



---

Stichting Mathematisch Centrum

**JAAR**VERSLAG

---

'91

Kruislaan 413, 1098 SJ Amsterdam  
Postbus 4079, 1009 AB Amsterdam

De Stichting Mathematisch Centrum (SMC) heeft als doel de bevordering van de systematische beoefening en toepassingen van de wiskunde en informatica. De SMC wordt gesubsidieerd door de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO).

Copyright © 1992, Stichting Mathematisch Centrum  
Postbus 4079, 1009 AB Amsterdam  
Telefoon +31 - 20 592 9333  
ISSN 0926-4841

Dit Jaarverslag heeft, in vergelijking met vorige jaren, enkele veranderingen ondergaan. Besloten is dit Jaarverslag uit twee hoofdstukken te laten bestaan.

Hoofdstuk 1 beschrijft de doelstelling en organisatie van de Stichting Mathematisch Centrum en geeft daarnaast een algemene beschouwing.

Hoofdstuk 2 beschrijft de Landelijke Activiteiten Wiskunde verricht door de landelijke werkge-meenschappen en samenwerkingsverbanden wiskunde die onder de Stichting Mathematisch Centrum ressorteren.

Daarnaast bevat dit Jaarverslag vier bijlagen:

1. de jaarrekening;
2. het organisatieschema van de Stichting Mathematisch Centrum per 1 januari 1992;
3. de interne en externe beleidsorganen van de Stichting Mathematisch Centrum;
4. een overzicht van academische promoties van medewerkers van de Stichting Mathematisch Centrum.

De door het Centrum voor Wiskunde en Informatica verrichte wetenschappelijke activiteiten worden in het Annual Report 1991 beschreven.

De overige van belang zijnde informatie, zoals personeelsbezetting, lidmaatschappen commissies, wordt in interne publikaties van de Stichting Mathematisch Centrum opgenomen.

## VOORWOORD

Nog steeds ondervindt de Stichting Mathematisch Centrum (SMC) aan den lijve hoe sterk het fundamentele onderzoek onder druk staat. Het goede nieuws is dat het budget voor de Landelijke Activiteiten Wiskunde voldoende was om een groter deel van de ingediende en positief beoordeelde subsidie-aanvragen voor wiskundig onderzoek te honoreren en om de in de vorige jaren ontstane achterstand enigszins in te lopen. Verder hebben het Curatorium van de SMC en het bestuur van de Stichting FOM besloten tot continuering van het samenwerkingsverband FOM/SMC op het gebied van de Mathematische Fysica. Helaas was er geen extra financiële ruimte voor de aandachtsgebieden.

Het minder goede nieuws betreft het instituut van de Stichting: het CWI. De financiële situatie van 1991, hoewel minder somber dan verwacht, maakte heroriëntatie van het wetenschappelijk programma en reductie van het personeelsbestand onvermijdelijk.

In de loop van 1991 werd een aantal onderzoeksactiviteiten bij het CWI beëindigd, overeenkomstig het in 1990 opgestelde en in 1991 geactualiseerde bedrijfsplan CWI. Verder werd op advies van SION besloten om één der koepelprojecten niet voort te zetten. Een en ander kon gelukkig zonder gedwongen ontslagen onder het wetenschappelijk personeel worden gerealiseerd.

Voor de ondersteunende sectoren verliep 1991 pijnlijker. Het in 1990 aangekondigde onderzoek naar de doelmatigheid van de ondersteunende sectoren van het CWI werd in 1991 door een extern bureau (Rijnconsult b.v. te Arnhem) uitgevoerd. Op grond van de aanbevelingen van Rijnconsult en na advies gevraagd te hebben bij de Ondernemingsraad van de SMC, besloot het Curatorium tot een ingrijpende reorganisatie van de ondersteunende sectoren. Deze reorganisatie was helaas niet zonder personele gevolgen: twee werknemers werden op wachtgeld gezet en aan vijf andere werknemers werd geadviseerd met behulp van een outplacementbureau een andere werkkring te zoeken.

Gelukkig valt er over 1991 ook veel goeds te melden wat het CWI betreft. Het weten-

schappelijk onderzoek staat internationaal nog steeds op een hoog peil, zoals een in september 1991 gebracht bezoek van de Visiting Committee voor het informatica-onderzoek bevestigde. Het internationaal consortium ERCIM, waarvan de SMC medeoprichtster was, werd in 1991 uitgebreid met twee nieuwe deelnemers, terwijl in 1992 nog twee andere deelnemers zich zullen aansluiten. En verder neemt de SMC nog volop deel aan nationale en Europese projecten.

Een eveneens belangrijke verandering vond plaats in de leiding van de SMC. Na 27 jaren onvermoeibare arbeid ging directeur beheerszaken drs. J. Nuis op 1 december 1991 met vervroegd pensioen. De reeds op 1 september 1991 in dienst van de SMC getreden zakelijk directeur, dr. ir. G. van Oortmerssen (MARIN, Wageningen), nam op 1 december zijn taken over.

Details over de hierboven vermelde ontwikkelingen zijn te vinden in de Algemene Beschouwingen van dit Jaarverslag. De veelheid aan succesvolle activiteiten waarvan dit Jaarverslag getuigt schenkt de overtuiging dat de SMC, na een moeilijk 1991, de toekomst met vertrouwen tegemoet kan zien.

G.Y. Nieuwland  
Voorzitter Curatorium

# Inhoud Jaarverslag 1991

<b>Hoofdstuk 1 Stichting Mathematisch Centrum algemeen</b>	<b>1</b>
<i>Doelstelling en organisatie</i>	1
Doelstelling	1
Organisatie	1
<i>Algemene beschouwing</i>	2
Beleid	2
ERCIM	4
Onderzoek	4
Kennisoverdracht, centrumfunctie	5
Bezoeken	6
Financiën	6
Bibliotheek en Informatiedienst	6
SARA	9
<b>Hoofdstuk 2 Landelijke Activiteiten Wiskunde</b>	<b>11</b>
<i>Beleid</i>	11
Inleiding	11
Ontwikkeld beleid in 1991	11
Aandachtsgebieden	11
Centrale jaarthema's	12
PIONIER	12
Expertisecentrum CAN (Computer Algebra Nederland)	12
Prioriteitsprogramma Niet-lineaire systemen	12
Projecten	12
Onderzoekscholen Wiskunde	13
Netwerken	13
Overige activiteiten	13
Wetenschapscommissie SMC	13
<i>Enige projectbeschrijvingen</i>	15
Beeldreconstructie uit projecties	15
Capaciteiten en grote afwijkingen	18
Systeemidentificatie met overlappende parametrisaties	22

Codes en algebraïsche krommen	26
Lie-groepen: Analyse op wortelsystemen	30
Aritmetische algebraïsche meetkunde	34
Getypeerde Lambda-calculi	37
Wiskundige aspecten van BRST-cohomologie	40
Analyse van Middeleeuwse Arabische astronomische tabellen	44
<i>Karakterisering van de lopende projecten</i>	50
Werkgemeenschap Numerieke Wiskunde	50
Werkgemeenschap Stochastiek	51
Werkgemeenschap Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie	51
Werkgemeenschap Discrete Wiskunde	52
Werkgemeenschap Analyse	53
Landelijk Samenwerkingsverband Algebra en Meetkunde	55
Landelijk Samenwerkingsverband Logica en Grondslagen van de Wiskunde	55
Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica	56
Landelijk Werkcontact Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wiskunde	56
<i>Publikaties</i>	57
Werkgemeenschap Numerieke Wiskunde	57
Werkgemeenschap Stochastiek	57
Werkgemeenschap Mathematische Besliskunde en Systeemtheorie	57
Werkgemeenschap Discrete Wiskunde	58
Werkgemeenschap Analyse	59
Landelijk Samenwerkingsverband Algebra en Meetkunde	59
Landelijk Samenwerkingsverband Logica en Grondslagen van de Wiskunde	60
<i>Bijlagen</i>	61
Bijlage 1: Jaarrekening SMC	61
Bijlage 2: Organisatieschema SMC per 1 januari 1992	68
Bijlage 3: Interne en externe beleidsorganen SMC	69
Bijlage 4: Academische promoties	71

# Inhoud Annual Report 1991

<i>Introduction</i>	4
<i>Organization</i>	10
<i>Research Highlights</i>	
Dynamical Systems	12
Percolation and Critical Phenomena	16
Semi-conductor Device Simulation	20
Term Rewriting Systems	23
Constructive Algorithmics	27
MANIFOLD	30
CMIF: the CWI Multimedia Interchange Format	33
Mathematics & the Environment	39
<i>Computing Equipment Resources</i>	43
<i>Financial and Other Data</i>	44
<i>CWI Research Programmes</i>	47
<i>International and National Programmes</i>	51
<i>Research staff</i>	54
<i>Foreign Visitors</i>	56
<i>Publications</i>	58

# Hoofdstuk 1 Stichting Mathematisch Centrum algemeen

## Doelstelling en organisatie

### DOELSTELLING

De Stichting Mathematisch Centrum (SMC) werd op 11 februari 1946 opgericht door prof.dr. J.G. van der Corput, prof.dr. D. van Dantzig, prof.dr. J.F. Koksma, prof.dr. H.A. Kramers, prof.dr. M.G.J. Minnaert en prof.dr.ir. J.A. Schouten.

De Stichting heeft ten doel de systematische beoefening van de zuivere en toegepaste wiskunde en de informatica in Nederland te bevorderen, teneinde daardoor enerzijds de bijdragen van deze gebieden van wetenschap tot de verhoging van het welvaarts- en beschavingspeil in Nederland, anderzijds de bijdrage van Nederland tot de internationale cultuur te vergroten.

De Stichting tracht haar doel te bereiken door

- het bevorderen van de samenwerking der Nederlandse wiskundigen en informatici, zowel onderling als met beoefenaren van 'aangrenzende' gebieden van wetenschap, techniek en maatschappelijk leven, waarin de wiskunde en informatica worden toegepast, en met buitenlandse collega's en beoefenaren der aangrenzende gebieden;
- onderzoekers uit binnen- en buitenland de gelegenheid geven het instituut van de Stichting te bezoeken, het (doen) uitvoeren of ondersteunen van wetenschappelijke publikaties, het doen uitvoeren van onderzoek in de wiskunde en informatica, het doen houden van cursussen en voordrachten, het leiding geven aan het werk van jonge onderzoekers, bezoeken van (jonge) Nederlandse onderzoekers aan andere

onderzoekscentra mogelijk te maken, begaafde onderzoekers de mogelijkheid bieden zich aan onderzoek te wijden.

Andere belangrijke middelen tot verwezenlijking van de doelstelling zijn

- de instandhouding van een instituut: het CWI (Centrum voor Wiskunde en Informatica), inclusief een bibliotheek en een moderne computerinfrastructuur;
- de oprichting en instandhouding van landelijke werkgemeenschappen en samenwerkingsverbanden in de wiskunde;
- oprichting van en deelname in andere samenwerkingsverbanden, zoals bijvoorbeeld European Research Consortium for Informatics and Mathematics (ERCIM).

### ORGANISATIE

De Stichting Mathematisch Centrum wordt bestuurd door een Curatorium. De dagelijkse leiding van de werkzaamheden van de Stichting en haar instituut berust bij de Directie. Een Wetenschapscommissie dient het Curatorium en de Directie van advies aangaande het algemene wetenschappelijk beleid.

Onder de Stichting ressorteren het Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI) en acht werkgemeenschappen en samenwerkingsverbanden, alsmede een landelijk werkcontact. Het CWI telt zes wetenschappelijke afdelingen en vijf ondersteunende sectoren.



## Algemene beschouwing

### BELEID

De Stichting Mathematisch Centrum (SMC) wordt bestuurd door een Curatorium. Bij het bepalen van het beleid van de SMC laat het Curatorium zich wat betreft het wetenschappelijk onderzoek adviseren door de Wetenschapscommissie. In 1991 waren onder meer de volgende punten onderwerp van overleg en besluitvorming.

- De in het najaar uitgebrachte Interim Beleidsnota SMC 1993-1997 (zie hieronder) voorziet onder meer een sterkere rol van de SMC bij de Landelijke Activiteiten Wiskunde (LAW). Twee nieuwe activiteiten werden geconcretiseerd. Het al sinds enkele jaren bestaande instrument van Aandachtsgebieden zal met ingang van 1992 meer gewicht krijgen. Als onderwerp voor 1992 is vastgesteld *Wiskundige Aspecten van Niet-lineaire Dynamische Systemen*, daarbij aansluitend op het prioriteitsprogramma Niet-lineaire Systemen van de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek NWO. Verder zullen, in navolging van een reeds bestaande praktijk in het buitenland, ieder jaar activiteiten worden georganiseerd rond een speciaal thema, onder andere door bekende buitenlandse specialisten uit te nodigen. Het onderwerp van het eerste Speciale Jaar 1992/93 is *Logica*.
- Twee onderwerpen zijn geselecteerd voor een aanvraag in het kader van *PIONIER*, het NWO-programma voor persoonsgerichte groepssteun: Spatial Information Processing (A.J. Baddeley, CWI/RUL), en Sheaves and Logic (I. Moerdijk, RUU). Over de eventuele toewijzing zal in 1992 worden beslist.
- Op verzoek van NWO heeft de SMC een *zelfevaluatie* doorgevoerd, zich daarbij beperkend tot de LAW. Doel van deze exercitie was de organisatorische en programmatische aanpak nog eens kritisch onder de loep te nemen. Uit de evaluatie kwam onder meer naar voren dat de besluitvorming rond de honorering van projectaanvragen minder tijd zou kunnen kosten.
- De SMC heeft in 1991 een coördinerende rol gespeeld bij het bepalen van een standpunt betreffende het door de minister van Onderwijs en Wetenschappen gelanceerde idee van *Onderzoekschool*. Besloten werd dat de Wetenschapscommissie de ontwikkelingen rond de Onderzoekscholen Wiskunde nauwlettend zal blijven volgen, aangezien de SMC hoogstwaarschijnlijk intensieve contacten zal onderhouden met deze onderzoekscholen.
- Met de benoeming in 1991 van een derde curator namens de Stichting Informatica Onderzoek in Nederland (SION) is de inbreng van *SION* in het bestuur van de SMC op het afgesproken niveau gebracht.
- De Stichting Computer Algebra Nederland heeft in 1989 het *expertisecentrum CAN* (Computer Algebra Nederland) opgericht. Het centrum is ondergebracht bij het CWI. NWO, dat CAN voor de eerste drie jaar subsidieert, heeft in 1991 een evaluatie laten uitvoeren die positief uitviel. De SMC zal in 1992 het expertisecentrum, waarvan de activiteiten goed aansluiten bij de onderzoeksinteresse van de SMC, financieel steunen.
- Tenslotte vergde de reorganisatie op het CWI - waarover hieronder meer - veel

tijd en aandacht van Curatorium en Directie der SMC.

Op gezette tijden worden de lange-termijn onderzoeksplannen van de SMC vastgelegd in een beleidsnota. In aansluiting op de voorgaande nota, die de periode 1988-1993 besloeg, heeft de SMC het aan NWO voor te leggen Meerjarenplan 1993-1997 verder uitgewerkt in een Interim Beleidsnota die in november 1991 verscheen. De nota bestaat uit twee componenten, die betrekking hebben op de LAW en het onderzoeksinstituut van de SMC, het CWI. De SMC vervult met betrekking tot de LAW een centrale stimulerende en coördinerende rol. De komende jaren zal, naast de reeds bestaande begeleiding van ruim vijftig onderzoeksprojecten in de Landelijke Werkgemeenschappen/Samenwerkingsverbanden, versterkte aandacht worden gegeven aan nieuwe activiteiten zoals Aandachtsgebieden en Speciale Jaren. Hiervoor zijn ook extra financiële middelen beschikbaar gesteld. Het deel dat betrekking heeft op het CWI bevat de volgende kernpunten:

- het blijven verrichten van fundamenteel onderzoek, zowel zuiver als toepassingsgericht;
- sterkere bevordering van de synergie van wiskunde en informatica, onder meer tot uiting komend in een aantal multidisciplinaire projecten, en in het algemeen in een nog grotere nadruk op 'computational mathematics';
- versterkte aandacht voor de acquisitie van onderzoekscontracten en deelname in nationale en Europese programma's.

In de nota zijn ook nieuwe onderzoeksgebieden voor het CWI aangekondigd, die ten dele reeds in 1991 zijn betreden. Dit betreft onder meer: wavelets, grootschalig rekenen, multimediale systemen en geavanceerde informatiesystemen.

Het onderzoeksbeleid van de SMC houdt onder meer in dat het onderzoek op het CWI regelmatig wordt geëvalueerd door internationale commissies. In september 1991 werd zo het informatica-onderzoek geëvalueerd. Het CWI staat bekend als een instituut waar theoretisch onderzoek van hoge

kwaliteit wordt gedaan. De nadruk zou in de toekomst meer moeten liggen op aansluiting bij de praktijk, onder handhaving van de strenge kwaliteitsnormen. Aanbevolen wordt de vorming van minder, maar grotere onderzoeksgroepen, waarin - waar mogelijk in samenwerking met de industrie en universiteiten - het hele traject van theorie tot praktijk wordt doorlopen.

Op financieel gebied is de SMC in 1991 de volle kracht gaan voelen van de tegenwind die er vanaf 1990 is gaan waaien. Het jaar werd voor het eerst sinds jaren met een negatief saldo afgesloten. De oorzaak lag naast hogere uitgaven ook in tegenvallende inkomsten. Er zal dan ook nog hogere prioriteit worden gegeven aan de acquisitie van onderzoeksopdrachten voor het CWI. Dit blijkt vooral ook uit de benoeming van G. van Oortmerssen als Zakelijk Directeur van de SMC, als opvolger van de Directeur Beheerszaken J. Nuis die in het najaar vervroegd terugtrad. Een belangrijke component van de verantwoordelijkheden van de Zakelijk Directeur betreft een actief acquisitiebeleid op het terrein van contractonderzoek.

Het jaar 1991 werd daarnaast vooral gekenmerkt door ingrijpende veranderingen in de personele sfeer. De in het voorgaande jaar voorgestelde maatregelen om de SMC een gezonde structuur voor de jaren negentig te geven, werden voor een groot deel geëffectueerd. Dit kwam voor het CWI neer op een pijnlijke afslanking. De noodzaak hiertoe werd ingegeven door zowel aandrang van de kant van NWO - SMC's belangrijkste subsidiegever - als vanuit een eigen behoefte om te komen tot een stroomlijning van het onderzoek (bijvoorbeeld minder, maar grotere onderzoeksgroepen) en de daarbij passende ondersteuning. Nadat reeds in 1990 was besloten tot reductie van het totale onderzoeksprogramma van het CWI, zijn in 1991 de ondersteunende afdelingen met externe hulp doorgelicht. Het resulterende reorganisatievoorstel behelsde een lichtere structuur en een kleiner personeelsbestand. De nieuwe organisatie (zie bijlage 2) is per 1 januari 1992 ingevoerd. Vanzelfsprekend heeft de hele operatie veel tijd en energie van

de medewerkers gekost.

## ERCIM

Het European Research Consortium for Informatics and Mathematics (ERCIM) is een samenwerkingsverband tussen nationale onderzoeksinstellingen op het gebied van de informatica en (toegepaste) wiskunde in Europa. De leden van het consortium moeten kunnen fungeren als front-end naar Europa voor de nationale onderzoeksgemeenschap. Deze positie is de SMC als het ware op het lijf geschreven.

Reeds bij de oprichting van ERCIM in 1988, op initiatief van GMD (Duitsland), INRIA (Frankrijk) en CWI (Nederland), werd uitbreiding van het consortium met deelnemers uit andere Europese landen als een belangrijk doel gezien. De realisering van dit doel is de afgelopen twee jaar krachtig nagestreefd. In 1990 trad SERC/RAL (Verenigd Koninkrijk) toe, gevolgd in 1991 door INESC (Portugal) en CNR/IEI (Italië). De laatste - de Italiaanse tegenhanger van NWO - is vertegenwoordigd door een cluster van drie informatica-instituten in Pisa, waarvan IEI (Istituto di Elaborazione della Informazione) als penvoerder optreedt. Verder is in 1991 de toetreding voorbereid van Noorwegen en Griekenland, terwijl er contacten zijn gelegd met Spanje. Belangrijk criterium tot toelating is de aanwezigheid van een of meer instituten die een duidelijke nationale rol vervullen op het gebied van onderzoek in de informatica of de toegepaste wiskunde.

In het kader van de formalisering op Europees niveau heeft ERCIM dit jaar registratie aangevraagd als European Economic Interest Group (EEIG). In april begon het ERCIM Bureau, dat de eerste drie jaar in Parijs (INRIA Rocquencourt) zal zijn gevestigd, zijn werkzaamheden. Ter bevestiging van ERCIM's Europese dimensie werd in juni in Parijs door het Bureau een conferentie *Research and Technology Transfer in Informatics for Europe* georganiseerd. De conferentie werd bijgewoond door zo'n honderdvijftig leidende personen uit de Europese onderzoekswereld op het gebied van informatietechnologie. Zaken als de

coördinatie van ERCIM's beurzenprogramma en de eindredactie van ERCIM News werden bij het Bureau ondergebracht.

Tot ERCIM's kernactiviteiten behoren de gemeenschappelijke workshops die tweemaal per jaar plaatsvinden. Voor de workshops in mei bij RAL (Engeland) waren de onderwerpen Visualisation and Computer Graphics, Databases en Numerical Algorithms, en in november bij INESC (Portugal) Distributed Systems, User Interfaces and Multimedia, en Decision Support Systems. De workshops kennen een groeiend aantal deelnemers, ook van buiten de ERCIM-instituten. Van de workshops worden, beginnend met de laatste workshop in Portugal, proceedings uitgegeven.

