994). *Versal Deformations and Normal Forms for Reversible and Hamiltonian Linear Systems*, Report W-9415, Rijksuniversiteit Groningen.

B. KRAUSKOPF (1994). Bifurcation sequences at 1:4 resonance: an inventory. *Nonlinearity* **7**, 1073–1091.

B. KRAUSKOPF (1994). *The Bifurcation Set for 1:4 Resonance*, Report W-9403, Rijksuniversiteit Groningen.

A.R. CHAMPNEYS, YU.A. KUZNETSOV (1994). Numerical detection and continuation of codimension-two homoclinic bifurcations. *Int. J. Bifurcation & Chaos* **4**, 795–822.

S.J. VAN STRIEN, T. NOWICKI (1994). *Polynomial Maps with a Julia Set of Positive Lebesgue Measure: Fibonacci Maps*, Report Stony Brook 94-3.

Aandachtsprogramma Rekenintensieve Methoden in de Stochastiek

J. VAN DEN BERG, J.E. STEIF (1994). Percolation and the hard-core lattice gas model. *Stoch. Proc. Appl.* **49**, 179–197.

J. VAN DEN BERG, C. MAES (1994). Disagreement percolation in the study of Markov fields. *Ann. Probab.* **22**, 749–763.

Y.K. GOLUBEV, B.Y. LEVIT (1994). *Asymptotically Efficient Estimation with Analytic Distributions*, Report 860, Universiteit Utrecht.

Y.K. GOLUBEV, B.Y. LEVIT (1994). *On the Second Order Minimax Estimation of Distribution Functions*, Report 881, Universiteit Utrecht.

E.N. BELITSER, B.Y. LEVIT (1994). *On Minimax Estimation over Ellipsoids*, Report 863, Universiteit Utrecht.

E.N. BELITSER, B.Y. LEVIT (1994). *Asymptotically Minimax Nonparametric Regression in L_2* , Report 867, Universiteit Utrecht.

C.G.M. OUDSHOORN (1994). *Wavelets-based Non-parametric Regression: Optimal Rate in the Sub-norm*, Report 848, Universiteit Utrecht.

M. SCHIPPER (1994). *Optimal Rates and Constants in L_2 -minimax Estimation of Probability Density Functions*, Report 883, Universiteit Utrecht.

Academische promoties

In het verslagjaar promoveerden 8 wetenschappelijke onderzoekers, die in het kader van de Landelijke Activiteiten Wiskunde hun onderzoek hadden verricht.

- R.L.M. Peeters; op 8 februari aan de Vrije Universiteit Amsterdam op het proefschrift *System Identification Based on Riemannian Geometry and Algorithms*.

Promotores: Prof. dr. M. Hazewinkel (UU) en prof. dr. A.H.Q.M. Merkies.

- Feng-Wen Sun; op 22 februari aan de Technische Universiteit Eindhoven op het proefschrift *Decoding Techniques and a Modulation Scheme for Band-Limited Communications*.

Promotores: Prof. dr. ir. H.C.A. van Tilborg en prof. dr. ir. J.P.M. Schalkwijk.

- C.J. Blom; op 31 mei aan de Technische Universiteit Delft op het proefschrift *Time-periodic Solutions of Some Forced Nonlinear Wave Equations; Analysis, approximations and applications*.

Promotor: Prof. dr. ir. J.W. Reyn.

- J.H. Koolen; op 21 september aan de Technische Universiteit Eindhoven op het proefschrift

Euclidean Representations and Substructures of Distance-regular Graphs.

Promotores: Prof. dr. A.E. Brouwer en prof. dr. A.M. Cohen.

- R. Struik; op 25 oktober aan de Technische Universiteit Eindhoven op het proefschrift *Covering Codes*.

Promotores: Prof. dr. J.H. van Lint en prof. dr. H.C.A. van Tilborg.

- J.L.M. van Dorsselaer; op 8 december aan de Rijksuniversiteit Leiden op het proefschrift *Theoretical Aspects of Numerical Methods for Initial Value Problems*.