ERCIM's postdoctoraal beurzenprogramma breidt zich gestaag uit. Voor 1990/91 waren drie beurzen beschikbaar gesteld, voor 1991/92 waren dat er al vijf. Voor de volgende ronde wordt dit aantal uitgebreid tot zes. De belangstelling is groot (10-15 kandidaten per beurs).

De ERCIM-cursussen voor gevorderde onderzoekers begonnen eind 1990 met het onderwerp 'Large Scale Parallel Scientific Computing'. Elke cursus wordt op een aantal plaatsen in Europa gegeven. In 1991 zijn verder nog de cursussen 'User Interfaces for Picture Systems' en 'Studies in Computer Algebra for Industry' van start gegaan. In alle drie gevallen zijn de cursusleiders CWI-medewerkers: H.J.J. te Riele, P.J.W. ten Hagen en A.M. Cohen, respectievelijk. Al deze cursussen hebben subsidie ontvangen van het COMETT II programma van de Europese Gemeenschap.

## ONDERZOEK

Het onderzoeksprogramma van de SMC wordt uitgevoerd enerzijds in LAW-verband, en anderzijds op het CWI. Elders in dit Jaarverslag wordt uitgebreid aandacht gegeven aan het onderzoek binnen de Landelijke Werkgemeenschappen en Samenwerkingsverbanden, terwijl het CWI-onderzoek centraal staat in deel 2 van dit jaarverslag, het Annual Report. Daarom beperken we ons hier tot enkele algemene aspecten van het onderzoek.

Het CWI slaagde erin zijn betrokkenheid bij internationale programma's (ESPRIT II, ESPRIT BRA, RACE, SCIENCE, BRITE, BCR) op hetzelfde niveau te handhaven, een hele prestatie als men bedenkt dat de concurrentie aanzienlijk is toegenomen en de programma's steeds meer betrekking hebben op concrete toepassingen, waardoor zij minder goed passen op het onderzoeksprofiel van de SMC.

De bezinning op de koers van het CWI in de jaren negentig heeft onder meer geleid tot stopzetting van een beperkt aantal onderzoeksgroepen in 1991, waardoor het totaal nu is teruggebracht tot zo'n vijftieng. Voorts is, nadat in 1990 was besloten tot het creëren van dwars door de afdelingen lopende multidisciplinaire programma's, in 1991 het eerste programma *Multimedia* van start gegaan. Voor het programma *Wiskunde en Milieu* kon wegens vertrek van de daarvoor aangewezen programmaleider in 1991 alleen een concreet plan worden gemaakt. Het programma start nu begin 1992. Ook voor het programma *Wetenschappelijke visualisering* is een plan gemaakt.

Het aantal LAW-projecten is in 1991 nog iets toegenomen en bedraagt thans 55.

Het NWO-Prioriteitsprogramma steunt geselecteerde onderzoeksgebieden voor langere tijd (8 jaar). In 1991 werd het thema *Niet-lineaire Systemen* voor deze steun aangewezen. Coördinator is O. Diekmann, leider van het CWI-programma 'Mathematische modellering en analyse'.

#### KENNISOVERDRACHT, CENTRUMFUNCTIE

Kennisoverdracht en het uitoefenen van een centrumfunctie behoren tot de kernmissies van de SMC. Cursussen en conferenties behoren tot de belangrijke middelen om deze missies te vervullen. Ook in 1991 is het aantal cursussen en conferenties dat het CWI (mede) organiseerde weer toegenomen. Naast de reeds eerder vermelde ERCIM-cursussen voor gevorderde onderzoekers noemen we hier de volgende evenementen.

In augustus organiseerde het CWI in samenwerking met de Vrije Universiteit te Amsterdam, de Universiteit van Amsterdam,

de Technische Universiteit Eindhoven, de Erasmus Universiteit Rotterdam en de Katholieke Universiteit Brabant het *14th International Symposium on Mathematical Programming*. Het symposium trok niet alleen 800 deelnemers, maar ook aanzienlijke belangstelling van de pers. Ook voor de conferenties *Logic in Computer Science* en *CONCUR'91* was veel belangstelling (230 resp. 100 deelnemers). Evenals in 1990 vond ook dit jaar bij het CWI een internationaal *Lie Seminar* plaats.

Buitengewoon succesvol verliep de cursus *Wavelets* (ruim honderd deelnemers), georganiseerd in aansluiting op de activiteiten van de gelijknamige CWI-werkgroep. Een cursus over *Bootstrapmethoden* trok veertig deelnemers, een hoog aantal gezien het nogal specialistische karakter van het onderwerp. Een cursus *Portability with UNIX and C* moest wegens de grote toeloop worden herhaald. Vijfenvestig onderzoekers kwamen samen op een internationale workshop, georganiseerd in het kader van *REX* (Research and Education in Concurrent Systems). De jaarlijkse vacantiecursus voor leraren ging ditmaal over *Meetkundige Structuren* (honderd zestig deelnemers).

Naast de vele publikaties in tijdschriften, congresverslagen, en dergelijke, verschenen er ook diverse boeken, geschreven door of met medewerking van CWI-onderzoekers. Hier noemen wij de volgende:

- *History of Mathematical Programming: A Collection of Personal Reminiscences* (J.K. Lenstra, A.H.G. Rinnooy Kan, A. Schrijver, eds., CWI & North Holland, Amsterdam);
- *IMACS Symposia on Parallel Scientific Computing, Amsterdam* (H.J.J. te Riele, T.J. Dekker, H.A. van der Vorst, eds., Applied Numerical Mathematics V. 7 nr. 5, V. 8 nr. 2);
- *Logic in AI* (J. van Eijck, ed., LNCS 478, Springer-Verlag);
- *Verification of Sequential and Concurrent Programs* (K.R. Apt, E.-R. Olderog, TMCS, Springer-Verlag);
- *Advances in Object-Oriented Graphics*

(E.H. Blake, P. Wisskirchen, eds., Eurographic Seminars Series, Springer-Verlag).

Behalve het publiceren van onderzoeksresultaten is een van de belangrijkste vormen van kennisoverdracht het kweken van wetenschappelijk kader dat vervolgens een plaats vindt elders in de maatschappij. In 1991 kwam dit onder meer tot uiting in negen promoties van CWI-medewerkers, waarvan zes op onderzoek bij de afdeling Algemeen Programmatuur. Zie bijlage 4 op blz. 20. Het werk verricht in LAW-projecten leidde tot vijf promoties. Dat kennisoverdracht hoog in het vaandel van het CWI staat, blijkt ook uit de nauwe banden van het CWI met de academische wereld. Zo zijn thans twintig medewerkers deeltijd-hoogleraar aan een Nederlandse universiteit. In 1991 werden twee medewerkers tot hoogleraar benoemd: A.J. Baddeley (Toegepaste Wiskunde, Rijksuniversiteit Leiden) en K.R. Apt (Grondslagen van de Kunstmatige Intelligentie, Universiteit van Amsterdam).

De centrumfunctie van het CWI komt wel heel pregnant tot uiting in de activiteiten op het gebied van de mathematische beslis- kunde, stochastiek en systeem- en regeltheorie. Het CWI coördineert diverse regelmatig gehouden seminars en landelijke congressen, is praktisch elk jaar (mede-)organisator van een groot internationaal congres, verzorgt het secretariaat van de Landelijke Werkge- meenschappen Stochastiek en Mathematische Besliskunde & Systeemtheorie en geeft nieuwsbrieven op deze gebieden uit, en speelt een centrale rol in een tweetal aio-netwerken op het gebied van Systeem- en Regeltheorie en Mathematische Besliskunde.

#### BEZOEKEN

Naast de vele onderzoekers die voor kortere of langere tijd het CWI bezochten, stond de SMC ook in de belangstelling van instellingen die zich met het wetenschapsbeleid bezig- houden. Zo kwamen delegaties van de Vaste Commissies van Economische Zaken, Onderwijs en Wetenschapsbeleid van de Tweede Kamer zich op de hoogte stellen van het onderzoek bij alle instituten op het

WCW-terrein. Vertegenwoordigers van het Gebiedsbestuur Exacte Wetenschappen van NWO en van de Adviesraad voor Wetenschap en Techniek (AWT, voorheen RAWB), alsmede de directeur-generaal van het ministerie van Onderwijs en Wetenschappen bezochten de SMC om zich nader te oriënteren over het werk dat binnen de Stichting plaatsvindt.

#### FINANCIËN

De belangrijke financiële steun van NWO aan de SMC bedroeg in 1991 *f* 14.837.891,- ten behoeve van de exploitatie van het CWI en *f* 2.203.000,- ten behoeve van de Landelijke Activiteiten. Daarnaast droeg NWO bij in de investeringen van het Instituut voor een bedrag van *f* 2.600.000,- waarvan *f* 2.000.000,- ten laste kwam van de gelden die NWO ontving van de minister van Onderwijs en Wetenschappen in het kader van het Intentio- neel Apparatuur Schema (IAS). In de NWO-steun was begrepen een bedrag van maximaal *f* 1.225.000,- voor de exploitatie en *f* 78.000,- voor de investeringen van de Stichting Academisch Rekencentrum Amsterdam (SARA). Deze bedragen betreffen de financiering van het computergebruik bij SARA door het CWI en door andere met NWO gelieerde instanties en onderzoekers die door tussenkomst van de SMC toegang hadden tot de SARA-apparatuur.

Door het accountantskantoor Coopers & Lybrand Dijker Van Dien is een afzonderlijk rapport uitgebracht over de financieel- administratieve verantwoording inzake het boekjaar 1991. In dit jaarverslag zijn van toe- lichting voorziene samenvattingen opgenomen van de definitieve balans en de rekeningen van baten en lasten (gewone en buitengewone dienst) over de boekjaren 1991 en 1990.

#### BIBLIOTHEEK EN INFORMATIEDIENST

In het verslagjaar kwam de Bibliotheekcommissie acht maal bijeen. Aan de orde kwamen onder meer het aanschafbudget voor boeken, de automatisering en het nieuwe classificatieschema van de American Mathematical Society (in verband met de hiermee samenhangende gevolgen voor de onderwerpsontsluiting van de

boekencollectie).

De wetenschappelijke afdelingen gaven advies inzake de aanschaf van boeken en van abonnementen op tijdschriften. Daarnaast verleenden zij medewerking bij het classificeren van de nieuwe boeken. In het kader van de herindeling rest nog de omzetting van de Russische publikaties en van een aantal oudere boeken.

Hoewel de bibliotheek kon beschikken over een ruimer budget, moesten de uitgaven voor boeken en bindwerk achterblijven. De achterstanden ten gevolge van de bezuinigingen van vooral 1989 konden derhalve niet worden ingelopen. Het aanbod van nieuwe tijdschrifttitels was in het verslagjaar zeer groot. Ten behoeve van de aanschaf van nieuwe abonnementen werd evenals voorgaande jaren echter streng geselecteerd.

De bibliotheekautomatisering kwam in het verslagjaar uitvoerig aan de orde in de Stuurgroep Kantoor- en Bibliotheekautomatisering. Na een uitvoerige marktverkenning en evaluatie van systemen in 1990, werden in 1991 op voorstel van de stuurgroep de onderhandelingen geopend met de firma Siemens voor de levering van een onder UNIX werkend bibliotheekstelsel. Vervolgens werd de bestelling geplaatst. Met de eerste werkzaamheden voor het overzetten van het oude naar het nieuwe bibliotheekstelsel werd een aanvang gemaakt.

Een taakgroep bestaande uit een aantal bibliotheekmedewerkers onder leiding van de bibliothecaris, inventariseerde in het verslagjaar de oplossingen voor het ruimtegebrek met betrekking tot de collectie. Er werden plannen opgesteld, die leidden tot een aantal maatregelen. Ten behoeve van de open opstelling van de tijdschriften- en boekencollectie werden kasten aangeschaft en bijgeplaatst. De plaatsing van de tijdschriften werd geheel gereorganiseerd. Ondanks een aantal bezwaren is besloten het deel van de collectie dat zich in de niet vrij toegankelijke magazijnen bevindt (de rapporten en een deel van de boeken) op een meer compacte wijze te plaatsen. Met het op deze nieuwe wijze plaatsen van de boeken in de magazijnen, werd in het verslagjaar begonnen.

Een stagiair van de Algemene Hogeschool Amsterdam (Faculteit Informatie en Communicatie) verrichtte in het kader van de afstudeeropdracht een onderzoek naar de beschikbaarheid van publikaties ('availability study') in de bibliotheek. Daartoe werden bibliotheekgebruikers schriftelijk ondervraagd.

Evenals in 1990 vond ook in het verslagjaar het zogenoemde 'klankbordoverleg' plaats. Hieraan nemen de bibliotheek van de Faculteit Wiskunde en Informatica van de Universiteit van Amsterdam, de bètabibliotheek van de Vrije Universiteit te Amsterdam en de bibliotheek van SMC/CWI deel. Het overleg beoogt een betere uitwisseling van informatie en een betere samenwerking en afstemming.

Hoewel de bibliotheek nog geen actief deelnemer is van het Amsterdams bibliotheeknetwerk 'Adamnet', werd door de bibliothecaris toch een aantal malen deelgenomen aan het overleg in dit kader. Eén van de belangrijkste doelstellingen van Adamnet betreft de realisering van het wederzijds online raadplegen van de bibliotheekcatalogi. Zonder nog zelf deze mogelijkheid te kunnen bieden, kreeg de bibliotheek een aansluiting voor deze online raadpleging van de catalogi van de Adamnet-deelnemers.

Evenals in het vorige verslagjaar werden de volgende activiteiten gecontinueerd:

- de uitgaven van de door de Bibliotheek verzorgde aanwinstenlijsten van boeken en rapporten (AW- en AR-series);
- het houden van een tentoonstelling van boeken en tijdschriften tijdens de Vakantiecursus voor leraren te Eindhoven en Amsterdam. In Amsterdam werd medewerking verleend door een boekhandel.

Via het interbibliothecair leenverkeer zijn 2733 aanvragen (v.j. 3162) binnengekomen, waarvan er 1511 (v.j. 1610) gehonoreerd konden worden. Van de aanvragen die niet gehonoreerd konden worden bleken 553 items (nog) niet aanwezig te zijn in de collectie. Daarnaast werden aan de bezoekers van buiten het CWI 1273 titels (v.j. 1264) uitgeleend en aan eigen medewerkers 1582 titels (v.j. 1444).

Bij de informatieverzorging werd gebruik

gemaakt van moderne auto-dial-up apparatuur voor het automatisch in contact treden met externe databases. In het verslagjaar zijn 110 (v.j. 88) opdrachten uitgevoerd. Voor het raadplegen van grote (literatuur-)bestanden op CD-ROM, had de bibliotheek ook de beschikking over de daartoe benodigde apparatuur. In de bibliotheek zijn onder andere de volgende bestanden op CD-ROM raadpleegbaar:

- CompactMath, vanaf 1981;
- CompArch, vanaf 1982.

De collectie van de bibliotheek werd uitgebreid met 1265 boeken (v.j. 973), 7894 rapporten (v.j. 9064) en 70 nieuwe tijdschrift-enabonnements (v.j. 34). Hiervan behoort een aantal titels tot de lopende WG-tijdschriftencollectie, die op het CWI is ondergebracht. Van de tijdschriftabonnements werden er twaalf door ruil, drieënveertig door koop en vijftien gratis verworven. De omvang van de bibliotheekcollectie bedraagt ongeveer 39000 boeken, circa 1500 abonnements op tijdschriften (totale tijdschriftencollectie circa 33000 banden) en ongeveer 93000 wetenschappelijke rapporten.

Enkele nieuwe tijdschrifttitels zijn:

- ACM transactions on modelling and computer simulation (New York, ACM);
- Annals of applied probability: an official journal of the Institute of Mathematical Statistics (Hayward, IMS);
- Annals of mathematics and artificial intelligence (Basel, Baltzer);
- Computational complexity (Basel, Birkhäuser);
- Computing systems in engineering: an international journal (Oxford, Pergamon);
- Differential geometry and its applications (Amsterdam, North-Holland);
- Geometric and functional analysis (Basel, Birkhäuser);
- International journal of algebra and computation (Singapore, World Scientific);
- International journal of bifurcation and chaos in applied sciences and engineering (Singapore, World Scientific);
- International journal of software engineering and knowledge engineering

(Singapore, World Scientific);

- Journal of functional programming (Cambridge, Cambridge UP);
- Journal of logic and computation (Eynsham, Oxford UP);
- Journal of visual communication and image representation (Duluth, Academic Press);
- Journal of visualization and computer animation (Chichester, Wiley);
- Leningrad mathematical journal (Providence, AMS);
- Matematika: mezhvuzovskii sbornik nauchnykh trudov Erevanskii Gosudarstvennyi Universitet (Erevan, Izd. Erevanskogo Univ.);
- The Mathematica journal (Redwood City, Addison-Wesley);
- Mathematical structures in computer science: a journal in the applications of categorical, algebraic and geometric methods in computer science (Cambridge, Cambridge UP);
- Numerical algorithms (Basel, Baltzer);
- SIAM journal on optimization (Philadelphia, SIAM);
- Siberian advances in mathematics, Institute of Mathematics, Siberian Division, USSR Academy of Sciences (New York, Allerton);
- Studies and researches in computers and informatics (Bucharest).

Aan de bijeenkomsten van de Werkgroep PAD (Programmatuur, Apparatuur en Datatransmissie) van de Vereniging van Online Gebruikers In Nederland (VOGIN), werd deelgenomen door M.W. Mettrop (informatiemedewerker) en F.A. Roos (hoofd).

Op 26 april nam F.A. Roos deel aan de door de centrale bibliotheek van de TU Delft georganiseerde conferentie van bibliotheken, die deelnemen aan de Centrale Technische Catalogus (CTC).

Op 5 juni bezochten M.W. Mettrop en F.A. Roos in Amsterdam de door de VOGIN georganiseerde studiedag *CD ROM in Netwerken*. M.W. Mettrop bezocht op 10, 11 en 12 december in Londen de *15th International Online Information Meeting*.

Aan de *Open Dag*, die op 6 oktober in het

kader van het WCW plaatsvond, werd ook door de Bibliotheek- en Informatiedienst deelgenomen.

#### SARA

De Universiteit van Amsterdam (UvA), de Vrije Universiteit (VU) en de Stichting Mathematisch Centrum (SMC) zijn de drie stichters van SARA. De computerfaciliteiten van SARA staan in de eerste plaats ter beschikking van de drie stichters, met uitzondering van de supercomputer die is opgezet als landelijke voorziening. Via de SMC maakt niet alleen het CWI gebruik van SARA, maar ook de FOM-instituten Plasmafysica Rijnhuizen, NIKHEF-H, NIKHEF-K en AMOLF en de bureaus van NWO, FOM en KNAW. Van de drie stichters is de SMC de kleinste gebruiker van SARA. Overigens zal de SMC in 1995 uit het bestuur van SARA treden, zoals zij dit in 1990 aan het SARA-bestuur had medegedeeld. De gebruikers van SARA binnen het CWI en de verschillende FOM-instituten zijn vertegenwoordigd in NWOSARA. Deze overleggroep, waarin tevens de directeur van SARA participeert, kwam in 1991 drie maal bijeen.

In het jaar 1991 beschikte SARA voor de zogeheten 'regionale' dienstverlening over een krachtig IBM-systeem, een 3090-600 met 6 processoren, ieder voorzien van een zogenaamde vector-faciliteit. Aan het einde van het jaar werd deze machine door IBM vervangen door een gelijkwaardig ES/9000-720, dit vanwege problemen met de koppeling van een high-speed channel aan de 3090. Het verslagjaar werd gekenmerkt door de start van AIX, de IBM-versie van het Unix operating systeem. Na een voorzichtige start, waarbij een geselecteerd aantal gebruikers zeer intensief door SARA-medewerkers werd begeleid, werd per 1 juni 1991 deze service voor alle gebruikers opengesteld.

Naast tevreden reacties over de prestaties van AIX, blijft de zorg over de uitgroei tot een volwaardig systeem. Teveel kleinere en ook grotere problemen resteren om nu al van een grote tevredenheid te kunnen spreken. Desondanks is AIX een succes in die zin dat het bijzonder intensief gebruikt wordt. SARA is nauw betrokken, wereldwijd, bij de verdere ontwikkeling van AIX.

Op de IBM machine draaien, onder het overkoepelende VM, naast AIX nog twee operating systemen: MVS en CMS. Tegen het einde van 1991 werd de machine regelmatig dermate intensief gebruikt dat men zich moet afvragen of de capaciteit nog voldoende zal blijken te zijn gedurende de resterende periode waarvoor zij gepland is.

Naast de IBM beschikt SARA nog steeds over een Cyber 995; inmiddels is het definitieve besluit genomen deze machine per 1 juli 1992 buiten gebruik te stellen. Een belangrijk deel van de dienstverlening van SARA richtte zich dan ook gedurende 1991 op het begeleiden van gebruikers bij de migratie van hun gegevens en programma's naar een der IBM omgevingen.

De landelijke dienstverlening beleefde een zeer gelukkige start van de dienstverlening op een Cray Y-MP4/464 supercomputer. Begin 1991 werd deze machine, als opvolger van de totaal verouderde Cyber 205, in gebruik genomen en zij heeft sindsdien uitstekend gefunctioneerd. Het overzetten van applicaties naar de nieuwe machine is vrijwel zonder problemen verlopen en gebruikers konden vanaf het begin rekenen op een zeer betrouwbaar systeem met onwaarschijnlijk lage 'down-cijfers'. Gedurende de testperiode heeft het bekende CWI-team onder leiding van H.J.J. te Riele een nieuw record factoriseren gevestigd: het grootste getal ooit op een machine ontbonden.

Voor gegevens betreffende het gebruik van SARA wordt verwezen naar de tabel op bladzijde 10.



Gebruik 1991 van de drie stichters in Miljoen Systeem Eenheden (MSE)					
	IBM 3090/MVS	IBM 3090/CMS	IBM 3090/AIX	Cyber 995	totaal
UvA	25,59	93,90	40,84	24,57	184,90 (56%)
VU	21,45	12,16	41,98	33,82	109,41 (33%)
SMC	5,45	22,73	1,78	5,95	35,91 (11%)
Totaal	52,49	128,79	84,60	64,34	330,22 (100%)
Verdeling van het SMC gebruik (in MSE)					
	1991	1990	1989	1988	
CWI	1,27	2,30	4,33	6,10	
FOM-inst.	34,64	24,52	17,79	22,02	
Totaal	35,91	26,82	22,12	28,12	

## Hoofdstuk 2 Landelijke Activiteiten Wiskunde

### Beleid

#### INLEIDING

Op 1 januari 1981 werden door het toenmalige ZWO voor de wiskunde vijf werkgemeenschappen en twee landelijke samenwerkingsverbanden erkend en onder de hoede van de Stichting Mathematisch Centrum geplaatst. Deze werkgemeenschappen en samenwerkingsverbanden waren tot stand gekomen dank zij de inspanningen van de Nederlandse Commissie voor de Wiskunde van de KNAW. Bij die gelegenheid werd ter ondersteuning van het Curatorium de Wetenschapscommissie van de Stichting ingesteld.

In de eerste tien jaar heeft bij de Wetenschapscommissie een zwaar accent gelegen op de beoordeling, selectie, begeleiding en evaluatie van de projectvoorstellen die door de universitaire onderzoekers werden ingediend. Uiteraard stonden geregeld beleidszaken op de agenda, maar door de Wetenschapscommissie, de werkgemeenschappen en samenwerkingsverbanden zijn weinig nieuwe initiatieven ontwikkeld.

Inmiddels is ZWO overgegaan in NWO. Anders dan de vroegere Adviescommissie Exacte Wetenschappen vraagt het Gebiedsbestuur uitdrukkelijk om duidelijke en goed onderbouwde initiatieven vanuit de stichtingen. Daar komt nog bij dat de forse bezuinigingen in de wetenschappelijke staven van de faculteiten wiskunde en informatica en de bezuinigingen waaraan het CWI wordt onderworpen, dwingen tot een strakkere strategie ten aanzien van het onderzoek en in het bijzonder het door de tweede geldstroom gefinancierde onderzoek. Tevens is een nadere bezinning geboden op een beleid waardoor meer steun uit de tweede geldstroom verkregen zou kunnen worden. Dit is van belang

omdat NWO zelf nieuwe instrumenten heeft ontworpen voor extra financiële middelen, bijvoorbeeld persoonsgerichte groepssteun (PIONIER), aandachtsgebieden, prioriteitsprogramma's, stimulus en dergelijke.

#### ONTWIKKELD BELEID IN 1991

De Wetenschapscommissie die in feite het beleid ten aanzien van het door NWO gefinancierde onderzoek bepaalt en zwaarwegende adviezen aan het Curatorium geeft, ondersteunt de meer programmatische aanpak van NWO en heeft een belangrijke rol gespeeld bij de ontwikkeling van nieuwe initiatieven zoals aandachtsgebieden en centrale jaarthema's.

#### *Aandachtsgebieden*

De omvang van een aandachtsgebied zal gemiddeld 4 à 5 oio- en post doc-plaatsen bedragen en de duur gemiddeld 4 à 5 jaar. Daarbij zullen eveneens buitenlandse experts en bezoekers worden betrokken. Het streven is om in twee jaar te komen tot drie van dergelijke versterkte aandachtsgebieden. Mogelijke uitgangspunten voor het aanwijzen van aandachtsgebieden zijn:

- terreinen binnen de wiskunde, die in Nederland nu of in de nabije toekomst als belangrijk worden gezien (als fundamenteel onderzoek, vanwege toepassingsgerichtheid of om maatschappelijke redenen);
- gebieden binnen de wiskunde waar veelbelovend (jong) talent aanwezig is.

In 1992 zal een eerste aandachtsgebied op deze wijze van start gaan en wel het onderwerp *Wiskundige aspecten van niet-lineaire dynamische systemen*. Dit

aandachtsgebied sluit goed aan bij het door NWO geïnitieerde prioriteitsprogramma *Niet-lineaire systemen*.

#### *Centrale jaarthema's*

Landelijk is er een grote behoefte aan de mogelijkheid om jaarlijks twee onderwerpen binnen de wiskunde op een meer uitvoerige wijze aan de orde te stellen. Daarbij denkt de Stichting zowel aan onderwerpen waarop in Nederland nog geen onderzoek is gestart en waarbij het van belang is dat Nederland daarin gaat participeren, als aan onderwerpen waarop Nederlandse onderzoekers reeds werkzaam zijn en waar, door een wat intensiever en langduriger contact van Nederlandse en uit te nodigen buitenlandse experts, een sprong voorwaarts in het onderzoek mogelijk is.

Door middel van allerlei op elkaar afgestemde activiteiten (symposia, seminars, werkgroepen) krijgen deze onderwerpen landelijk extra aandacht. Vanzelfsprekend denkt men met name aan participatie van buitenlanders. Prominente buitenlandse onderzoekers zullen één of meer maanden in Nederland verblijven en binnen Nederland zal men een groep van jonge en veelbelovende wiskundigen intensief bij zo'n centraal thema betrekken.

In 1992 zal de Stichting met één centraal thema, te weten *Logica*, starten. Het beleid is er op gericht met ingang van 1993 twee centrale thema's te organiseren.

#### *PIONIER*

In 1992/1993 zal voor de exacte wetenschappen een nieuwe PIONIER-ronde van start gaan. De Stichting Mathematisch Centrum heeft vier uitstekende voorstellen ontvangen die in aanmerking komen voor PIONIER-steun. Na een zorgvuldige selectie heeft de Stichting twee voorstellen bij het GB-E ingediend. Het betreft hier het voorstel *Sheaves and Logic* (logica, typetheorie en topologie) en het voorstel *Statistics of spatial information* (mathematische statistiek, beeldverwerking, analyse van gegevens en rekenintensieve methoden).

#### *Expertisecentrum CAN (Computer Algebra Nederland)*

In 1989 werd de Stichting Computer Algebra Nederland (CAN) opgericht. Deze stichting beheert een expertisecentrum CAN en wordt gesubsidieerd door NWO/SURF. Het expertisecentrum stimuleert activiteiten voor het onderzoek op het vakgebied computeralgebra en haar toepassingen. Het betreft hier voornamelijk cursussen, ondersteuning en consultatie voor opleidings- en onderzoekinstellingen. Medio 1992 zal NWO/SURF de subsidiëring voor CAN beëindigen. De Stichting Mathematisch Centrum acht voortzetting van de activiteiten van CAN belangrijk voor de Landelijke Activiteiten Wiskunde en zal in 1992 en de komende jaren met subsidies bijdragen om het expertisecentrum te behouden.

#### *Prioriteitsprogramma Niet-lineaire systemen*

De Stichting Mathematisch Centrum steunt het NWO-prioriteitsprogramma niet-lineaire systemen door de uitvoering van het aandachtsgebied *Wiskundige aspecten van niet-lineaire dynamische systemen*. Het prioriteitsprogramma en het aandachtsgebied zullen elkaar versterken.

Een goed begrip van het gedrag van dynamische systemen is afhankelijk van de combinatie theorie (abstract) en computereperimenten. Voor het opzetten en uitvoeren van uitgebreide computereperimenten is het noodzakelijk te kunnen beschikken over een Dynamisch Systemen Laboratorium. Mogelijk zal op de Stichting een beroep worden gedaan de aanvraag van de daarvoor benodigde investeringsmiddelen te verzorgen. De Stichting onderschrijft het belang van zo'n laboratorium en zal aan een dergelijk verzoek gaarne gevolg geven.

#### *Projecten*

Onafhankelijk van het al of niet opzetten en subsidiëren van bovengenoemde nieuwe activiteiten, overweegt de Stichting of de huidige gang van zaken, waarbij voornamelijk losse (betrekkelijk kleine) projecten aan de orde zijn, niet dient te worden gebalanceerd door een gericht streven naar een aantal grote, samenhangende projecten, waar

verscheidene onderzoeksgroepen in samenwerken. De (beperkte) ervaring die de Stichting met zulke grote projecten heeft, wijst erop dat deze heel stimulerend kunnen werken. Voorbeelden zijn de onderzoeksgebieden Statistiek van grote parameterruimten (Amsterdam, Leiden en Nijmegen) en Liegroepen (Utrecht, Amsterdam, Leiden en Groningen). Op deze manier is ook goede aansluiting bij de eerste geldstroom mogelijk.

Hoewel de Stichting de programmatische aanpak ondersteunt, ziet ze aan de andere kant het gevaar dat dan de projectsteun in open competitie in de knel komt. Er zijn verschillende onderzoeksgebieden op het terrein van de wiskunde met maar een enkele onderzoeker, die toch onderzoek van internationaal niveau produceert. De mogelijkheid om in open competitie projecten aan te vragen dient te blijven bestaan.

#### *Onderzoekscholen Wiskunde*

De Stichting Mathematisch Centrum onderneemt veel activiteiten als landelijk platform van onderzoekers. Tot de belangrijkste activiteiten op dit gebied behoren het organiseren, coördineren en stimuleren van activiteiten die tot doel hebben het wetenschappelijk onderzoek op het gebied van de wiskunde te bevorderen. Tevens is de Stichting actief betrokken bij de organisatie van het tweede fase onderwijs.

Vergroting van het maatschappelijk aanzien van de wiskunde als geheel vereist een door de landelijke wiskunde gezamenlijk en in onderling overleg vastgesteld plan met betrekking tot de onderzoekscholen wiskunde. Zo'n eensgezind plan dient er in de eerste plaats op gericht te zijn het in Nederland aanwezige niveau van onderwijs en onderzoek in de wiskunde te behouden en te verstevigen. Voor de wiskunde als geheel is het van belang, dat elke goede groep van onderzoekers, ook de kleine, de mogelijkheid heeft aan te sluiten bij een onderzoekschool, ongeacht de plaats van vestiging.

#### *Netwerken*

Op het gebied van de wiskunde bestaan sinds 1 september 1991 vijf aio-netwerken die een tweede fase onderzoeksopleiding verzorgen.

Het betreft hier het Landelijk Netwerk Mathematische Besliskunde, het netwerk Systeem- en Regeltheorie, het netwerk Taal, Logica en Informatie, het netwerk Stochastiek en het netwerk Numerieke Wiskunde. De eerste drie genoemde netwerken hebben van de minister een subsidie ontvangen. De werkgemeenschap Analyse en het samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica organiseren één-weekse cursussen gericht op aio's en oio's.

#### *Overige activiteiten*

De werkgemeenschappen en samenwerkingsverbanden organiseren en coördineren vele onderzoeksactiviteiten, zoals de jaarlijkse meerdaagse conferenties, landelijke colloquia en summer schools. Voorbeelden zijn de Conferentie Numerieke Wiskunde, de Bijeenkomst van Stochastici, de Conference on the Mathematics of Operations Research, Benelux Meeting on Systems and Control, Lie Groups Seminar, Intercity Seminarium Meetkunde, Logic Intercity Seminar, Symposium Mathematische Fysica en het Colloquium History of Computing.

In samenwerking met het Wiskundig Genootschap besteedt de Stichting aandacht aan wetenschapsvoorlichting. Het betreft hier zowel de voorlichting over de vooruitgang en de nieuwe ontwikkelingen in de wiskunde op nationaal niveau als op internationaal niveau.

#### *Wetenschapscommissie SMC*

De Stichting Mathematisch Centrum streeft ernaar het ledenaantal van de Wetenschapscommissie uit te breiden met een vertegenwoordiger van de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (KNAW, sectie Wiskunde) en een vertegenwoordiger van de Vereniging van Samenwerkende Universiteiten (VSNU, kamer wiskunde).

Aan de vergaderingen van de Wetenschapscommissie wordt, met raadgevende stem, deelgenomen door de wetenschappelijk directeur van de SMC, prof. dr. P.C. Baayen. Het uitvoerend secretariaat berust bij W.A.M. Aspers.

Het dagelijks bestuur van de Wetenschapscommissie werd gevormd door

prof. dr. ir. H. Kwakernaak, prof. dr. E.M. de Jager en prof. dr. D. Siersma.

De Wetenschapscommissie kwam in het verslagjaar drie maal bijeen en wel op 22 mei, 12 september en 6 november. Deze vergaderingen werden bijgewoond door dr. N.J. Kos (namens de directeur van NWO), drs. F. Bakker (chef OBV) en een vertegenwoordiger van het Curatorium van de Stichting (prof. dr. ir. G.Y. Nieuwland, respectievelijk prof. dr. J.H.M. Steenbrink).

De vergadering op 22 mei was gewijd aan het algemeen beleid van de SMC en in het bijzonder aan de investeringen voor 1992 en de komende jaren, de evaluatie van het Samenwerkingsverband Mathematische Fysica. De eerste schreden voor het beleid Landelijke Activiteiten werden gezet. Voorts werd het rapport van de Strategiecommissie Onderzoeksschool Wiskunde besproken.

De vergadering op 12 september was eveneens gewijd aan het algemeen beleid van de SMC en in het bijzonder aan de financiële vooruitzichten 1992, de wetenschappelijke beoordeling van het door de WG Analyse ingediende aandachtsgebied *Wiskundige aspecten van niet-lineaire dynamische systemen* en het door het Landelijk Samenwerkingsverband Logica en Grondslagen van de Wiskunde ingediende centrale jaarthema *Logic Year*. Een belangrijk deel van de tijd werd besteed aan de aanwijzing van twee PIONIER-voorstellen, de bespreking van de Interim Beleidsnota SMC en de continuering van het Samenwerkingsverband FOM/SMC Mathematische Fysica.

De vergadering op 6 november was zoals gebruikelijk voornamelijk gewijd aan de advisering betreffende de beoordeling van de subsidie-aanvragen die in het kader van de werkgemeenschappen en landelijke samenwerkingsverbanden bij de SMC waren ingediend. In totaal werden voor 1992 84 plaatsen aangevraagd bij 77 projecten. Hierbij ging het om 39 nieuwe plaatsen en 45 plaatsen voor continuering. Van de 45 continueringsaanvragen (39 oio's en 6 post docs) gaven de meeste geen aanleiding tot commentaar; zij werden alle voor honorering voorgedragen. Daarnaast werd geadviseerd tot honorering van 13 nieuwe plaatsen (10 oio's en 3 post

docs) uit het totaal aantal van 39 nieuwe plaatsen. Van de overige 26 plaatsen werden 12 plaatsen (6 oio's en 6 post docs) pro memorie op de begroting gezet.

Verder werd aandacht besteed aan taken en werkwijze van de Wetenschapscommissie, het Huishoudelijk Reglement SMC en de zelfevaluatie SMC.

## Enige projectbeschrijvingen

### BEELDRECONSTRUCTIE UIT PROJECTIES

#### *Inleiding*

Het probleem van de beeldreconstructie uit projecties heeft de laatste drie decennia voortdurende aandacht gekregen van de wetenschappelijke gemeenschap. Beeldreconstructie uit projecties is van essentieel belang in een verscheidenheid van toepassingsgebieden, vooral de medische beeldtechniek, met de modaliteiten computerized tomography (CT), single photon en positron emission tomography (SPECT, PET), Magnetic Resonance Imaging (MRI) en ultrasonic imaging. Niet-medische toepassingsgebieden zijn onder andere seismische tomografie, radio-astronomie, niet-destructief materiaalonderzoek en elektronenmicroscopie. De exacte verschijningsvorm van het beeldreconstructieprobleem is afhankelijk van geometrische eigenschappen van zowel het in beeld te brengen object, als van de apparatuur en van de fysica van het proces.

Het doel van beeldreconstructie, onafhankelijk van haar toepassing, is het bepalen van de verdeling van een fysische parameter van een object (bijvoorbeeld absorptie, emissie-sterkte, reflectie) uit projecties van dit object. Een projectie wordt gemeten met behulp van een, veelal groot, aantal stralen door het onbekende object. De voornaamste afbeeldingsgeometrieën bestaan uit parallelle stralen (parallele projectie) of uit stralen afkomstig van een puntbron (fan-beam projectie). De projecties zijn bij voorkeur zo geconfigureerd dat de verzameling van stralen het object geheel overlapt, maar in sommige toepassingen is er slechts een beperkte hoek van inval beschikbaar (limited angle tomography).

Het reconstructieprobleem kan in het

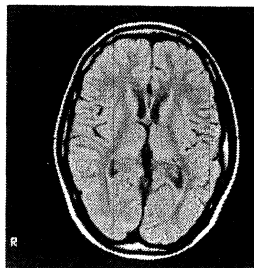
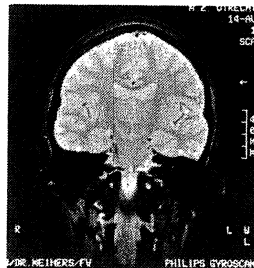
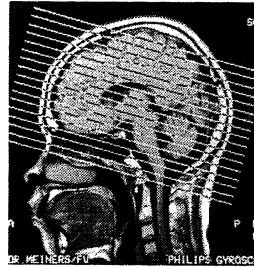
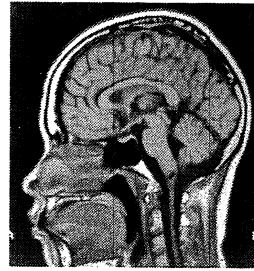
algemeen worden geformuleerd in termen van een integraalvergelijking, waarbij de integraaloperator de Radon-transformatie of een sterk verwante transformatie is. Traditioneel is de expliciete analytische inversie van deze transformatie numeriek geïmplementeerd, hetgeen snelle en betrouwbare reconstructies oplevert. De inverse transformatiemethoden zijn echter gebaseerd op een vereenvoudigd model van het tomografische experiment (mono-energetische stralen, geen afbuiging van de stralen, geen verstrooiing, enz.). In het geval van onvolledige data, zoals die optreden in limited angle tomography en onderbemonstering van de objectruimte, alsook bij problemen waarbij refractie een rol speelt (bijvoorbeeld ultrasonic imaging en electrical impedance imaging), kunnen dergelijke transformatiemethoden niet met succes worden toegepast. Een ander nadeel van inverse transformatie methoden in de beeldreconstructie is hun inflexibiliteit: zij laten gebruik van voorkennis niet toe, zelfs niet aan de hand van eenvoudige niet-lineaire constraints (bijvoorbeeld het niet-negatief zijn van de fysische parameter).

Een algemenere aanpak van het reconstructieprobleem is gebaseerd op de discretisatie van de reconstructieruimte. Dit leidt tot een stelsel van (in de meeste gevallen lineaire) algebraïsche vergelijkingen. De systeemmatrix is veelal groot en ijl. Verder kan het stelsel tegelijkertijd overbepaald, singulier en inconsistent zijn. Het discrete reconstructieprobleem moet voor dit stelsel vergelijkingen een beste benaderende oplossing vinden. De rechttoe, rechtaan aanpak van een directe methode, bijvoorbeeld gebaseerd op QR-decompositie of SVD (Singular Value Decomposition), is, zo al mogelijk, rekentechnisch niet aantrekkelijk.

Iteratieve methoden, hoewel rekenintensief in vergelijking met de inverse Radon-transformatie, zijn veel sneller (voor een beperkt aantal iteraties) dan directe methoden en stellen lagere eisen aan het geheugengebruik. Iteratieve methoden zijn in het bijzonder nuttig als de data-acquisitie incompleet is, of als de signaal-ruis verhouding laag is. In beide gevallen is het reconstructieprobleem bijzonder slecht gesteld. Verder laten iteratieve methoden geometrische projectieconfiguraties toe waarvoor geen expliciete inversieformule beschikbaar is (bijvoorbeeld coded aperture tomography).

Iteratieve reconstructietechnieken kunnen worden onderverdeeld in twee klassen: deterministische of lineair algebraïsche methoden en (niet-lineaire) statistische methoden. De deterministische methoden die het meest worden gebruikt in de beeldreconstructie zijn ART (Algebraic Reconstruction Technique), SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique), hun tussenvorm block-ART, en CG (Conjugate Gradients). Statistische methoden, die hier niet verder worden besproken, zijn erg populair geworden dankzij het EM (Expectation Maximization) algoritme van Dempster et. al., welke convergeert naar een ML (Maximum Likelihood) of een MAP (Maximum A Posteriori of gewogen Maximum Likelihood oplossing). Het belangrijkste voordeel van statistische methoden is hun flexibiliteit om voorkennis, zoals het Poisson-karakter van de foton emissie, verzwakking, scatter en variatie in ruimtelijke resolutie, in het reconstructieproces op te nemen.

In de literatuur is een vergelijking gepresenteerd tussen de iteratieve methoden SIRT en CG. Daar is bewezen dat, als  $k$  het aantal iteratie stappen is, het residu van SIRT zich gedraagt als  $k^{-1}$ , terwijl het residu van CG zich gedraagt als  $k^{-2}$ . Onder milde aannames voor de verdeling van de meetfouten is eveneens aangetoond dat het regulariserende effect van de beide methoden equivalent is (weliswaar voor een verschillend aantal iteraties). Daarom is er geconcludeerd dat CG, voor een juist geschaald stelsel, te prefereren valt boven SIRT voor een bepaalde klasse van problemen.



Scanner: Philips Gyroscan T5.  
Foto's: Stichting Computer Vision Research, Utrecht.

*MR (magnetische resonantie) beelden van een menselijk hoofd. (Botdelen zijn zwart wegens het ontbreken van protonen.)*

*Van boven naar beneden:*

- *Sagittale doorsnede van de schedel.*
- *Als boven; oriëntatie, scheiding en aantal der te maken transversale plakken is aangegeven.*
- *Coronale doorsnede van de schedel.*
- *Dwarsdoorsnede van de hersenen. Er is duidelijk onderscheid tussen witte en grijze materie.*

In de literatuur zijn ART en SIRT regelmatig experimenteel vergeleken met betrekking tot hun convergentiesnelheid. Hoewel de resultaten van de verschillende experimenten niet consistent zijn, is de algemene overtuiging, in het gebied van de beeldreconstructie, dat ART de superieure methode is, behalve voor problemen met erg veel ruis.