Promotor: Prof. dr. M.N. Spijker.

- H. Putter; op 23 november aan de Rijksuniversiteit Leiden op het proefschrift *Consistency of Resampling Methods*.

Promotor: Prof. dr. W.R. van Zwet.

- L.C.G.J.M. Habets; op 1 juni aan de Technische Universiteit Eindhoven op het proefschrift *Algebraic and Computational Aspects of Time-delay Systems*.

Promotores: Prof. dr. ir. M.L.J. Hautus en prof. dr. J.M. Schumacher.

BIJLAGE 1

DOELSTELLING EN ORGANISATIE

Doelstelling

De Stichting Mathematisch Centrum (SMC) werd op 11 februari 1946 opgericht door prof. dr. J.G. van der Corput, prof. dr. D. van Dantzig, prof. dr. J.F. Koksma, prof. dr. H.A. Kramers, prof. dr. M.G.J. Minnaert en prof. dr. ir. J.A. Schouten.

De SMC heeft als doelstelling de systematische beoefening van de zuivere en toegepaste wiskunde en de informatica in Nederland te bevorderen.

Doel.

Artikel 2.

2.1. De stichting heeft ten doel de systematische beoefening van de zuivere en toegepaste wiskunde en de informatica in Nederland te bevorderen, teneinde daardoor enerzijds de bijdragen van deze gebieden van wetenschap tot de verhoging van het welvaarts- en beschavingspeil in Nederland, anderzijds de bijdrage van Nederland tot de internationale cultuur te vergroten.

Middelen ter bereiking van het doel

Artikel 3.

3. De Stichting tracht haar doel te bereiken door:

- het bevorderen van de onderlinge samenwerking der Nederlandse wiskundigen en informatici;
- het bevorderen van de samenwerking der Nederlandse wiskundigen en informatici met beoefenaars van andere gebieden van wetenschap, techniek en maatschappelijk leven, waarin de wiskunde en informatica worden toegepast (bij afkorting genaamd aangrenzende gebieden);

Figuur 1. Uit de statuten van de SMC

De Stichting tracht haar doel te bereiken door

- Het bevorderen van de samenwerking tussen Nederlandse wiskundigen en informatici, alsook sa-

menwerking met onderzoekers van 'aangrenzende' wetenschapsgebieden en met collega's uit het buitenland.

- Onderzoekers uit binnen- en buitenland de gelegenheid te geven het instituut van de Stichting te bezoeken.
- Het uitgeven of ondersteunen van wetenschappelijke publikaties.
- Onderzoek in de wiskunde en informatica te laten uitvoeren.
- Het organiseren van cursussen en voordrachten.
- Leiding te geven aan het werk van jonge onderzoekers, bezoeken van (jonge) Nederlandse onderzoekers aan andere onderzoekscentra mogelijk te maken, en talentvolle onderzoekers de mogelijkheid te bieden zich aan onderzoek te wijden.

Belangrijke middelen tot verwezenlijking van de doelstelling zijn

- De instandhouding van een instituut: het CWI (Centrum voor Wiskunde en Informatica), inclusief een bibliotheek en een moderne computerinfrastructuur.
- De coördinatie van de Landelijke Activiteiten Wiskunde (LAW).
- De instelling van zogenaamde *Grote Projecten*.
- Oprichting van en deelname in andere samenwerkingsverbanden, zoals bijvoorbeeld European Research Consortium for Informatics and Mathematics (ERCIM) en Research Institute for Applications in Computer Algebra (RIACA).