#### *Resultaten van het huidige onderzoeksprogramma*

Een van de doelstellingen van het huidige werk was een vergelijking te geven tussen de iteratieve methoden ART en CG. We hebben gekozen voor een aanpak gebaseerd op een ontwikkeling van de iteratiematrices van de verschillende methoden in termen van de relaxatieparameter van de correctiestap in de iteratieve procedure, ondersteund door numerieke experimenten.

Het reconstructieprobleem en de analogie tussen het continue en het discrete probleem is geanalyseerd. Experimentele spectrale response functies zijn geïntroduceerd als een gereedschap om het convergentiegedrag van een iteratieve methode in termen van de singuliere waarden van de systeemmatrix te beschrijven. De relaties tussen de iteratiematrices van ART, SIRT en block-ART zijn afgeleid. We schrijven de iteratiematrices van ART en block-ART als de iteratiematrix van SIRT plus een additionele term. We toonden zowel theoretisch als experimenteel aan, dat voor kleine relaxatieparameters de norm van de additionele term klein is in vergelijking tot de norm van de iteratiematrix van SIRT. Het convergentiegedrag van ART en SIRT is praktisch equivalent voor kleine relaxatieparameters, in het bijzonder in het lage gedeelte van het singuliere waarden-spectrum.

De invloed van de overbepaaldheid van het stelsel lineaire algebraïsche vergelijkingen op de convergentie-eigenschappen van de hiervoor genoemde methoden is onderzocht. Het blijkt zinvol onderscheid te maken tussen de verschillende singuliere vector-richtingen bij het analyseren van het convergentiegedrag. Dit stelt ons in staat te verschillen in convergentiegedrag van ART, SIRT en CG te

verklaren en ordeningsstrategieën te bepalen. Na invoering van het begrip spectrale overbepaaldheid toonden wij aan dat, terwijl SIRT en CG niet profiteren van de overbepaaldheid, de convergentiesnelheid van ART kan worden verhoogd door het verhogen van de spectrale overbepaaldheid. Deze verhoging kan worden bereikt door extra observaties aan het stelsel toe te voegen.

Tenslotte lieten wij zien dat, terwijl de convergentie-eigenschappen van SIRT en CG (toegepast op het stelsel normaalvergelijkingen) onafhankelijk zijn van de ordening van de vergelijkingen, het convergentiegedrag van ART daar wel afhankelijk van is. Verscheidene methodes om de vergelijkingen te ordenen zijn onderzocht. We toonden met behulp van numerieke experimenten aan dat een random ordening de meest efficiënte ordening is.

#### *Projectdeelnemers*

Projectleiders:	Prof. dr. ir. M.A. Viergever Prof. dr. H.A. van der Vorst
Medewerker:	Ir. M.C.A. van Dijke
Instelling:	Rijksuniversiteit Utrecht



## CAPACITEITEN EN GROTE AFWIJINGEN

*Inleiding*

Capaciteiten zijn verzamelingsfuncties: ze kennen getallen  $c(A)$  toe aan deelverzamelingen  $A$  van een ruimte  $E$ . Ze zijn een hanterbare gemeenschappelijke veralgemening van (additieve) maten en kansen, capaciteiten in de potentiaaltheorie (corresponderend met capaciteiten in de electrostatica, vandaar de naam), en 'sup-maten', die men verkrijgt door  $c(A)$  te interpreteren als het supremum over  $A$  van een gegeven functie op  $E$ . Voor allerlei toepassingen blijkt het handig verzamelingen van capaciteiten te bestuderen als topologische ruimte en als tralie (een ruimte waarin de begrippen maximum en minimum zijn gedefinieerd).

Op dit moment krijgt toepassing in de theorie van grote afwijkingen de meeste aandacht. Het gaat hier om asymptotiek van kleine kansen, de convergentiesnelheid naar 0 in limietproblemen waar de limiet van een rij kansverdelingen alleen maar waarden 0 of 1 heeft. Kijken naar gebeurtenissen met kans 0 in de limiet komt neer op kijken naar situaties die sterk afwijken van de waarschijnlijkste (met kans 1 in de limiet), vandaar de naam 'grote afwijkingen'. Dit soort asymptotiek is belangrijk in de statistiek en vormt het hart van de statistische mechanica.

Binnen de gangbare theorie werden grote-afwijkingresultaten tot nu toe alleen met ad hoc convergentie-concepten geformuleerd en bewezen, zonder de context van een topologie voor de betrokken verzamelingsfuncties. Capaciteiten verschaffen die. Bewijzen en methoden worden vereenvoudigd door compactheidsargumenten.

*Ontwikkelingen, internationaal en in Nederland*

Capaciteiten werden al rond 1950 door Choquet als verzamelingsfuncties ingevoerd en bestudeerd. Zijn versie vereist mooie eigenschappen op alle deelverzamelingen van  $E$ , wat existentie tot een niet-triviaal probleem maakt. In de robuuste statistiek werden zulke capaciteiten gebruikt door Huber na 1970.

In de speltheorie kwamen al vóór 1980 andere versies op met meer bescheiden regulariteitseisen, meestal ontleend aan de

Radon-maten: van binnen in waarde benaderbaar met compacte verzamelingen, op compacte verzamelingen van buiten benaderbaar met open verzamelingen. Existentie is nu geen probleem meer. Norberg bestudeerde ze voor stochastische toepassingen rond 1985 met de vage topologie, ontleend aan de Radon-maten. Fundamentele open verzamelingen in deze topologie snijden een gegeven open verzameling en mijden een gegeven compacte verzameling (Engels: hit-open-miss-compact topology). De deelklasse van strakke capaciteiten (op gesloten verzamelingen van buiten benaderbaar met open verzamelingen) is nuttiger, maar topologisch moeilijker. O'Brien en Vervaat gingen die kort voor 1990 systematisch bestuderen met de nauwe topologie, ontleend aan de kansmaten (hit-open-miss-closed topology).

Een aantrekkelijk aspect van capaciteiten is de rijkdom aan gangbare deelruimten die op zichzelf al voorwerp van studie waren. Allereerst natuurlijk de inspiratiebronnen, Radon-maten en voor het strakke geval begrensde maten. Verrassender is dat de sup-maten via restrictie tot de eenpuntsverzamelingen op natuurlijke wijze gekoppeld blijken aan de bovenhalfcontinue functies op de ruimte  $E$ , dus ook aan de hyperruimte van gesloten deelverzamelingen van  $E$  opgevat als bovenhalfcontinue functies met waarden 0 of 1. De strakke versies corresponderen met respectievelijk de bovencompacte functies en de compacte deelverzamelingen van  $E$ . Alle relatieve topologieën (dat wil zeggen de topologie beperkt tot de deelruimte) blijken gelijk aan de meest gangbare voor elke deelruimte.

De groep rond Vervaat is tot het bestuderen van capaciteiten gekomen via de sup-maten als natuurlijke waardenruimte voor extremaalprocessen en stochastische verzamelingen. Vanaf 1980 werd een theorie ontwikkeld die duidelijk analoog was aan die van additieve maten, terwijl capaciteiten als gemeenschappelijk raamwerk pas later werden opgemerkt. Bij het laatste viel al heel gauw de bruikbaarheid van capaciteiten voor grote afwijkingen op.

Grote afwijkingen hebben een rijke geschiedenis en ontwikkeling binnen de

statistiek en de statistische mechanica, waaraan overigens geen van de onderzoekers in dit project heeft deelgenomen vóór 1990. Het vak heeft een eigen omvangrijke analyse die buitenstaanders ontzag inboezemt.

context van extremaalprocessen, sup-maten en tralies viel: O'Brien, Torfs en Vervaat (1990) voor zelfgelijkvormigheid, Gerritse (1990) voor zelfontbindbaarheid. Na de verschuiving van aandacht naar capaciteiten en grote afwij-

<i>gedrag ten opzichte van <math>\cup</math></i>	<i>naam</i>
$c(K_1 \cup K_2) \leq c(K_1) + c(K_2)$	subadditief strak als $c(E \setminus K) \rightarrow 0$ voor $K \uparrow E$
$c(K_1 \cup K_2) + c(K_1 \cap K_2) \leq c(K_1) + c(K_2)$	sterk subadditief zijn ook Choquet-capaciteiten
$c(K_1 \cup K_2) + c(K_1 \cap K_2) = c(K_1) + c(K_2)$	additief
$c(K_1 \cup K_2) = \max\{c(K_1), c(K_2)\}$	afelbaar additieve maten, Radon-maten indien eindig op compacten sup-maat
	corresponderen met bovenhalfcontinue functies

*Verschillende soorten capaciteiten*

Met behulp van capaciteiten zijn grote-afwijkingresultaten als volgt te omschrijven. Begin met een rij kansmaten  $(\mu_n)$  die naar een limiet met alleen waarden 0 of 1 convergeert (meestal nauw naar een kansmaat, soms vaag naar de nulmaat). Vind een rij getallen  $\epsilon_n \rightarrow 0$  zó dat  $\mu_n^{\epsilon_n} \rightarrow c$  voor een capaciteit  $c$ , liefst met ook andere waarden dan 0 of 1. Dit is een grote-afwijkingresultaat. Merk op dat een macht van een additieve maat ('verzamelingsgewijs' genomen) meestal niet meer additief is, maar nog wel een capaciteit. De limiet  $c$  is altijd een sup-maat.

Via compactheidsresultaten voor verzamelingen capaciteiten kunnen klassieke grote afwijkingen opnieuw worden bewezen, maar ook nieuwe resultaten afgeleid. Dit gebeurt op het ogenblik door O'Brien (Toronto), Vervaat + promovendi (Nijmegen) en Deheuvels (Parijs) in onderlinge samenwerking. Merkwaardig genoeg lijkt hun benadering toegankelijker voor wiskundigen zonder kennis van grote afwijkingen dan voor ervarenen in dit gebied.

#### *Probleemstelling van het project*

De doelstellingen van het project zijn oorspronkelijk geformuleerd rond de oude onderzoeksthema's zelfgelijkvormigheid en zelfontbindbaarheid van de groep in Nijmegen. In de eerste jaren is werk voltooid in deze richting, dat tevens binnen de

kingen is het volgende aangepakt.

De topologische theorie van capaciteiten wordt ontwikkeld met het accent op toepasbaarheid voor grote afwijkingen. Dit houdt in: bases voor de vage en nauwe topologie, metriseerbaarheid en metrieken, criteria voor compactheid, convergentiebepalende klassen voor grote afwijkingen. Een eerste artikel is O'Brien en Vervaat (1991), en meer volgt. Aan de praktische kant staat een nieuw grote-afwijkingresultaat voor empirische maten zonder normering tot totale maat 1 met exponentieel toenemende steekproefomvang. Dit wordt uitgewerkt in samenwerking met Deheuvels.

Een belangrijk hulpmiddel voor analyse van de mogelijke limietpunten in grote-afwijkingresultaten (na aantonen van relatieve compactheid van de rij in kwestie) is een Laplace-achtige transformatie, die bekend staat als de integratiestelling van Varadhan. Hiermee wordt de analyse van limietpunten getransformeerd tot een studie van convexe conjugatie, zo karakteristiek voor de traditionele theorie van grote afwijkingen. Het blijkt nuttig de integratiestelling van Varadhan in de gesplitste versie voor onderen bovenlimieten te veralgemenen van kansmaten naar subadditieve capaciteiten. Dit gebeurt in het promotieonderzoek van B. Gerritse (aio KUN). Speciaal het geval van onderlimieten biedt geheel nieuwe

gezichtspunten, met limieten die geen sup-maat meer zijn, dus anders dan in de klassieke theorie.

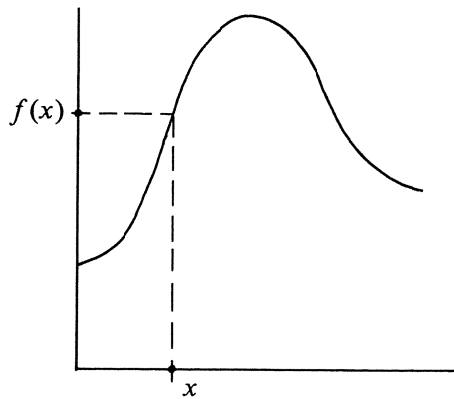
Holwerda (oio SMC) houdt zich bezig met capaciteiten als tralie en topologische ruimte en met kegels. Capaciteiten vormen een volledig tralie en zijn derhalve compact in de intervaltopologie. De laatste blijkt samen te vallen met de vage topologie, wat het snelste bewijs levert dat de capaciteiten vaag compact zijn. Dit komt in een artikel van Holwerda te staan over capaciteiten als tralie.

Het onderzoek van de laatste jaren stuit voortdurend op kegels die niet inbedbaar zijn in lineaire ruimten, bijvoorbeeld de bovenhalfcontinue functies met waarden in  $[0, \infty]$ , of de maten met de regulariteit van Radon-maten maar mogelijk oneindig op compacte verzamelingen. Deze kegels kunnen tot topologische kegels gemaakt worden, zij het alleen met een topologie die niet Hausdorffs is. Met het oog hierop werkt Holwerda aan een dualiteitstheorie voor topologische kegels, die verrassend een gemeenschappelijke veralgemening blijkt van dualiteit tussen lineaire ruimten en die tussen tralies. Hoognodig voor toepassing op grote afwijkingen is de ontwikkeling van een theorie voor convexe conjugatie binnen deze opzet. Tenslotte werkt Holwerda aan gesloten-grafiekstellingen, waarover meer in het volgende.

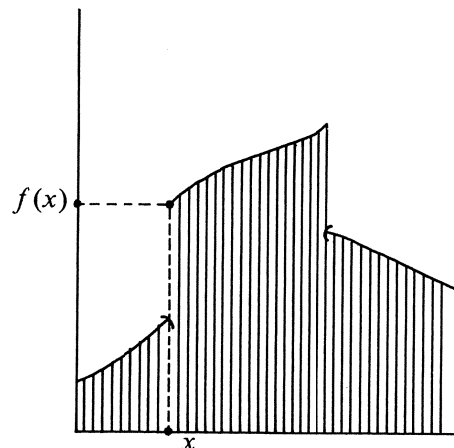
#### *Het werk in 1991*

Het belangrijkste resultaat van Holwerda in 1991 is de herziening en uitbreiding van eerder werk (Holwerda, 1989) over gesloten-grafiekstellingen in de topologie (zonder lineaire context). Aanleiding voor dit werk was het veelvuldig optreden van zulke stellingen bij ruimten van halfcontinue functies en sup-maten, waarbij het begrip 'grafiek' ruimer geïnterpreteerd moet worden. Naast elkaar staan bekende resultaten als:

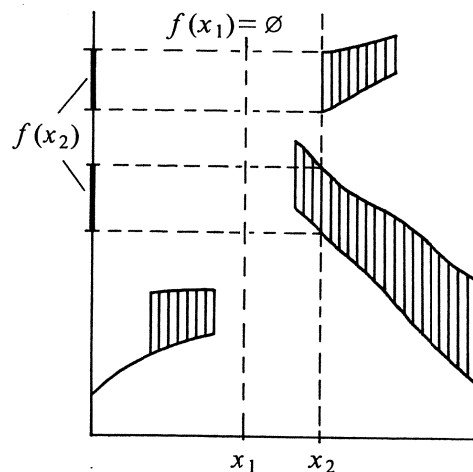
- een functie naar een compacte Hausdorffruimte heeft een gesloten grafiek precies dan als ze continu is;



*Grafiek van een continue functie*



*Ondergrafiek van een bovenhalfcontinue functie*



*Grafiek van een bovenhalfcontinue multifunctie*

- een functie naar de reële getallen heeft een gesloten ondergrafiek precies dan als ze bovenhalfcontinu is;
- een multifunctie naar een compacte Hausdorffruimte heeft een gesloten (multifunctie)grafiek precies dan als ze bovenhalfcontinu is.

Holwerda heeft een verrassend eenvoudige gemeenschappelijke stelling gevonden voor al deze gevallen. Belangrijk ingrediënt is dat men de grafiek van een functie naar een topologische ruimte  $Y$  bekijkt via de 'bril' van een handig gekozen relatie  $R$  op  $Y \times Z$ , waarbij  $Z$  een andere topologische ruimte is. Als men een functie  $f$  van  $X$  naar  $Y$  identificeert met zijn relatie in  $X \times Y$ , dan karakteriseert de nieuwe gesloten-grafiekstelling geslotenheid van de relatie  $R \circ f$  in  $X \times Z$ .

#### Referenties

1. G. GERRITSE (1990). *Self-decomposable Distributions in Continuous Lattices*. Rapport 9029, Math. Inst. KU Nijmegen; opgenomen in: *Supremum Self-decomposability* (dissertatie G. Gerritse, KUN), pp. 65-103.
2. H. HOLWERDA (1989). *Closed Hypographs, Semicontinuity and the Topological Closed-graph Theorem: a Unifying Approach*. Rapport 8935, Math. Inst. KU Nijmegen.
3. G.L. O'BRIEN, P.J.J.F. TORFS, W. VERVAAT (1990). Stationary self-similar extremal processes. *Theor. Probab. Rel. Fields* 87, 97-119.
4. G.L. O'BRIEN, W. VERVAAT (1991). Capacities, large deviations and loglog laws. S. CAMBANIS, G. SAMORODNITSKY, M.S. TAQQU (eds.). *Stable Processes*, Birkhäuser, Boston, 43-83.

#### Projectdeelnemers

Projectleider: Prof. dr. W. Vervaat  
 Medewerker: Drs. H. Holwerda  
 Instelling: Katholieke Universiteit Nijmegen

## SYSTEEMIDENTIFICATIE MET OVERLAPPENDE PARAMETRISATIES

### *Wat is systeemidentificatie?*

In vele wetenschappen, waaronder de econometrie en de technische wetenschappen, worden mathematische modellen gebruikt van fenomenen waarin men wetenschappelijk geïnteresseerd is, zowel voor analyse van de waargenomen verschijnselen, alsook voor het doen van voorspellingen en het onderbouwd nemen van beslissingen en toepassen van sturing. Bij het bouwen van zulke mathematische modellen gaat men enerzijds uit van de relevante wetenschappelijke theorieën, anderzijds van waarnemingen die men heeft verricht. In veel gevallen laat de theorie nog een grote mate van vrijheid in de exacte specificatie van het model. In feite draagt de theorie meestentijds alleen een klasse van modellen aan en dient op grond van (onder andere) de data een keuze te worden gemaakt uit de modellen in de modelklasse. Het vakgebied dat zich hiermee bezighoudt en dan met name voor het geval van dynamische modellen, heet *Systeemidentificatie*. In het onderhavige project wordt gebruik gemaakt van een onconventionele manier om de modelklasse te beschrijven bij het identificeren van het model. Bij de beschrijving van de gehele modelklasse wordt namelijk gebruik gemaakt van een atlas, analoog aan het beschrijven van bijvoorbeeld de aardbol in de aardrijkskunde (zie illustratie). De systeemidentificatie bevindt zich op het randgebied tussen systeem- en besturingstheorie enerzijds, en de wiskundige statistiek, met name het deelgebied der tijdreeksen, anderzijds.

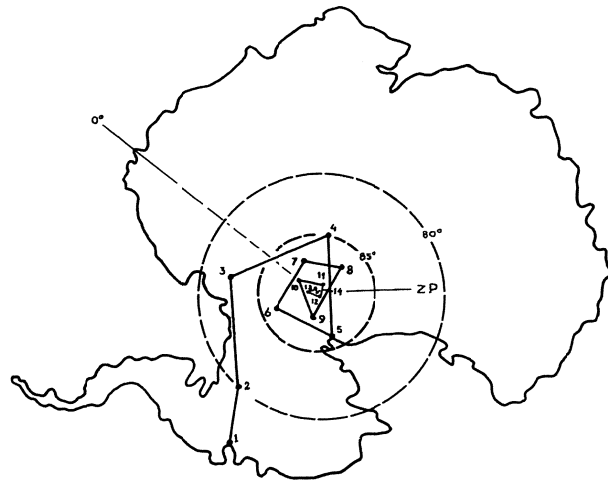
De systeem- en besturingstheorie is een gebied van wetenschappelijk onderzoek dat zijn wortels heeft in de elektrotechniek, de werktuigbouw en de wiskunde, maar dat tegenwoordig ook toepassingen vindt in onder meer de econometrie, de procestechnologie en de informatica. Essentieel voor het vakgebied is de studie van gekoppelde processen - het dynamisch gedrag van componenten in samenhang met elkaar en met hun omgeving. Daarbij gaat het niet alleen om analyse; de

probleemstelling ligt vaak in het ontwerpen van componenten op zodanige manier dat een gewenst gedrag van het gekoppelde systeem wordt bereikt. Zulke ontwerpproblemen kunnen bijvoorbeeld betrekking hebben op de standregeling van een satelliet, of op een filter dat uit een seismisch signaal informatie tevoorschijn moet halen over de structuur van aardlagen.