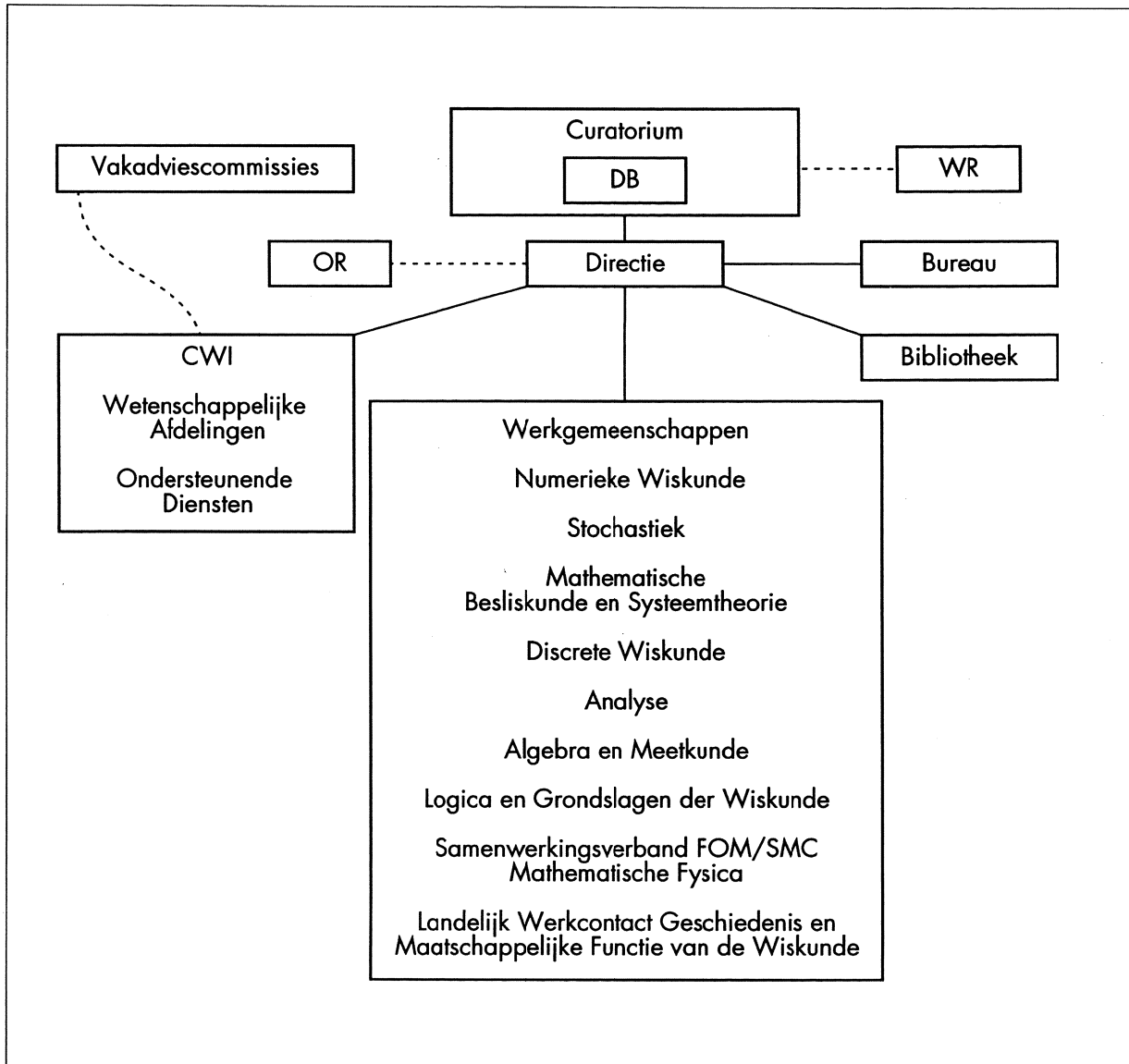
Organisatie

De Stichting Mathematisch Centrum wordt bestuurd door een Curatorium. Leden van het Curatorium worden op voordracht van o.m. de Stichting Informatica Onderzoek Nederland en de Koninklijke Nederlandse Academie van Wetenschappen benoemd.

De dagelijkse leiding van de werkzaamheden van de Stichting en haar instituut berust bij de Directie. Een Wetenschappelijke Raad (WR) dient het Curatorium en de Directie van advies aangaande het algemene wetenschappelijk beleid.

Onder de Stichting ressorteren het Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI) en zeven werkge-

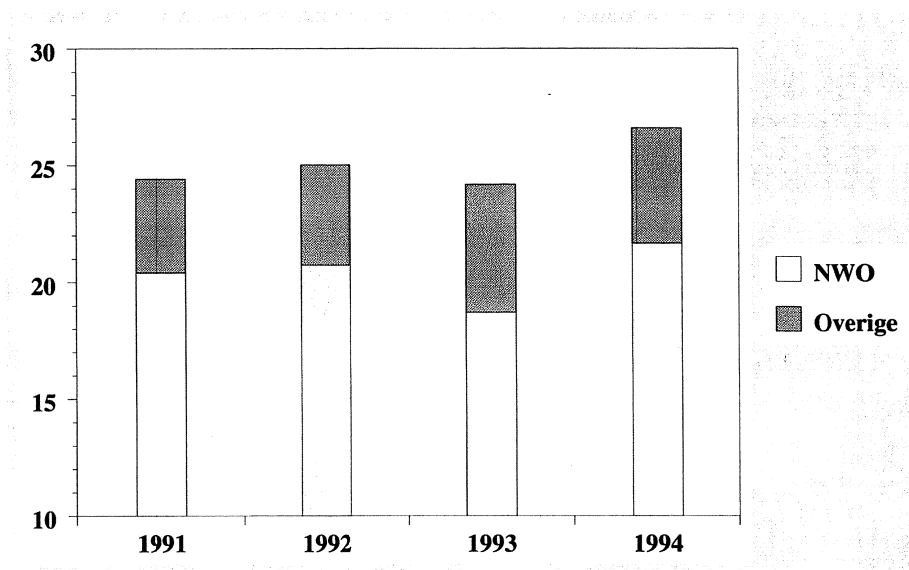
meenschappen, één samenwerkingsverband, alsmede één landelijk werkcontact. Het CWI telt zes wetenschappelijke afdelingen en zeven ondersteunende diensten. De directie van het CWI wordt bijgestaan door de Wetenschappelijke Beleidsgroep, bestaande uit de chefs van de wetenschappelijke afdelingen.



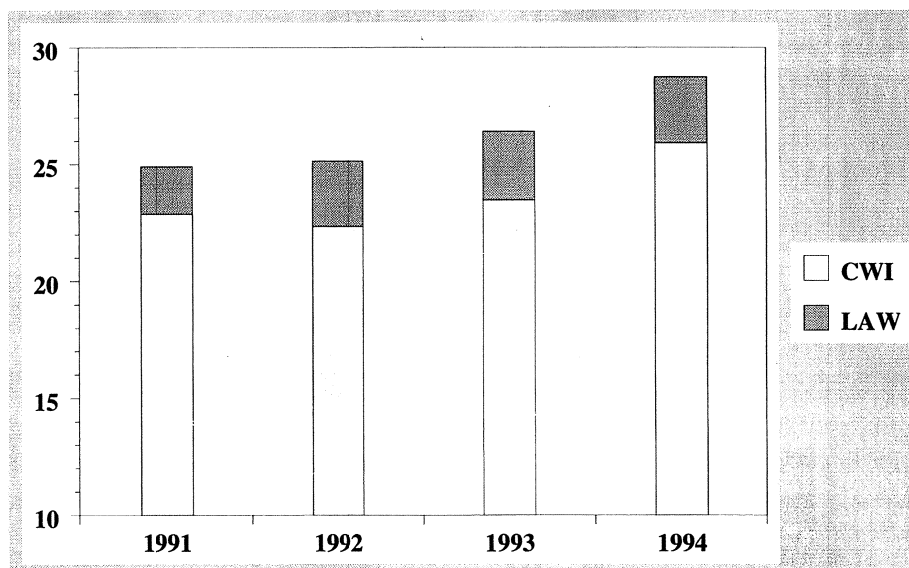
Figuur 2. Organisatieschema Stichting Mathematisch Centrum per 31 december 1994