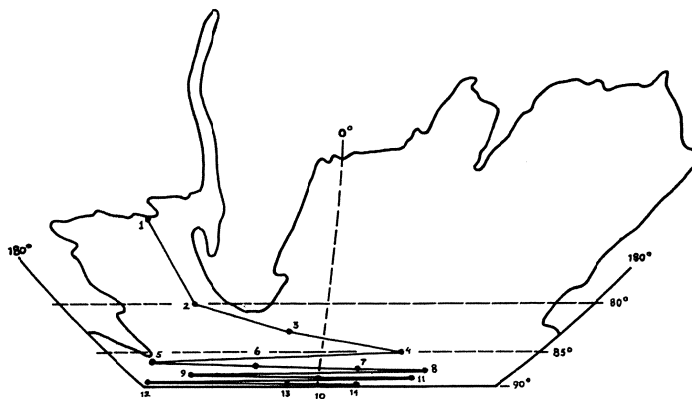
### *Historische ontwikkeling*

Besturingsproblemen hebben een lange geschiedenis. In de negentiende eeuw nam, met de opkomst van machinale productie, ook de betekenis van besturingsmechanismen toe; de stoomreguleur van Watt was een van de doorbraken die de industriële revolutie mogelijk gemaakt hebben. Tot op de dag van vandaag is de constructie van servo-mechanismen een belangrijke activiteit in de werktuigbouw (onder meer in de robottechnologie). Op het gebied van de elektrotechniek ontstond de behoefte aan een theorie over het gedrag van gekoppelde componenten door vragen als: hoe kunnen vergelijkingen worden opgesteld om het gedrag van een schakeling te beschrijven, en omgekeerd, hoe kunnen netwerken worden ontworpen die een voorgeschreven gedrag vertonen. Eenmaal in wiskundige termen geformuleerd bleken de boven aangeduide problemen van werktuigbouwkundige en elektrotechnische ingenieurs nauw aan elkaar verwant te zijn en eigenlijk te behoren tot een vakgebied, dat tegenwoordig wordt aangeduid als 'systeem- en besturingstheorie'. Van de wiskundige kant bekeken is het een vakgebied dat zowel analytische als algebraïsche kanten heeft, misschien doordat de concepten 'verandering in de tijd' en 'relaties tussen grootheden' beide een essentiële rol spelen.

In de laatste vijftientig jaar heeft de systeemtheorie zich krachtig ontwikkeld. Toepassingen beperken zich al lang niet meer tot de werktuigbouw en de elektrotechniek. Bij econometrische tijdreeksanalyse worden systeemtheoretische hulpmiddelen gehanteerd, regelaars worden geconstrueerd voor de beïnvloeding van fermentatieprocessen, en filters om verkeersdichtheden op snelwegen te



(a) Het Zuidpoolgebied (Lambert Azimuthal Equal-Area Projection).



(b) Het Zuidpoolgebied (Robinson Projection).

Een route zoals een ontdekkingsreiziger als Amundsen gevolgd zou kunnen hebben op zijn reis naar de Zuidpool is weergegeven op twee kaarten. Op een speciale kaart van de Zuidpool (a) ziet dit er relatief normaal uit: afgezien van het feit dat hij een paar keer rond zijn doel cirkelde is er weinig aan de hand, en een supporter op afstand, die telkens zijn opeenvolgende bivakplaatsen doorgeseind krijgt, hoeft er niet aan te twijfelen dat Amundsen zijn doel zal bereiken. Op een standaard wereldkaart (b) is dit echter niet zo duidelijk: één plaatscoördinaat beweegt heftig en lijkt in het geheel niet te convergeren, terwijl de andere bijna onveranderd blijft.

Hetzelfde kan zich voordoen bij systeemidentificatie indien een incorrecte structuur (dat wil zeggen parametrisatie) is gekozen: sommige parameters bewegen heftig en convergeren niet, terwijl in feite wel convergentie plaatsvindt wat betreft het beschreven systeemgedrag. Ook het omgekeerde kan daar gebeuren, waarbij weinig verandering in de parameters wordt waargenomen terwijl in feite het beschreven systeemgedrag wel sterk verandert. Een oplossing wordt geboden door een betere lokale parametrisatie te kiezen.

schatten zijn in ontwikkeling. De mathematische disciplines die tegenwoordig door de systeemtheoretici te hulp worden geroepen bij de uitoefening van hun vak vertonen een rijke variatie. Zij lopen van Hilbert-ruimtes naar Bezout-domeinen, van analytische functies naar waarschijnlijkheidsmaten, en van Lie-groepen naar Petri-netten. Nederland speelt in de systeemtheorie een belangrijke rol. De verschillende onderzoeksgroepen hebben zich verenigd in het landelijke Netwerk Systeem- en Regeltheorie.

#### *Data, modelklassen en kwaliteit*

Bij het schatten van modellen op basis van meetgegevens - het terrein van de systeemidentificatie - speelt een aantal facetten een cruciale rol. Ten eerste heeft men te maken met de data zelf. Indien men in de situatie verkeert waar men experimenten kan doen en testsignalen zelf kan bepalen, verdient het aanbeveling om hiervoor wetenschappelijk onderbouwde keuzen te maken. Dit betreft het gebied van 'experiment design.' In het hier beschreven project wordt het andere geval beschouwd: de data zijn gegeven. Er wordt wel uitgegaan van data met 'mooie' eigenschappen, zoals stationariteit van de storingen.

Ten tweede is er de keuze van een modelklasse. Men onderscheidt hierbij twee extremen: 'fysische' modellering, waarbij de beschrijvende relaties op grond van de theorie zijn opgesteld en de resterende onbekende parameters (die geschat moeten worden) een reële betekenis hebben, en 'black-box' modellering waarbij slechts wordt beoogd om een input-output relatie wiskundig weer te geven. Een alternatieve tweedeling wordt gevormd door het onderscheiden van lineaire en niet-lineaire modellen. In dit project wordt uitgegaan van lineaire black-box modellen, in verband met zowel algemeenheid alsmede de mogelijkheid om uitgebreide wiskundige analyse te kunnen toepassen. Een derde aspect betreft de keuze van een criterium dat de kwaliteit van een model kan meten voor het proces dat beschreven dient te worden. Een voorbeeld hiervan is het predictiefout criterium dat de kwadratensom van alle eenstaps-vooruit voorspelfouten (op basis van het

geschatte model) met betrekking tot de gegeven data minimaliseert. Een dergelijk criterium hangt nauw samen met het beoogde gebruik van een uiteindelijk model.

Alternatieven die bijvoorbeeld samenhangen met besturing, feed-back design, filterontwerp, etc. zijn mogelijk. Tenslotte is er de keuze van een algoritme om het gekozen criterium te minimaliseren over de modelklasse. Men onderscheidt hierbij de batch (off-line) benadering, waarbij alle data op elk moment gebruikt kunnen worden en de recursieve (on-line) aanpak, waarbij men uit een nieuwe meting en een oud model een nieuw model construeert (dit meestal via approximatie en ten koste van exactheid, maar veel efficiënter).

#### *Modelparametrisatie*

Hoewel modellen als abstracte objecten worden gezien die de relatie tussen de ingangs- en uitgangskomponenten beschrijven, dient men in praktische toepassingen gebruik te maken van numerieke representaties. Dit betreft het gebied van de modelparametrisatie. Uit een verricht literatuuronderzoek komt duidelijk naar voren dat er vele verschillende parametrisaties voor modelklassen bestaan, ieder met zijn eigen voor- en nadelen. Een voor dit onderzoek wezenlijk resultaat betreft de beschrijving van de klasse van lineaire (black-box) systemen van vaste eindige orde als een differentieerbare variëteit, waarvoor een overdekkende atlas van parameterkaarten kan worden aangegeven. Deze variëteit blijkt niet-Euclidisch te zijn, en een beschrijving met slechts één continue parameterkaart is onmogelijk. Voor het gebruik van zo'n atlas is de mogelijkheid tot het wisselen van parameterkaart met behoud van informatie essentieel. Om van deze resultaten gebruik te kunnen maken is de keuze van een bepaald soort 'toestandsruimte modelbeschrijvingen' noodzakelijk. Vervolgens kan men de variëteit van modellen voorzien van een Riemannse metriek, die het concept van afstanden tussen modellen formaliseert op een wijze van de parametrisatie onafhankelijk.

De kracht van deze aanpak ligt juist in deze onafhankelijkheid. Het idee is dat een aantal (numerieke) moeilijkheden die men in de praktijk ontmoet bij het schatten van

modellen als grondslag een verkeerde keuze van parametrisatie hebben. Verschijnselen als divergentie in een parametrisatie kunnen corresponderen met convergentie op de variëteit (zie illustratie). Afgezien daarvan is er het verschijnsel dat bij gebruik van verschillende parametrisaties maar hetzelfde criterium en hetzelfde iteratieve optimalisatie-algoritme in het algemeen toch verschillende iteratiepaden gevolgd worden. Parametrisatie onafhankelijk werken biedt hiervoor op zijn minst een theoretische uitweg die conceptueel acceptabeler is dan de conventionele benadering.

#### *Het SMC-project*

Samenvattend beslaat het onderzoek ten eerste een afbakening van het terrein, door de keuze van lineaire black-box modellen en een predictiefout criterium, en verder een inventarisatie op het gebied van model-parametrisaties en modelklasse structuur alsmede algoritmen voor functie-optimalisatie. Vervolgens wordt onderzoek verricht naar een geschikte keuze van Riemannse metrieken op de variëteit der modellen en daarmee samenhangend naar algoritmen die functies over een variëteit optimaliseren. Met deze ingrediënten wordt programmatuur ontwikkeld waarmee experimenten worden uitgevoerd ter verdere analyse. Dit betreft zowel experimenten met gesimuleerde data als met meetgegevens uit de praktijk.

In de jaren vóór 1991 is voornamelijk aandacht besteed aan literatuuronderzoek met betrekking tot de verschillende vakgebieden: systeem- en besturingstheorie, differentiaalmeetkunde, functie-optimalisatie, numerieke wiskunde, informatica. Daarnaast zijn enige speciale gevallen (van lage orde) nader onder de loep genomen om een idee te krijgen welke methoden succesvol zouden kunnen blijken, en is het aanverwante terrein van modelapproximatie betreden omdat ook dit tot meer en beter inzicht in verwachte effecten kan leiden.

In 1991 is ten eerste onderzoek verricht op het gebied der functie-optimalisatie en met name op het deelgebied van niet-lineaire kleinste kwadraten, omdat het gekozen predictiefout criterium tot een dergelijk

optimaliseringsprobleem leidt in het geval van off-line identificatie. Speciale aandacht is hierbij besteed aan de methoden van Gauss-Newton en Levenberg-Marquardt die bovendien zijn geïnterpreteerd respectievelijk gemodificeerd tot parametrisatie onafhankelijke versies. Behalve theoretische resultaten op bovenstaand gebied is er praktische vooruitgang geboekt door de implementatie van een groot opgezet simulatie- en identificatieprogramma dat gebruik maakt van alle genoemde aspecten:

- overlappende parametrisaties met mogelijkheid tot automatische kaartwisseling,
- verschillende Riemannse metrieken,
- verschillende identificatiemethoden: Riemannse gradiënt, Gauss-Newton, Levenberg-Marquardt.

Daarnaast is er aandacht besteed aan het vinden van theoretische verklaringen omtrent het gedrag van deze methoden en is een begin gemaakt met de ontwikkeling van recursieve versies van genoemde identificatie-algoritmen. Dit vanwege het grote belang van recursieve algoritmen in de praktijk aangezien deze naast identificatie ook de mogelijkheid bieden tot toepassing bij 'tracking'-problemen (waar het data genererende proces langzaam verandert in de tijd).

#### *Projectdeelnemers*

Projectleiders: Prof. dr. M. Hazewinkel  
Dr. B. Hanzon  
Medewerker: Ir. R.L.M. Peeters  
Instelling: Vrije Universiteit Amsterdam

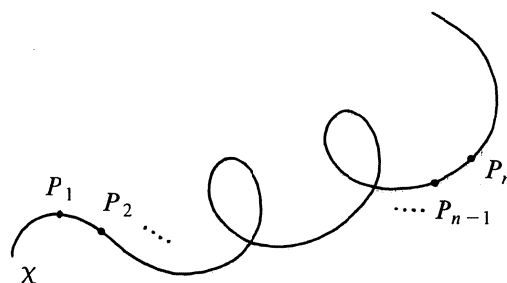
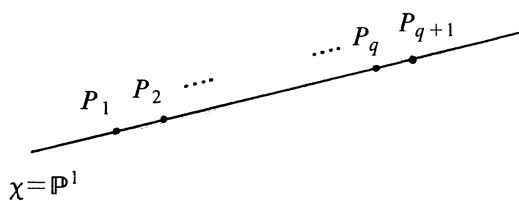


## CODES EN ALGEBRAÏSCHE KROMMEN

*Inleiding*

Coderingstheorie houdt zich bezig met het verzenden van informatie over een kanaal met ruis. Door bij het verzenden extra informatie toe te voegen, kan bij het ontvangen de oorspronkelijke boodschap achterhaald worden, ondanks de verstoringen. Het doel is dit zo efficiënt mogelijk te doen. Als toepassing geldt de compact disc, waarbij de opslag op het kwetsbare schijfje als het verzenden over een kanaal met ruis geïnterpreteerd wordt.

De theorie van de (foutenverbeterende) codes begon met het fundamentele werk van Hamming en Shannon bij de Bell Telephone Laboratories aan het einde van de jaren veertig. In 1977 wist de Rus Goppa een sterk verband te leggen tussen codes en algebraïsche krommen over eindige lichamen. Deze vondst zou een geweldige invloed hebben op het vakgebied. Op dit moment zijn de ontwikkelingen nog in volle gang en staat het onderwerp wereldwijd in de belangstelling. Het geeft een voorbeeld van hoe een prachtig stuk (diepe) wiskunde tot praktische toepassingen kan leiden.



*Goppa realiseerde zich dat de meeste klassieke codes zijn te construeren door evaluatie van rationale functies met voorgeschreven polen en nulpunten op een projectieve rechte over een eindig lichaam. Zijn idee was in plaats van die projectieve rechte een willekeurige algebraïsche kromme te nemen. Dit leverde een veel grotere klasse van codes op. Voor gegeven  $q$  kunnen op de projectieve rechte hooguit  $q+1$  punten worden gekozen (meer liggen er niet op). Bij krommen vervalt deze beperking: ieder aantal punten  $n$  is mogelijk. Dit is een zeer belangrijk voordeel.*

*Ontwikkeling*

In de tijd van Hamming en Shannon was wel het *detecteren* van fouten bekend: op ponsbanden was het laatste symbool steeds een pariteitstest. Omdat de machines bij elke foute pariteit stopten, zocht Hamming naar een methode zodat de machines zelf de fout konden verbeteren. Hij ontdekte wat nu de *Hamming-code* wordt genoemd. Deze code bestaat uit 16 woorden van nullen en enen, alle ter lengte 7. Elke twee verschillende woorden van deze code verschillen op minstens drie plaatsen van elkaar. Als van een woord van de Hamming-code precies één bit verandert, dan verschilt het oorspronkelijke woord op precies één plaats en alle andere woorden in de Hamming-code op minstens twee plaatsen van het veranderde woord. Daarmee is het oorspronkelijke woord terug te vinden.

Als informatie wordt verstuurd in woorden ter lengte  $n$ , met letters uit een alfabet  $Q$ , met  $q$  elementen (gewoonlijk is  $q$  gelijk aan 2 en bestaat  $Q$  uit 0 en 1), dan is de Hamming-afstand tussen twee woorden het aantal plaatsen waar de woorden van elkaar verschillen. Een code  $C$  is een deelverzameling van  $Q^n$ , de verzameling van alle mogelijke woorden ter lengte  $n$  met letters uit het alfabet  $Q$ . De minimum-afstand van de code  $C$  is de minimale afstand tussen twee verschillende woorden uit  $C$ . Als  $C$  minimum-afstand  $d$  heeft dan is de foutencorrigerende capaciteit van deze code gelijk aan  $\lfloor (d-1)/2 \rfloor$ . Dus we willen codes met een zo groot mogelijke minimum-afstand en met zoveel mogelijk codewoorden. Dit zijn twee tegengestelde eisen.

Het coderen en decoderen van woorden moet snel gebeuren, dus meestal prefereren we codes met meer structuur dan alleen die van een deelverzameling. Meestal is het alfabet een eindig lichaam, bijvoorbeeld het binaire lichaam. Dan is  $Q^n$  een vectorruimte. Een lineaire code is een lineaire deelruimte van  $Q^n$ , en zijn dimensie wordt aangeduid met  $k$ . Om codes van verschillende lengte met elkaar te kunnen vergelijken, beschouwen we de *relatieve* minimum-afstand  $\delta = d/n$ , en de informatiedichtheid  $R = k/n$ . Een rij codes wordt *asymptotisch goed* genoemd, indien de lengte naar oneindig gaat en zowel de informatiedichtheid als de relatieve minimum-afstand naar limieten groter dan 0 gaan.

Bestaan asymptotisch goede rijen codes wel? Ja: Gilbert en Varshamov bewezen met een telargument (niet door constructie), dat er een asymptotisch goede rij lineaire codes bestaat met parameters die limiet  $(\delta, R)$  hebben indien

$$R \leq 1 - \delta \log_q(q-1) + \delta \log_q \delta + (1-\delta) \log_q(1-\delta).$$

Het blijkt heel moeilijk te zijn zulke rijen op een algebraïsche of algoritmische wijze te construeren. De Deen Justesen was de eerste die een constructie van asymptotisch goede rijen codes gaf. Er zijn vele bovengrenzen voor de parameters van asymptotisch goede rijen codes, maar tot de jaren tachtig was de Gilbert-Varshamov grens de beste ondergrens.

Coderingstheoretici waren geneigd te geloven dat dit de feitelijke grens was: beter zou niet kunnen.

Maar toen kwam Goppa. Beschouw een basis van een lineaire code en schrijf deze in rijen van een matrix. Indien we de kolommen van deze matrix opvatten als homogene coördinaten van  $n$  punten in de projectieve ruimte van dimensie  $k-1$  (we nemen voor het gemak aan dat geen tweetal der kolommen afhankelijk is) dan is de minimum-afstand van de code gelijk aan  $n-m$ , waarbij  $m$  het maximale aantal van deze punten is dat in een hypervlak ligt. En omgekeerd geeft een  $n$ -tal punten in de projectieve ruimte van dimensie  $k-1$ , niet alle in een hypervlak, een lineaire code ter lengte  $n$  en dimensie  $k$ .

Goppa was de eerste die zich ervan bewust was dat vele van de tot dan toe geconstrueerde codes het speciale geval waren van de inbedding van de projectieve rechte in de projectieve ruimte. Hiermee effende hij voor zich de weg tot een krachtige generalisatie (zie illustratie). Als  $n$  punten liggen op een kromme van graad  $m$  in de projectieve ruimte, dan bevat de doorsnede van deze kromme met een hypervlak hoogstens  $m$  punten, volgens een generalisatie van de stelling van Bézout. Derhalve is de minimum-afstand van de overeenkomstige code minstens  $n-m$ . Vanuit dit gezichtspunt is de kromme ingebed in een projectieve ruimte. Dit is echter niet nodig: een kromme kan onafhankelijk van zijn inbedding gedacht worden. Omstreeks 1981 definieerde Goppa zijn gegeneraliseerde codes door rationale functies uit te rekenen in rationale punten van de kromme. Hierbij kan de niet-ingewijde aan dezelfde begrippen denken als in de complexe-functietheorie. De dimensie van deze codes wordt berekend met de stelling van Riemann-Roch. De minimum-afstand wordt afgeschat door gebruik te maken van het feit dat het aantal nulpunten van een rationale functie gelijk is aan het aantal polen, indien deze met multipliciteiten worden geteld. Zulke codes worden nu *algebraïsch-meetkundige codes* of *meetkundige Goppa-codes* genoemd.

De parameters van deze codes voldoen aan

de ongelijkheid  $k + d \geq n + 1 - g$ , waar  $g$  het geslacht (altijd  $\geq 0$ ) van de kromme is. Willen we dus asymptotisch goede rijen codes op krommen maken, dan moeten we krommen over een eindig lichaam vinden met veel rationale punten in verhouding tot het geslacht. Aan het begin van de jaren tachtig werd door Tsfasman, Vlăduț en Zink, en onafhankelijk van hen door Ihara, bewezen dat op Shimura of Drinfeld modulaire krommen over een eindig lichaam het aantal rationale punten gedeeld door het geslacht minstens  $\sqrt{q} - 1$  is, indien  $q$  een kwadraat is. Op deze krommen definieerden ze Goppa-codes die in de limiet boven de Gilbert-Varshamov grens liggen, mits  $q$  groter is dan 49. Hiermee kwam een historisch resultaat tot stand.

Het belang van algebraïsch-meetkundige codes was daarmee aangetoond. Voor praktische toepassingen zijn efficiënte decodeeralgoritmen nodig. Omstreeks 1988 vonden de Denen Justesen, Larsen, Elbrønd Jensen, Havemose en Høholdt, een decodeeralgoritme voor vlakke krommen. Door Skorobogatov en Vlăduț, en onafhankelijk van hen door Krachkovskii, werd dit gegeneraliseerd voor alle krommen. Porter vond een ander polynomiaal decodeeralgoritme. Voor industriële toepassingen lijken de nu bekende algoritmen nog niet snel genoeg. Behalve op het gebied van decodeeralgoritmen heeft het internationale onderzoek zich op allerlei andere, vaak meer theoretisch interessante problemen gericht.

#### Resultaten LAW-project

In het project 'Codes en Algebraïsche Krommen' aan de Technische Universiteit Eindhoven (1987-1991) is in hoofdzaak aandacht besteed aan de volgende twee onderwerpen:

1. Decodeeralgoritmen voor algebraïsch-meetkundige codes.
2. Classificatie van algebraïsch-meetkundige codes: welke codes kunnen op deze wijze geconstrueerd worden?

Het eerste onderwerp heeft na het baanbrekende werk van Justesen et. al. in 1988 internationaal zeer veel aandacht gekregen.

Het Deense algoritme kan als volgt worden beschreven. Bij een code die afkomt van een algebraïsche kromme wordt eerst een geschikte keuze van een zogenaamde *divisor*  $F$  op die kromme gemaakt. Vervolgens wordt op basis van die keuze een decodeeralgoritme voor de code opgesteld, dat neerkomt op het oplossen van enkele stelsels lineaire vergelijkingen bij het ontvangen van een woord. Het algoritme heeft derhalve complexiteit  $O(n^3)$ . Dit algoritme garandeert correct decoderen op voorwaarde dat het ontvangen woord niet meer dan  $\lfloor (d-1-g)/2 \rfloor$  foute bits heeft, waar  $g$  het geslacht van de kromme is. Zoals eerder vermeld: in theorie is  $\lfloor (d-1)/2 \rfloor$  haalbaar (dat is iets anders dan zeggen dat een efficiënt (polynomiaal) algoritme dat dit doet, bestaat!). Veel onderzoekers hebben zich dan ook gericht op een verbetering van het Deense algoritme.