BIJLAGE 3

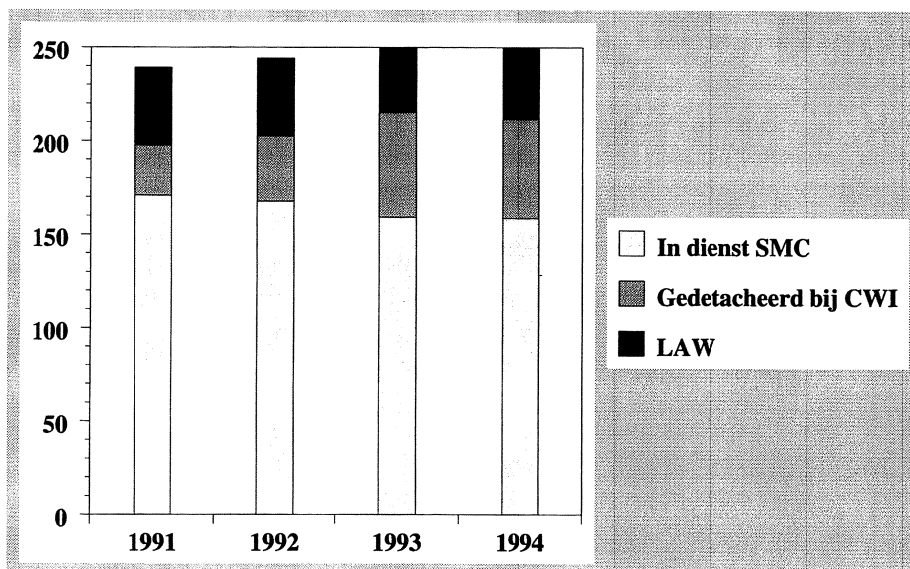
FINANCIËN, PERSONEEL EN PROMOTIES



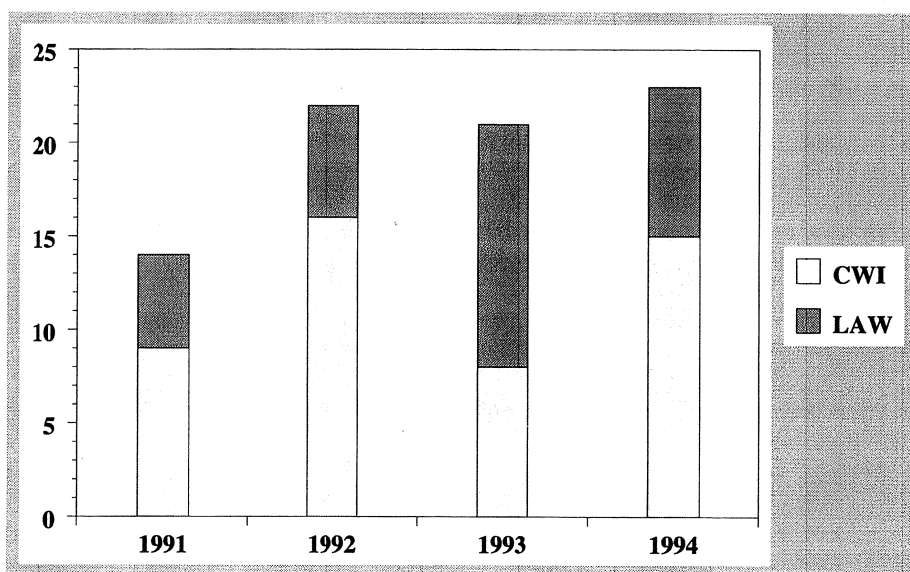
Figuur 1. Inkomsten in Mf. (exclusief LAW)



Figuur 2. Uitgaven in Mf.



Figuur 3. Personeel in fte.



Figuur 4. Academische promoties