Op dit punt werd in Eindhoven een belangrijke aanzet gegeven. Aangetoond werd dat voor codes op *maximale* krommen een keuze van een  $s$ -tal divisoren  $F_i$  mogelijk is zodat, wanneer het algoritme van Justesen et. al. met deze divisoren  $s$  keer parallel uitgevoerd wordt,  $\lfloor (d-1)/2 \rfloor$  fouten verbeterd kunnen worden. Bovendien werd bewezen dat altijd  $s \leq 2g$  genomen kan worden. Vlăduț toonde later aan dat de voorwaarde dat de kromme maximaal moet zijn overbodig is, mits  $q \geq 17$  is. Hiermee werd een polynomiaal decodeeralgoritme met complexiteit  $O(n^4)$  gevonden dat  $\lfloor (d-1)/2 \rfloor$  fouten verbetert. Een zeer belangrijk punt is nog wel de bepaling van de  $s$  divisoren  $F_i$ : die zijn in het algemeen moeilijk concreet aan te geven, waardoor het resultaat nochtans het karakter van een existentiebewijs heeft.

Een andere benadering dan die van Justesen et. al. kwam van Porter. Hij verzong een decodeeralgoritme dat voor speciale krommen eveneens  $\lfloor (d-1-g)/2 \rfloor$  verbetert, maar dat van een gegeneraliseerd Euclidisch algoritme uitgaat. Porter's resultaten leken niet optimaal, doch de invalshoek leek gunstig. Het onderzoek in Eindhoven heeft zich gericht op verbetering van de complexiteit, het aantal corrigeerbare fouten en de toepasbaarheid. Dit leidde tot een generalisatie van Porter's algoritme voor willekeurige krommen.

Bovendien kon de complexiteit tot  $O(n^3)$  teruggebracht worden. Dit is beter dan het gegeneraliseerde Deense algoritme. Voor zogenaamde Hermitiaanse krommen werd zelfs  $O(n^2)$  bereikt.

Het onderzoek op het tweede onderwerp heeft het belang van algebraïsche meetkunde voor coderingstheorie zeer nadrukkelijk onderstreept. Bewezen werd namelijk dat *iedere* lineaire code geconstrueerd kan worden als een algebraïsch-meetkundige code, dus op Goppa's manier, als we tenminste geen extra voorwaarden stellen. Stellen we die extra voorwaarden wel - en dan gaat het om enkele beperkingen in de definitie die het bestuderen van de code eenvoudiger maken - dan ligt het anders. Lang niet iedere code kan dan op Goppa's wijze gemaakt worden. Voor een speciale, zeer bekende klasse van codes, de Hamming-codes, waarvan een voorbeeld eerder werd genoemd, werd onderzocht welke codes algebraïsch-meetkundig zijn, in de nauwere zin. Het resultaat was dat het enige niet-triviale voorbeeld juist voornoemde code van lengte 7 is. Bovendien werd aangetoond dat de kromme en de constructie voor deze Hamming-code *uniek* zijn.

#### *Projectdeelnemers*

Projectleiders: Prof. dr. J.H. van Lint

Medewerker: Drs. G.J.M. van Wee

Instelling: Technische Universiteit Eindhoven

## LIE-GROEPEN: ANALYSE OP WORTELSYSTEMEN

*Inleiding*

De bijna twee eeuwen geleden door Gauss geïntroduceerde hypergeometrische functie geeft een omvattende theorie van de speciale functies in één variabele (Legendre-polynomen, Bessel-functies, etc.). Voor speciale functies in meer variabelen is zo'n theorie nog niet gevonden. Speciale functies kunnen onder meer in verband worden gebracht met zogenaamde wortelsystemen van halfenkolvoudige Lie-groepen. Het onderhavige project is een poging om via de analyse op wortelsystemen tot zo'n omvattende theorie te komen.

*Speciale functies*

Zowel in de wiskunde als in de natuurwetenschappen en technische wetenschappen speelt de theorie van de speciale functies een grote rol. Wat zijn eigenlijk 'speciale functies'? Een strikte definitie van het begrip bestaat niet: iedere functie die interessant genoeg is om er een apart algemeen geaccepteerd symbool voor in te voeren is te bestempelen als een speciale functie. Vrijwel altijd zal een dergelijke functie een oplossing zijn van een wiskundig of fysisch probleem dat niet (of niet eenvoudig) uit te drukken is in termen van reeds bestaande speciale functies.

Een eenvoudige en tevens zeer fundamentele speciale functie is de  $e$ -macht, dus de functie  $e^x$ . Het is in essentie de enige functie die zijn eigen afgeleide is. Anders gezegd: het is in essentie de unieke oplossing van de differentiaalvergelijking  $y' - y = 0$ . De hier gesignaleerde koppeling tussen speciale functies en karakteriserende differentiaalvergelijkingen vormt één van de leidende thema's in het project. Andere elementaire speciale functies zijn de sinus en cosinus functies die van groot belang zijn in de Fourier-analyse. Essentieel voor de Fourier-analyse (van periodieke functies) zijn de beroemde orthogonaliteitsrelaties waarvan we er hier ter illustratie één noemen:

$$\int_{-1}^{+1} \sin m\pi x \sin n\pi x \, dx = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ 1, & m = n. \end{cases}$$

Orthogonaliteit en Fourier-analyse zijn andere leidende thema's binnen het project.

Om een indruk te krijgen van de rijke collectie speciale functies hoeft men slechts de inhoudsopgave van een der standaardwerken op dit gebied op te slaan. In het bijzonder noemen we Chebyshev-, Gegenbauer- of ultrasferische, Jacobi-, Legendre-, Laguerre- en Hermite-polynomen en de verschillende vormen van Bessel-functies. De genoemde speciale functies hebben gemeen dat ze alle te verkrijgen zijn uit de zogenaamde hypergeometrische functie  $F(a, b; c; x)$  van Gauss. Deze functie werd in het begin van de 19de eeuw uitvoerig bestudeerd door Gauss en is, evenals de  $e$ -macht, te karakteriseren als (in essentie) de unieke oplossing van de differentiaalvergelijking

$$x(1-x)y'' + (c - (a+b+1)x)y' - aby = 0.$$

Voor verschillende keuzes van de drie parameters  $a$ ,  $b$  en  $c$  (en eventueel een limietovergang) kan men alle bovengenoemde speciale functies (en vele andere) verkrijgen uit  $F(a, b; c; x)$ . Zo geldt bijvoorbeeld dat  $e^x = \lim_{b \rightarrow \infty} F(1, b; 1; x/b)$ . Door dit 'unificerende karakter' speelt de hypergeometrische functie van Gauss een centrale rol in de theorie van de speciale functies en gezien het grote aantal toepassingen van speciale functies is het dan ook niet verwonderlijk dat sinds het eind van de 19de eeuw verschillende hypergeometrische functies in meer dan één veranderlijke gedefinieerd werden. In tegenstelling tot de 'één-variabele theorie' hebben deze verschillende generalisaties niet tot een mooie omvattende theorie van speciale functies in meer veranderlijken geleid. Omdat we in het vervolg de term 'hypergeometrische functie(s)' vaak nodig hebben korten we dit af tot HF (HF's).

Recent is er opnieuw een aantal hypergeometrische functies in meer veranderlijken geïntroduceerd. In het LAW-project 'Analyse op wortelsystemen' wordt onderzocht in hoeverre de verschillende generalisaties verenigd kunnen worden en of de recente HF's wellicht aanleiding geven tot een omvattende theorie van speciale functies in meer veranderlijken. Hierbij wordt als centrale klasse de HF van

Heckman en Opdam genomen. Deze is geassocieerd met een zogenaamd wortelsysteem en geeft aanleiding tot een natuurlijke klasse van speciale functies in meer veranderlijken.

Wortelsystemen treden van nature op in de theorie van de halfenkelvoudige Lie-groepen en er is dan ook een cruciale interactie tussen de speciale functies geassocieerd met wortelsystemen en Lie-groep theorie.

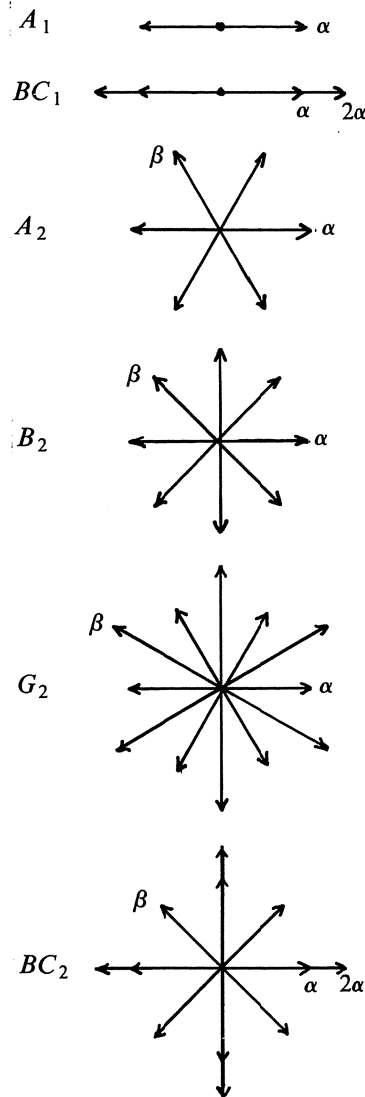
### Wortelsystemen

De beste indruk van een wortelsysteem verkrijgt men door de figuren van alle mogelijke wortelsystemen in dimensie één en twee (zie figuur 1, het bijschrift vermeldt de naam waaronder het wortelsysteem bekend staat).

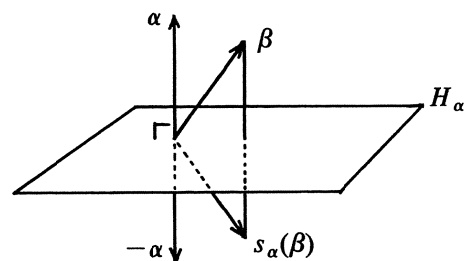
In alle dimensies bestaan er dergelijke 'mooie symmetrische configuraties' van vectoren. Om wortelsystemen precies te kunnen karakteriseren merken we eerst op dat bij een vector  $\alpha \neq 0$  in  $\mathbf{R}^n$  een spiegeling  $s_\alpha$  hoort, namelijk de spiegeling in het 'hypervlak'  $H_\alpha$  loodrecht op  $\alpha$  (zie figuur 2). Een (geheel) wortelsysteem  $R$  bestaat nu uit een eindig aantal vectoren  $\alpha$  ( $\neq 0$ ) in  $\mathbf{R}^n$ , zo dat:

- (i) de spiegeling  $s_\alpha$  ( $\alpha \in R$ )  $R$  invariant laat, dus  $s_\alpha(\beta) \in R$  voor alle  $\alpha, \beta \in R$ ;
- (ii) het getal  $c(\alpha, \beta)$ , bepaald door  $s_\alpha(\beta) = \beta - c(\alpha, \beta)\alpha$ , een geheel getal is voor alle  $\alpha, \beta \in R$ .

Omdat  $s_\alpha(\alpha) = -\alpha$  volgt in het bijzonder uit (i) dat  $R = -R$ . Voor bovenstaande wortelsystemen in dimensie één en twee is eenvoudig na te gaan dat aan (i) en (ii) voldaan is. Zo geldt voor het wortelsysteem  $A_2$  uit figuur 1 dat  $s_\alpha(\beta) = \alpha + \beta$ , dus  $c(\alpha, \beta) = -1$ . Als voorbeelden van wortelsystemen in  $\mathbf{R}^n$  noemen we het wortelsysteem  $A_{n-1}$  ( $n \geq 2$ ) dat bestaat uit de vectoren  $\pm(e_i - e_j)$  met  $1 \leq i < j \leq n$  en het wortelsysteem  $BC_n$  dat bestaat uit de vectoren  $\pm e_i$ ,  $\pm 2e_i$  voor  $i = 1, \dots, n$  en  $\pm e_i \pm e_j$  met  $1 \leq i < j \leq n$ . Hierin is  $e_1 = (1, 0, \dots, 0), \dots, e_n = (0, \dots, 0, 1)$  de standaard basis van  $\mathbf{R}^n$ . (Overigens bestaat er voor  $n \neq 2$  geen  $G_n$ !)



Wortelsystemen (irreducibel, geheel) in dimensie één en twee.



De spiegeling  $s_\alpha$  bepaald door  $\alpha$

Een belangrijk aspect van wortelsystemen is de zogenaamde Weyl-groep. Dit is de eindige groep voortgebracht door alle spiegelingen  $s_\alpha$  ( $\alpha \in R$ ). Realiseren we  $A_1$  in  $\mathbf{R}^2$  als de vectoren  $\pm(e_1 - e_2)$ , dan zien we dat  $s_{e_1 - e_2}(e_1 - e_2) = e_2 - e_1$  (omdat  $s_\alpha(\alpha) = -\alpha$ ), met andere woorden, spiegelen in  $e_1 - e_2$  correspondeert met het verwisselen van de vectoren  $e_1$  en  $e_2$ . Voor  $A_{n-1}$  is eenvoudig na te gaan dat spiegelen in  $e_i - e_j$  correspondeert met het verwisselen van de vectoren  $e_i$  en  $e_j$ . De Weyl-groep is dan de groep van permutaties van de vectoren  $e_1, e_2, \dots, e_n$ . De door ons bestudeerde speciale functies geassocieerd met wortelsystemen zijn functies die invariant zijn onder de Weyl-groep van het wortelsysteem. Voor  $A_{n-1}$  leidt dit tot functies die invariant zijn onder permutatie van de variabelen, de zogenaamde symmetrische functies.

De (één variabele) HF van Gauss is op eenvoudige wijze te associëren met de wortelsystemen  $A_1$  en  $BC_1$  in dimensie één. Uiteindelijk hoopt men voor de speciale functies geassocieerd met wortelsystemen een even rijke en gevarieerde theorie te verkrijgen als voor het één variabele geval. We denken hierbij met name aan differentiaalvergelijkingen, integraalvoorstellingen, reeksontwikkelingen, orthogonaliteitsrelaties, speciale waarden en integraaltransformaties die gedefinieerd kunnen worden met behulp van speciale functies (denk hierbij vooral aan de generalisatie van de klassieke Fourier-transformatie).

De eerste systematische studie van speciale functies geassocieerd met wortelsystemen werd in het begin van de jaren zeventig uitgevoerd door Koornwinder. Voor de wortelsystemen  $BC_2$  en  $A_2$  werden orthogonale polynomen in twee variabelen bestudeerd die een generalisatie vormden van de klassieke één variabele Jacobi-polynomen (dus in het bijzonder van Gegenbauer- en Chebyshev-polynomen). Resultaten van Koornwinder werden al snel uitgebreid naar  $BC_n$  en  $A_n$  door onder meer Sekiguchi, Debiard, Gaveau en Vretare. Tevens bleken er verbanden te bestaan met zowel de HF van matrix argument, geïntroduceerd in de multivariabele stochastiek door Herz, James en Constantine in de jaren zestig en zeventig, als met zekere

quantum integreerbare systemen bestudeerd door Olshanetskii en Perelemov eind jaren zeventig. Deze ontwikkelingen (tezamen met het eerder genoemde verband met Lie-groep theorie) suggereerden dat een algemene theorie van orthogonale polynomen en HF's geassocieerd met wortelsystemen mogelijk moest zijn. In de jaren 1987-88 werd een dergelijke theorie in volle algemeenheid opgezet door Heckman en Opdam. Opmerkelijk is dat vrijwel tegelijkertijd twee andere theorieën van HF's werden ontwikkeld. Allereerst werd de HF van matrix argument vanaf 1987 sterk gegeneraliseerd door Macdonald, Korányi en Kaneko. Een derde type HF werd in 1986 door (I.M.) Gelfand geïntroduceerd, hoewel al in 1977 een vergelijkbare functie door Aomoto was bestudeerd. In de afgelopen jaren is de theorie van deze HF van Aomoto-Gelfand vooral ontwikkeld door Graev, Kapranov, Zelevinsky en Varchenko.

#### *Het project 'Analyse op wortelsystemen'*

Om de belangrijkste resultaten in het project te kunnen beschrijven merken we eerst op dat de HF geassocieerd met wortelsystemen, evenals de HF van Gauss, afhangt van een aantal parameters. Eén van deze parameters is simpelweg een vector  $\lambda = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 + \dots + \lambda_n e_n$  in  $\mathbf{R}^n$  die we de spectrale parameter zullen noemen. Zoals de naam suggereert beschrijft deze parameter de eigenwaarden die optreden in zekere differentiaalvergelijkingen waaraan de HF voldoet. Uit de HF bij  $BC_n$  verkrijgt men nu bijvoorbeeld alle  $BC_n$  orthogonale polynomen door precies die  $\lambda$  te nemen met  $\lambda_i$  geheel en  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$ . Een dergelijke rij gehele getallen wordt een partitie genoemd en deze partities spelen een belangrijke rol in de theorie van de  $BC_n$  (en  $A_n$ ) orthogonale polynomen.

Voor wat betreft de unificatie van de verschillende HF's werd nu in gezamenlijk werk met Opdam aangetoond dat de HF geassocieerd met  $BC_n$  voor de speciale waarde  $\lambda = a(e_1 + e_2 + \dots + e_n)$  reduceert tot de HF van matrix argument. Ook van de zogenaamde Jacobi-polynomen van matrix argument, die onafhankelijk van elkaar werden gedefinieerd door Macdonald en Lassalle,

werd bewezen dat zij precies de  $BC_n$  orthogonale polynomen vormen (voor willekeurige  $\lambda$  nu). Tenslotte werden de  $A_n$  orthogonale polynomen in verband gebracht met de zogenaamde Jack-polynomen. Deze werden door Macdonald geïntroduceerd als een nieuwe klasse van symmetrische functies en vormen een generalisatie van zowel de Schur-functies als de zonale polynomen van James.

In het afgelopen jaar werd de  $BC_n$  HF nader onderzocht omdat er aanwijzingen waren dat hieruit zekere klassieke HF's in meer veranderlijken te verkrijgen zouden zijn. Er kon inderdaad aangetoond worden dat voor een spectrale parameter van de vorm  $\lambda = ae_1$  de  $BC_n$  HF gegeven wordt door een zogenaamde gegeneraliseerde HF van Kampé de Fériet. Dit zijn HF's van hogere orde, dat wil zeggen, ze voldoen aan partiële differentiaalvergelijkingen van orde groter dan twee. Tevens werd bewezen dat de  $BC_2$  HF voor  $\lambda = a(e_1 + e_2)$  (dus het 'matrixgeval') te schrijven is als een som van twee klassieke  $F_4$  HF's van Appell-Lauricella. Dit generaliseert een oud resultaat van Koornwinder en Sprinkhuizen-Kuyper voor de klassieke HF van matrix argument. Als nu in bovengenoemde speciale gevallen van de spectrale parameter tevens de variabele beperkt wordt tot de lijn  $t(e_1 + e_2 + \dots + e_n)$ , dan reduceert de  $BC_n$  HF tot de (één variabele) HF van Gauss.

Het onderzoek naar de HF geassocieerd met wortelsystemen, dat sinds de introductie van deze functie in 1987-88 heeft plaatsgevonden, toont op overtuigende wijze aan dat deze functie inderdaad aanleiding geeft tot speciale functies in meer veranderlijken die een natuurlijke generalisatie vormen van de speciale functies in één veranderlijke.

#### *Projectdeelnemers*

Projectleiders:	Prof. dr. G. van Dijk Dr. T.H. Koornwinder
Medewerker:	Dr. R.J. Beerends
Instelling:	Rijksuniversiteit Leiden



## ARITMETISCHE ALGEBRAÏSCHE MEETKUNDE

*Inleiding*

In 1983 baarde de Duitse wiskundige Gerd Faltings opzien door zijn aankondiging het Vermoeden van Mordell te hebben opgelost. Hij toonde aan dat er een meetkundig criterium is dat garandeert dat een bepaald type vergelijkingen slechts eindig veel oplossingen in de rationale getallen bezit. De methoden die hij gebruikte waren revolutionair en berustten op eerder werk van de Rus Arakelov. Het werd snel duidelijk dat de aanpak van Faltings in principe ongekende mogelijkheden bood. Reeds lang gaven meetkundige methoden in de getaltheorie interessante resultaten. Door het werk van Faltings kwam in deze richting een grote stroomversnelling op gang. Het vakgebied dat hiermee ontstond heet nu Aritmetische Algebraïsche Meetkunde.

Daarnaast deden zich andere - misschien minder spectaculaire, maar zeker belangrijke - ontwikkelingen voor die leidden tot meer gebruik van meetkunde bij de oplossing van aritmetische problemen, zoals in het werk van Vojta, die liet zien dat er een treffende analogie is tussen aritmetische algebraïsche meetkunde en een deelgebied van de analyse (Nevanlinna-theorie). Het werk van Faltings liet zien dat bij de oplossing van aritmetische problemen complexe algebraïsche meetkunde zoals van moduliruimten een belangrijke rol kan spelen. Dat er tegelijkertijd vanuit de mathematische fysica dezelfde of analoge vragen betreffende moduliruimten werden gesteld maakte de opwinding alleen maar groter.

*Ontwikkelingen internationaal en nationaal*

Van oudsher heeft men met veeltermvergelijkingen in meerdere variabelen meetkundige objecten geassocieerd, algebraïsche variëteiten geheten. De definitie die begin deze eeuw gehanteerd werd voldeed niet meer en dit leidde rond 1930 tot een naarstig zoeken naar een passend begrip. Na eerdere aanzetten van Zariski, Van der Waerden, Weil en Serre kwam Grothendieck in de jaren vijftig tot het begrip 'schema' waarin op vernuftige wijze algebra en meetkunde verbonden zijn. Zo'n

schema houdt rekening met de diverse soorten getallen waarin men oplossingen van de vergelijkingen zou willen vinden. Als deze vergelijkingen bijvoorbeeld gehele coëfficiënten hebben, houdt de schemastructuur deze informatie vast. Maar er is ook een soepele overgang van het ene getalsysteem op het andere, en er is een nauwe relatie tussen de verschillende contexten, vergelijkbaar met de ontwikkeling van een fysisch systeem in de tijd. Alleen kan bij een schema de 'tijdsparameter' ook van aritmetische aard zijn! De waarde van zo een tijdsparameter  $t$  kan dan een priemgetal  $p$  zijn en de toestand voor  $t=p$  wordt gegeven door met de vergelijkingen modulo  $p$  te rekenen. Voor ieder priemgetal  $p$  vinden we zo een zogenaamde vezel boven  $p$  die het gedrag modulo de priem  $p$  beschrijft.

De theorie van Arakelov en Faltings voegt aan dit beeld nog een 'missing link' toe, de 'oneindige priemen', vergelijkbaar met de introductie van oneindig verre punten in de projectieve meetkunde. Daardoor wordt het schema in de aritmetische richting als het ware gecompleteerd. De meetkunde krijgt er zo een dimensie bij; algebraïsche krommen over bijvoorbeeld de rationale getallen kunnen nu beschouwd worden als aritmetische oppervlakken. De vezel boven de oneindige priem is dan het bijbehorende Riemann-oppervlak.

Dit idee opent de weg tot nieuwe methoden, analoog aan die uit de theorie van compacte oppervlakken. Het besef dat een voldoende scherp aritmetisch analogon van de Van de Ven-Miyaoka-Bogomolov-Yau ongelijkheid tussen de Chernse klassen van een complex oppervlak zou leiden tot de oplossing van het vermoeden van Fermat, bracht een naarstige studie naar zulke Chernse klassen en ermee samenhangende formules teweeg. Ook binnen ons project werd hieraan gewerkt. Dit heeft tot nu toe nog niet tot een doorbraak geleid.

De aanpak van Arakelov en Faltings heeft duidelijk gemaakt dat voor de oplossing van aritmetische problemen naast informatie van zuiver aritmetische aard ook meetkundige informatie over de verzameling van complexe

oplossingen een belangrijke rol speelt. De constatering van Vojta dat het gedrag van rationale punten op variëteiten een sterke analogie vertoont met een klassiek onderwerp uit de complexe analyse, namelijk de waardeverdeling van holomorfe afbeeldingen, heeft dit beeld versterkt.

Dit alles heeft geleid tot een veel grotere aandacht voor de toepassing van meetkundige technieken voor de oplossing van aritmetische problemen, ook buiten het kader van de aanpak van Faltings en Vojta. Zo speelt bij de Hodge-theorie het aritmetisch aspect een veel grotere rol en zo heeft aritmetische meetkunde toepassingen in de coderingstheorie gevonden.

Een centrale doelstelling van het project was in Nederland, waar traditioneel een zeer grote algebraïsch meetkundige expertise aanwezig is, meer aandacht te kweken voor dergelijke toepassingen en een generatie jonge onderzoekers op te leiden met belangstelling voor en vertrouwdheid met dit gebied.

#### *Het werk in voorgaande jaren*

Een centrale rol bij vele aritmetische problemen en in het bijzonder bij de aanpak van Faltings wordt gespeeld door Abelse variëteiten en hun aritmetisch equivalent, de Abelse schema's. Dergelijke schema's combineren een meetkundige structuur (de variëteit of het schema) met een algebraïsche, de groepsstructuur: er is een optelling gedefinieerd op deze variëteiten. In Nederland bestaat veel expertise op het gebied van de Abelse variëteiten en ook over de moduli-ruimten van Abelse variëteiten. Een groot gedeelte van het onderzoek heeft zich dan ook geconcentreerd op dit aspect. We noemen een paar richtingen waarin binnen het project is gewerkt.

De vezels boven  $p$  van moduli-ruimten van Abelse schema's kan men bestuderen door te kijken naar Abelse variëteiten over eindige lichamen. Door de coördinaten van punten tot de  $p$ -de macht te verheffen krijgt men een actie op deze Abelse variëteiten (Frobenius) en hierbij hoort een karakteristiek polynoom (van Frobenius). De Abelse variëteiten waarvoor het karakteristieke polynoom van Frobenius een bepaalde eigenschap bezit

(bijvoorbeeld gegeven Newton-polygoon) vormen een deelruimte van de moduli-ruimte. Het onderzoek heeft een formule voor de dimensie van zo een deelruimte opgeleverd. Hiermee werden vermoedens van Manin en Koblitz bewezen.

Een ander aspect van Abelse variëteiten in karakteristiek  $p$  werd gemotiveerd door vragen uit de coderingstheorie. Het blijkt hier dat de studie van de vezels boven  $p$  van moduli-ruimten relevant is voor de bepaling van gewichtsverdelingen van codes. Het onderzoek aan supersinguliere Abelse variëteiten heeft geleid tot de bepaling van de gewichtsverdelingen van deelcodes van Reed-Muller codes. Een ander aspect dat bij het onderzoek aan bod kwam was de structuur van de zogenaamde vezels over de oneindige priemenvan aritmetische oppervlakken. De completering van aritmetische oppervlakken door Arakelov en Faltings is nogal formeel. De gedachte is dat een diepere meetkundige interpretatie van deze vezels tot een veel beter begrip zou kunnen leiden. Er werd een suggestie gedaan om aan de oneindige vezels meer structuur te geven.

Daarnaast is gewerkt aan de aritmetische aspecten van Hodge-theorie. Over de aritmetiek van perioden van integralen zijn door Deligne, Beilinson en anderen interessante vermoedens geuit. Deze perioden zijn slechts in enkele gevallen expliciet bekend. Bij Fermat-hyperoppervlakken is dit het geval. Door deformatie van een Fermat-hyperoppervlak en bestudering van het lokale gedrag van perioden kunnen belangrijke problemen worden aangepakt, zoals een generalisatie van de stelling van Noether.

Buiten het project, maar binnen de invloedssfeer ervan is ook met succes gewerkt aan aritmetische algebraïsche meetkunde. We noemen het werk aan de Manin-constante, werk aan Hodge-Tate klassen, aan motieven en zo meer. Er is nu binnen Nederland een generatie jonge wiskundigen met grote belangstelling en veel expertise in deze richting.

*Het werk in 1991*

Bij de beschrijving van het werk in 1991 concentreren we ons op een bijzonder succesvol aspect, namelijk het onderzoek aan Abelse schema's en hun moduli van A.J. de Jong, dat hem internationale erkenning heeft opgeleverd.

De modulieruimte van Abelse schema's is grofweg de parameteruimte van zulke schema's. Men legt hierbij de discrete invarianten, zoals dimensie  $g$  en polarisatiegraad  $d$  vast. De resulterende parameteruimte  $\mathcal{C}_{g,d}$  is zelf weer een schema. Men kan dit ook aritmetisch opvatten en zich afvragen wat de vezel bij een priemgetal  $p$  van  $\mathcal{C}_{g,d}$  is. Mumford heeft in de jaren zestig gevraagd wat de irreducibele componenten van deze vezel zijn. De Jong heeft in zijn proefschrift deze vraag volledig beantwoord.

Door nog extra structuur te leggen op de Abelse schema's die men bestudeert krijgt men andere modulieruimten, zoals de modulieruimten van Abelse variëteiten met  $\Gamma_0(p)$ -structuur. De Jong laat in zijn proefschrift zien dat de lokale structuur van de vezel boven  $p$  van zulke modulieruimten zeer goed beschreven kan worden door vergelijking met andere veel beter bekende ruimten, de vlagvariëteiten. Wellicht leidt deze aanpak tot een beschrijving van de singulariteiten van deze modulieruimten voor alle waarden van de dimensie  $g$ . Voor  $g = 2$  heeft De Jong een volledige beschrijving gegeven.

De kern van een homomorfisme van Abelse variëteiten is soms een eindige groep met meetkundige structuur, een zogenaamd eindig groepschema. Een goed begrip van bepaalde typen van zulke groepschema's is belangrijk voor de studie van Abelse schema's in karakteristiek  $p$ . Een goede beschrijving van de deformaties van zulke groepschema's (Dieudonné's theorie) was tot nu toe slechts bekend voor bepaalde getalsystemen, zoals eindige lichamen. In het proefschrift van De Jong wordt aangetoond dat er ook in veel algemenere context een goede beschrijving van de deformatieruimte kan worden gegeven.

*Projectdeelnemers*

Projectleiders: Prof. dr. J.H.M. Steenbrink  
 Prof. dr. G.B.M. van der Geer  
 Prof. dr. F. Oort

Medewerkers: Drs. A.J. de Jong  
 Dr. R.W. Pink

Instellingen: Rijksuniversiteit Utrecht  
 Katholieke Universiteit Nijmegen

## GETYPEERDE LAMBDA-CALCULI

*Inleiding*

Wanneer we in de wiskunde een functie tegenkomen, zouden we in veel gevallen graag een programma hebben, dat de waarden van deze functie voor ons uitrekent. Een functie waarbij dit mogelijk is heet *berekenbaar*. Het deel van de wiskunde dat zich bezighoudt met berekenbaarheid heet *recursietheorie*. Een definitie van berekenbaarheid kan geschieden door invoering van een *taal* waarin *algoritmen* kunnen worden geschreven die functies uitrekenen. Een voorbeeld van zo'n taal is de *lambda-calculus*. Nu is het vaak zo dat functies werken op een functieruimte in plaats van een getallenverzameling. We spreken dan van *functionalen*. In dit project wordt onderzocht in hoeverre *getypeerde lambda-calculi* kunnen dienen als talen om algoritmen voor functionalen te leveren.

*Ontwikkeling van het vakgebied*

Het vakgebied laat zich omschrijven als een overlapping tussen de recursietheorie en de lambda-calculus die beide zijn ontstaan in de jaren dertig. Verantwoordelijk voor hun beginontwikkeling waren onder meer Kleene, Turing en Church.

De recursietheorie op zich bestudeert recursieve of berekenbare functies en functionalen, onafhankelijk van een *berekeningsmodel*. Een berekeningsmodel is een of andere mathematische constructie waarin het intuïtieve begrip 'berekening' geformaliseerd wordt. Voorbeelden van berekeningsmodellen zijn Turing-machines en de lambda-calculus. Elk berekeningsmodel levert een notie van berekenbaarheid van functies en elk model levert dezelfde klasse van berekenbare functies op. Dit feit ondersteunt de zogenaamde *These van Church*. Dit is het inzicht dat we hier te maken hebben met dé klasse der berekenbare functies. Het intuïtieve begrip 'berekenbaar' is op de juiste wijze geformaliseerd. Hoewel Turing-machines enkel en alleen worden bestudeerd als berekeningsmodel, is dat bij de lambda-calculus niet het geval. De lambda-calculus werd en wordt ook intensief

bestudeerd los van haar rol als berekeningsmodel.

Wat betreft recursietheorie is het project vooral begaan met *hogere-orde recursietheorie*. Hogere-orde recursietheorie houdt zich bezig met de berekenbaarheid van *hogere-orde functionalen*. Zoals gezegd in de inleiding werken functionalen op functie-ruimten. Maar functionalen kunnen ook werken op ruimten van functionalen. We spreken dan van hogere-orde functionalen. Het beschouwen van functionalen die werken op functionalen-ruimten levert hiërarchieën van ruimten van functionalen op. Zo'n hiërarchie wordt een *typestructuur* genoemd. Elke functionaal in een typestructuur heeft een bepaald type, en werkt op functionalen van een lager type.

Hogere-orde recursietheorie is ontstaan in 1959 door Kleene's artikel 'Recursive Functionals and Quantifiers of Finite Types I'. Hierin voerde Kleene een notie van berekenbaarheid of recursiviteit voor bepaalde functionalen in, op grond van negen schema's  $S_1, \dots, S_9$ . Deze schema's genereren de recursieve of berekenbare functionalen. In daaropvolgende jaren gaf Kleene berekeningsmodellen voor deze functionalen, in de vorm van Turing-machines en een systeem van ongetypeerde lambda-calculus. De onderlinge equivalentie van  $S_1 - S_9$ -recursiviteit, Turing-berekenbaarheid en lambda-berekenbaarheid vormt een sterke aanwijzing voor de generalisatie van de These van Church voor de Kleene-functionalen. De recursieve Kleene-functionalen vormen dus absoluut een belangrijke klasse van functionalen.

Toch zijn er met de Kleene-theorie vervelende dingen aan de hand. Zo is de zogenaamde substitutistelling niet zo algemeen geldig als men wel zou wensen. In 1966 kwam Platek met het antwoord voor deze problemen voor de dag: hij introduceerde en bestudeerde de klasse van *hereditair-consistente* functionalen, en liet zien dat de Kleene-functionalens daartoe behoren. Deze nieuwe klasse van functionalen was volgens Platek de juiste wereld om hogere-orde recursietheorie in te bedrijven. Alle stukjes

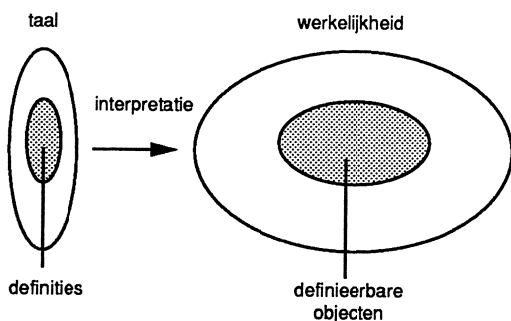
van de puzzel van de Kleene-theorie vielen hier op hun plaats. De substitutistelling was geldig in zijn meest algemene vorm, en de Kleene-theorie werd op deze manier ook verkregen, ingebed in de hereditair-consistente theorie.

Als gevolg van een bepaalde karakterisering van de recursieve hereditair-consistente functionalen, die Platek gaf, was de eerste glimp op te vangen van een verband met de getypeerde lambda-calculus. Echter, vanuit het oogpunt van de getypeerde lambda-calculus waren de hereditair-consistente functionalen nog niet helemaal de juiste keuze. Een kleine uitbreiding van de hereditair-consistente functionalen levert de *monotone* functionalen. Deze passen heel goed bij de getypeerde lambda-calculus, maar brengen op hun beurt weer de nodige problemen met zich mee.

De manier waarop de getypeerde lambda-calculus inwerkt op de monotone functionalen levert een voorbeeld van een verschuiving of generalisatie van de betekenis van recursietheorie. Recursietheorie is evenzeer een theorie van *definieerbaarheid* als van berekenbaarheid.

*Probleemstelling; werk in 1989 en 1990*

Het basisidee van dit project is het volgende. Analooq aan het begrip berekenbaarheid kan het begrip definieerbaarheid worden geformaliseerd door invoering van een taal. Deze taal bestaat uit syntactische objecten, rijtjes symbolen, waarvan sommige definities zijn. De taal wordt dan geïnterpreteerd in een of ander relevant deel van de werkelijkheid, en de interpretaties van de definities in de taal zijn dan de definieerbare (of gedefinieerde) objecten in de werkelijkheid.



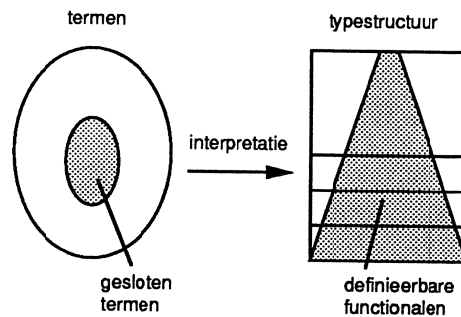
Ook het begrip berekening kan hier worden teruggevonden. Formalistisch gezien vormt de taal ons enige houvast, onze enige toegang tot de werkelijkheid. En elke manipulatie van werkelijke objecten geschiedt door middel van manipulatie van taalobjecten, rijtjes symbolen. Een berekening is dan een manipulatie van rijtjes symbolen. (Vergelijk dit met de situatie in de logica: de taalobjecten zijn dan de formules, en bepaalde manipulaties met formules vormen bewijzen.) Elk algoritme dat een bepaald object berekent kan worden gezien als een definitie van dat object. Maar het omgekeerde is niet zonder meer het geval. Het is nog maar de vraag in hoeverre een definitie van een object ook daadwerkelijk een algoritme voor dat object levert.

De werkelijkheid die we nu wensen te beschrijven bestaat uit de hogere-ordefunctionalen van de hogere-orde recursietheorie. Zoals gezegd zijn deze te verzamelen in typestructuren. Het te beschouwen deel van de werkelijkheid zal dan ook telkens een typestructuur zijn.

De talen die hierbij passen zijn de verschillende systemen van de simpel-getypeerde lambda-calculus. De objecten in de taal zijn de lambda-termen, en een term die geen vrije variabelen bevat, dat wil zeggen een gesloten term, is dan een definitie.

In het project wordt onderzocht in hoeverre het interpreteren van getypeerde lambda-calculi hogere-orde recursietheorieën op typestructuren oplevert. Verder wordt onderzocht of dit gezichtspunt nuttig gebruikt kan worden in de hogere-orde recursietheorie.

In voorgaande jaren (1989 en 1990) is een precieze beschrijving gegeven, een afbakening, van de systemen van getypeerde lambda-calculus die we willen beschouwen. Dit zijn



simpel-getypeerde lambda-calculi met allerlei vormen van delta-reductie.

Maar getypeerde lambda-calculi vormen maar één helft van het verhaal. We hebben ook typestructuren nodig die bij deze systemen passen, en waarin we deze kunnen interpreteren. Het is daarbij bovendien wenselijk dat de typestructuur in kwestie een model vormt van het systeem dat we beschouwen, dat wil zeggen dat de structuur van het systeem op een bepaalde manier wordt weerspiegeld in de typestructuur. Daarom is veel aandacht besteed aan het construeren van typestructuren. Vooral de theorie van Cartesisch-gesloten categorieën is daarbij een belangrijk hulpmiddel. De eerdergenoemde typestructuur van de monotone functionalen is een voorbeeld van een typestructuur die op deze manier te construeren is.

Verder is uitvoerig aandacht besteed aan het systeem dat rechtstreeks is af te leiden uit het werk van Platek. Dit systeem is  $\lambda Y$  gedoopt. Een ander systeem, dat veel dichtere leek en bleek te staan bij hogere-orde recursietheorieën op typestructuren, is het systeem  $\lambda E$ . Aanvankelijk vermoedden we dat van deze beide systemen  $\lambda Y$  de sterkere was, maar het omgekeerde bleek het geval.

Ieder  $\lambda E$ -model is ook een  $\lambda Y$ -model (maar niet omgekeerd), omdat  $\lambda Y$  kan worden ingebed in  $\lambda E$ . Het is eenvoudig aan te tonen dat de typestructuur der monotone functionalen een  $\lambda Y$ -model is, maar dat het ook een  $\lambda E$ -model is bleek pas later (zie hieronder).

De eerste modellen die we van  $\lambda E$  hebben gevonden bestaan uit typestructuren die geconstrueerd zijn uit modellen van de ongetypeerde lambda-calculus. Hierbij wordt gebruik gemaakt van de tweede dekpuntstelling van de lambda-calculus.

#### *Het werk in 1991*

De tweede soort modellen voor het systeem  $\lambda E$  is gevonden in 1991. Evenals de eerste soort is ook deze gebaseerd op een dekpuntstelling, namelijk de tweede recursiestelling, die zoveel is als de tweede dekpuntstelling van de recursietheorie. De recursietheorie waar het hier om draait is hogere-orde recursietheorie met partiële elementen. Dit onderwerp is het afgelopen jaar

ontstaan met de axiomatische beschrijving van wat we bedoelen met een 'hogere-orde recursietheorie (met partiële elementen) op een typestructuur (met partiële elementen)'. Dit ligt heel dicht bij, en is gebaseerd op de axiomatische aanpak van recursietheorie waarmee Moschovakis in 1969 is begonnen. Bovendien is een klasse van deze recursietheorieën geconstrueerd, waaronder één op de typestructuur van de monotone functionalen.

Het verband met de systemen  $\lambda Y$  en  $\lambda E$  is als volgt. Neem een typestructuur met een recursietheorie erop. Voor deze recursietheorie zijn dan de zogenaamde eerste en tweede recursiestelling te bewijzen. Uit de eerste recursiestelling volgt dat de typestructuur een  $\lambda Y$ -model is, en uit de tweede recursiestelling is (met wat meer moeite) af te leiden dat de typestructuur ook een  $\lambda E$ -model is. Hiermee is dus onder andere aangetoond dat de typestructuur der monotone functionalen een model van  $\lambda E$  is.

Tenslotte draagt iedere typestructuur die een  $\lambda E$ -model is, een recursietheorie, waaruit blijkt dat  $\lambda E$  en hogere-orde recursietheorie in zekere zin equivalent zijn.

#### *Projectdeelnemers*

Projectleiders: Prof. dr. H.P. Parendrecht  
Medewerker: Drs. J.P.C.M. van Draanen  
Instelling: Katholieke Universiteit Nijmegen

## WISKUNDIGE ASPECTEN VAN BRST-COHOMOLOGIE

### *Inleiding*

De beschrijving van fysische theorieën wordt vaak mooier (symmetrischer) en doorzichtiger na invoering van extra vrijheidsgraden. Een voorbeeld is de theorie van het elektromagnetisme, waar de invoering van de vectorpotentiaal zorgt voor een compacte en relativistisch invariante beschrijving.

Om de extra vrijheidsgraden weer te elimineren worden dan 'constraints' (in bovengenoemd voorbeeld wordt dit ijkkeuze genoemd) gebruikt. Dit zijn vergelijkingen die zorgen dat het aantal effectieve vrijheidsgraden wordt verminderd.

Constraints zorgen voor veel problemen, vooral bij het quantiseren van fysische theorieën (dit is, uit de klassieke theorie een quantummechanische theorie maken). Eigenlijk is dit niet zo verwonderlijk, constraints verbreken immers de (kunstmatig?) ingevoerde symmetrie in de theorie.

BRST-theorie probeert de symmetrie en de daardoor noodzakelijke constraints op een uniforme manier te beschrijven. Hierdoor blijft de aantrekkelijke schoonheid van de fysische theorie intact, terwijl tegelijkertijd de extra ingevoerde vrijheidsgraden worden geëlimineerd. Dit gebeurt door invoering van nog meer (oneven aantal) vrijheidsgraden en een BRST-operator, waarvan de nultoestanden (de kern) de fysische toelaatbare toestanden zijn. Wiskundig gezien is er sprake van een cohomologie theorie. Het onderhavige project is opgezet om de cohomologie te onderzoeken.

### *De naam BRST*

De vier letters BRST zijn de beginletters van de ontdekkers van wat nu BRST-symmetrie wordt genoemd. Deze symmetrie werd omstreeks 1975 ontdekt door enderzijds Becchi, Rouet en Stora (BRS) en anderzijds onafhankelijk door Tyutin (T).

BRST-symmetrie werd gevonden in zogenaamde quantum-acties van (Yang-Mills-achtige) veldentheorieën en werd vrij snel populair omdat zij gebruikt kon worden om

de renormaliseerbaarheid en de unitariteit van bepaalde fysische modellen te bewijzen.

Wat betreft de naam BRST moet nog worden vermeld dat soms alleen BRS wordt gebruikt, misschien vanwege het feit dat Tyutin's werk nooit is gepubliceerd.

### *Wat is BRST-theorie?*

Om een idee te geven waar het over gaat, beginnen we met het voorbeeld van een klassiek mechanisch systeem  $S$  met de symmetrie eigenschap dat het invariant is onder rotaties. Hierbij zullen we ons concentreren op de collectie  $\mathcal{F}$  van alle functies op  $S$ , soms ook wel 'observabelen' genoemd. Dit is ook de eerste stap in de formulering van een corresponderende quantumtheorie.

De ruimte  $\mathcal{F}$  heeft veel algebraïsche structuur: men kan functies optellen, vermenigvuldigen met scalaires, terwijl ook het produkt  $f \cdot g$  van twee elementen  $f$  en  $g$  van  $\mathcal{F}$  weer tot  $\mathcal{F}$  behoort. Merk op dat dit produkt commutatief is:  $f \cdot g = g \cdot f$  voor alle  $f, g \in \mathcal{F}$ .

In  $\mathcal{F}$  onderscheiden we de deelruimte  $\mathcal{G}$  van rotatie-invariante functies  $f$ , de observabelen die niet van de draaihoek afhangen. De symmetrie van het systeem heeft tot gevolg dat de evolutie na tijd  $t$  van een  $f \in \mathcal{G}$  weer een  $f_t \in \mathcal{G}$  oplevert, we krijgen daarmee dat  $\mathcal{G}$  een dynamisch systeem  $S'$  beschrijft, dat uit  $S$  is verkregen door de 'hoekvariabelen te vergeten'. De  $f \in \mathcal{G}$  kunnen ook gekarakteriseerd worden als die functies  $f$  waarvoor de afgeleide  $\delta f$  van  $f$  in de rotatierichting gelijk is aan nul. Hierin is  $\delta: f \mapsto \delta f$  een differentiaal-operator en  $\mathcal{G}$  is daarmee gelijk aan de nulruimte van  $\delta$ , deze wordt met  $\ker \delta$  aangeduid.

Een tweede gevolg van de symmetrie is de wet van het behoud van het impulsmoment  $J$ . Na keuze van een waarde  $j$  van  $J$ , betekent dit dat we ons kunnen beperken tot die toestanden van het systeem, waarvoor  $J = j$ . Voor de observabelen betekent deze beperking ('constraint') dat  $f$  en  $g$  als gelijk beschouwd worden ( $f = g$ ) zodra  $J = j$ . Dit laatste is equivalent met de uitspraak dat  $f - g$  gelijk is aan het produkt van  $J - j$  met

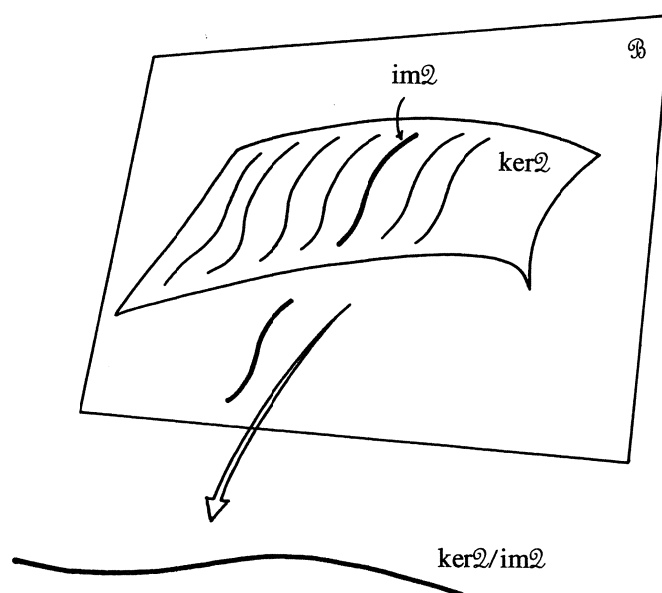
een functie  $h$ . Omdat  $J$  rotatie-invariant is, mogen we van alle functies hier aannemen dat ze tot  $I$  behoren. Noteren we  $\mu(h) = (J - j)h$ , dan zien we dat het opleggen van de constraint  $J = j$  correspondeert met het identificeren van functies, waarvan het verschil behoort tot de beeldruimte  $\text{im } \mu$  van de lineaire operator  $\mu$ . Deze equivalentie-classes van functies vormen een lineaire ruimte, die de *quotiëntruimte*  $\ker \delta / \text{im } \mu$  van  $\ker \delta$  en  $\text{im } \mu$  genoemd wordt.

In de BRST-theorie nu wordt de algebra  $\mathcal{F}$  uitgebreid tot een algebra  $\mathcal{B}$ , door voor iedere symmetrie-vrijheidsgraad een tweetal grootheden  $a$  en  $b$  toe te voegen (een 'ghost' en een 'anti-ghost'), die *anticommuteren*, dat wil zeggen ze voldoen aan  $a \cdot b = -b \cdot a$ . In de nieuwe algebra  $\mathcal{B}$  wordt een operator  $\mathcal{Q}$  geïntroduceerd, die zowel de rol van de vroegere operator  $\delta$  (differentiatie in de rotatierichting) als die van  $\mu$  (vermenigvuldiging met  $J - j$ ) vervult. Dit werkt, omdat het beeld  $\text{im } \mathcal{Q}$  van  $\mathcal{Q}$  bevat is in de nulruimte  $\ker \mathcal{Q}$  van  $\mathcal{Q}$ . In formule:  $\mathcal{Q}(\mathcal{Q}(a)) = 0$ , ofwel  $\mathcal{Q}^2 = 0$ .

Het te onderzoeken object, analoog aan de vroegere rotatie-invariante functies op het systeem  $J = j$ , is nu de quotiëntruimte  $\ker \mathcal{Q} / \text{im } \mathcal{Q}$ . Deze quotiëntruimte wordt de BRST-cohomologie genoemd. De term cohomologie komt uit de algebraïsche topologie. Een belangrijke rol speelt daar de randoperator  $d$ . Omdat 'een rand geen rand heeft', is  $d^2 = 0$ . Het quotiënt  $\ker(d) / \text{im}(d)$  heet de cohomologie van de onderhavige topologische ruimte.

Wiskundig is BRST-theorie interessant omdat ze toepasbaar is in zeer algemene situaties waarin symmetrie een rol speelt. De BRST-cohomologie zou daarbij tot nieuwe karakteristieke grootheden kunnen leiden. Het nadeel is echter dat de abstract gedefinieerde cohomologie niet altijd eenvoudig is uit te rekenen.

Dit laatste geldt ook voor BRST-quantisatie. De symmetrische beschrijving die de BRST-methode geeft is vaak gemakkelijk te quantiseren, maar de cohomologie die de Hilbert-ruimte weer moet inperken is niet altijd eenvoudig uit te rekenen.



*Uit een veel te grote ruimte  $\mathcal{B}$  (de BRST-algebra) selecteert de BRST-theorie de fysische toestanden door gebruik te maken van een zogenaamde Cohomologie-theorie.*



*Waarom BRST-theorie?*

Er zijn in elk geval twee belangrijke redenen waarom BRST theorie onderzocht dient te worden.

De eerste is dat de theorie zo algemeen is dat ook de zogenaamde open symmetrie algebra's (dat wil zeggen Poisson haakjes tussen constraints zijn niet noodzakelijk weer lineaire combinaties van constraints) beschreven kunnen worden. BRST-theorie heeft al genoeg aan het constraint oppervlak. Verandering van de constraints (waarbij het oppervlak gelijk blijft) komt overeen met een canonieke transformatie van de BRST-operator. Bij geen enkele andere reductie-theorie kan overgang naar andere constraints zo eenvoudig worden gekarakteriseerd.

De tweede reden is dat er een duidelijk meetkundige interpretatie bestaat van het gebruik van BRST-theorie bij padintegraal kwantisatie van ijktheorieën. Ten eerste geeft dit een bevredigende verklaring voor het bestaan van 'Faddeev-Popov ghosts', ingevoerd door Faddeev en Popov om quantumacties van ijktheorieën te beschrijven. Ten tweede geeft dit een meetkundige onderbouwing van padintegraal kwantisatie, ondanks dat padintegralen zelf (nog steeds) slecht gedefinieerd zijn.

Het zijn vaak meetkundige ideeën die licht werpen op fysische theorieën (gravitatie, instantonen). De hoop is dat BRST-theorie dit kan doen met betrekking tot kwantisatie van de belangrijkste fysische (deeltjes) theorieën: kwantisatie die uitstijgt boven perturbatieve benaderingen.

Daarom is het afgelopen jaar onderzoek gedaan naar meetkundige achtergronden van BRST-kwantisatie.

*Ontwikkelingen*

Sinds de ontdekking in 1975 van de BRST-symmetrie is er erg veel onderzoek naar gedaan. In eerste instantie richtte het onderzoek zich op kwantisatie van veldentheorieën met behulp van padintegralen. Een grote doorbraak was het werk van de Belgische fysicus Marc Henneaux die liet zien dat er ook BRST-symmetrie aanwezig is in een zeer algemene klasse van klassiek mechanische modellen.

Sindsdien hebben ook wiskundigen zich met BRST-theorie beziggehouden. Zij herkenden BRST-cohomologie als Lie-algebra cohomologie met waarden in de ruimte van functies op de faseruimte. Voor symmetrieën die zich niet door een Lie-groep laten beschrijven werd homologische storingstheorie gebruikt om existentie van de BRST-operator aan te tonen. BRST-theorie voor klassieke mechanica heeft zodoende een redelijk solide basis.

Een ander onderzoeksgebied waar BRST-theorie om de hoek komt kijken is het onderzoek naar Topologische Quantum Velden Theorieën (TQFT's), tegenwoordig ook wel Cohomologische Velden Theorieën genoemd. Dit zijn theorieën zonder effectieve vrijheidsgraden en zijn alleen quantummechanisch interessant. De Hilbert-ruimte is vaak eindig-dimensionaal. Zij zijn dus de meest eenvoudige quantummechanische modellen en daarom erg aantrekkelijk om te gebruiken bij het onderzoek naar BRST-theorie.

*Resultaten van het project*

Het project 'Wiskundige aspecten van BRST-cohomologie' is ruim twee jaar geleden gestart met bestudering van BRST-symmetrie in de klassieke mechanica.

In het eerste jaar is een seminarium georganiseerd met als doel het vergelijken van verschillende reductiemethoden en het uitwisselen van de kennis die in Utrecht op dit gebied aanwezig was.

Al snel bleek dat het interessanter was om over te stappen naar BRST-cohomologie van TQFT's. Dit onderzoeksgebied is meetkundiger, intrigerender en jonger dan het andere. In het onderstaande vatten wij eerst de op dit gebied bereikte resultaten samen en lichten daarna enkele aspecten nader toe.

De BRST-operator voor TQFT's is verkregen als lid van een 1-parameter familie van operatoren die het Weil-model en het Cartan-model voor equivariante cohomologie met elkaar verbinden. Verder is de BRST-operator geïdentificeerd als de som van een equivariante derivatie en de Fourier-getransformeerde ervan. Hiervoor werd Fourier-transformatie van differentiaalvormen ontwikkeld. Tenslotte is de Mathai-Quillen

representant voor de Thom klasse van een vectorbundel beschreven als Fourier-getransformeerde van een eenvoudig BRST-gesloten element.

Topologische Quantum Velden Theorie gebruikt als input een configuratieruimte  $\mathcal{Q}$  (bijvoorbeeld de affiene ruimte van connecties in een hoofdvezelbundel) en een Lie-groep  $G$  die daarop werkt (bijvoorbeeld de groep van ijktransformaties). Verder is nog nodig een  $G$ -equivariante afbeelding  $F:\mathcal{Q}\rightarrow V$ , waarbij  $V$  een vectorruimte is waar  $G$  lineair op werkt (bijvoorbeeld de ruimte van zelfduale Lie ( $G$ )-waardige 2-vormen op de hoofdvezelbundel). Dit zijn de enige ingrediënten voor een TQFT. Hieraan wordt toegekend een BRST-algebra en een BRST-operator met kwadraat nul. Dit definieert de BRST-cohomologie. Een vermoeden was dat deze cohomologie de equivariante cohomologie is van  $\mathcal{Q}/G$ . Dit is bewezen in een eindig-dimensionale context door expliciet een isomorfisme op te schrijven tussen het Weil-model en het 'BRST-model'.

Een andere output van TQFT is een (pad) integraal over  $\mathcal{Q}$ , die lokaliseert rond  $F^{-1}(0)$ . Als  $\dim(F^{-1}(0))>0$  dan worden BRST-gesloten elementen toegevoegd aan de integrand en het resultaat is een polynoom op de equivariante cohomologie van  $F^{-1}(0)/G$ . Voor Topologische Yang-Mills Theorie is dit het zogenaamde Donaldson-polynoom.

De manier waarop dit polynoom tot stand komt, is onderzocht. Hiervoor is Fourier-transformatie van differentiaalvormen op een vectorruimte ontwikkeld. Het bleek dat dit domein voor Fourier-transformatie veel natuurlijker is dan de gebruikelijke functie-ruimten. Bewezen is dat de BRST-methode om het polynoom te construeren, de Thom klasse van de vectorbundel  $\mathcal{Q}\times_G V\rightarrow\mathcal{Q}/G$  oplevert. De teruggetrokkene van deze differentiaalvorm via  $F$  levert de Poincaré duale van  $F^{-1}(0)$ . Dit meetkundige beeld van de padintegraal bestaat al ongeveer twee jaar (Atiyah), maar de constructie werd nog niet eerder onderzocht. Nu er een duidelijk wiskundig beeld is van deze constructie kan er verder worden gekeken naar interessante voorbeelden met singulariteiten in de quotiëntruimte  $\mathcal{Q}/G$ .

#### *Projectdeelnemers*

Projectleiders:	Prof. dr. J.J. Duistermaat Prof. dr. P.J. Braam
Medewerker:	Drs. J.B. Kalkman
Instelling:	Rijksuniversiteit Utrecht

## ANALYSE VAN MIDDELEEUWSE ARABISCHE ASTRONOMISCHE TABELLEN

### *Inleiding*

Het is misschien op het eerste gezicht verrassend dat op een mathematisch instituut onderzoek wordt verricht naar middeleeuwse astronomie. Maar het blijkt dat de tabellen die de (voornamelijke Arabische) astronomen uit die tijd produceerden ons nu voor uitdagende en moeilijke problemen stellen, zowel van wiskundige als van geschiedkundige aard.

Veel van die tabellen zijn berekend volgens onbekende algoritmen en op basis van parameterwaarden die niet expliciet zijn opgegeven. Het is van belang die algoritmen te reconstrueren omdat dat ons een goed en nieuw inzicht geeft in de wiskundige en astronomische kennis in de middeleeuwse Arabische periode. De gebruikte parameterwaarden wil men ook graag achterhalen omdat daaruit de plaats en periode van berekening en soms zelfs de identiteit van de opsteller van de tabel kan worden afgeleid. In de loop der tijden zijn bijvoorbeeld de gebruikte waarden voor de helling van de ecliptica (de hoek die de ecliptica met de equator maakt) veranderd, en door die waarden te achterhalen kan men de veranderingen volgen en tegelijk tabellen in deze ontwikkeling plaatsen. Ook verschaft men zich daarmee inzicht in de verspreiding van astronomische kennis. Doel van het onderzoek is numerieke en statistische methoden te ontwikkelen om onbekende parameters te schatten uit de tabellen en om betrouwbaarheidsgebieden van deze schattingen te bepalen. Ook zal een gebruikersvriendelijk software-pakket voor de analyse van astronomische tabellen worden ontwikkeld.

### *Bronnenmateriaal*

Tussen 800 en 1500 A.D. produceerden Arabische astronomen een groot aantal astronomische handboeken. Van meer dan honderd handboeken zijn een of meerdere exemplaren bewaard gebleven in handschriften verspreid over bibliotheken in de hele wereld. Deze bevatten over het algemeen

een uitgebreide verzameling tabellen met een gebruiksaanwijzing. Met behulp van zulke tabellen kan een groot aantal astronomische berekeningen op relatief eenvoudige wijze worden uitgevoerd:

- bepaling van de posities van zon, maan en planeten;
- bepaling van het tijdstip van zons- en maansverduisteringen;
- goniometrie; sinus, cosinus, tangens, cotangens;
- sferische astronomie: lengte van de dag, tijdsbepaling, gebedstijden;
- chronologie: het omrekenen van data in de diverse kalender-systemen die in de middeleeuwen in gebruik waren.

Hoewel de bewaard gebleven astronomische handboeken vrijwel allemaal zijn gebaseerd op de planeetmodellen van Ptolemaeus (circa 150 A.D.), vertonen ze wezenlijke onderlinge verschillen. De reden hiervan is dat regelmatig nieuwe tabellen werden berekend op basis van nieuw bepaalde parameterwaarden, hetzij omdat die parameterwaarden in de loop van de tijd daadwerkelijk veranderden (dit geldt bijvoorbeeld voor de helling van de ecliptica en de eccentriciteit van de planeetbanen), hetzij omdat de parameterwaarden uit nieuwe waarnemingen nauwkeuriger konden worden bepaald (dit geldt met name voor de middelbare bewegingen van de planeten).

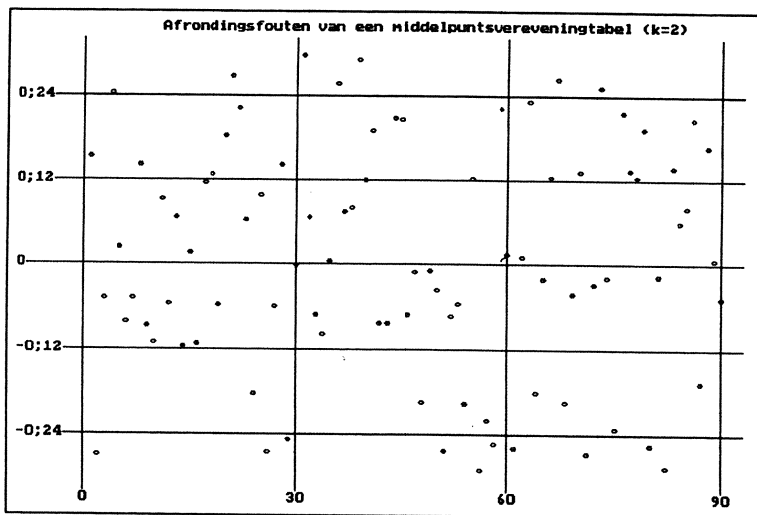
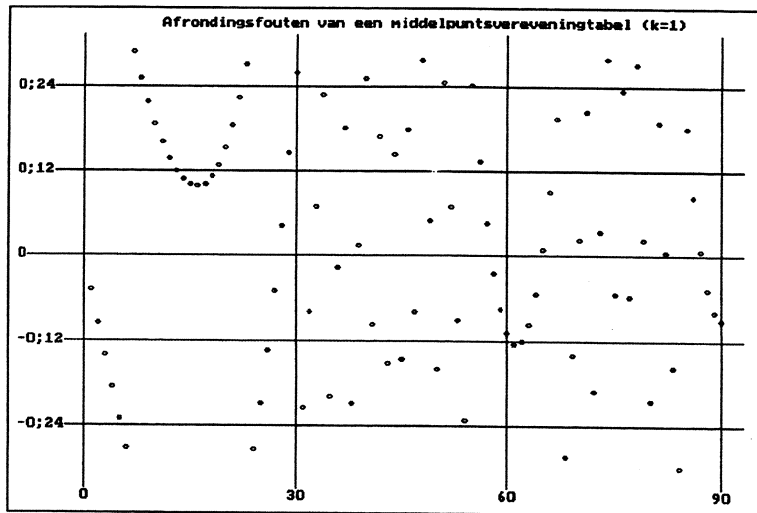
### *Het bepalen van de herkomst der tabellen*

De bewaard gebleven handschriften van middeleeuwse astronomische handboeken zijn maar zeer zelden homogeen van samenstelling; met name in handschriften van de vroegere handboeken (uit de periode van 800 tot 1000) vinden we veelal bewerkingen van de oorspronkelijke versies met talloze toevoegingen, vervangingen en verminderingen. Om de ontwikkeling en verspreiding van astronomische tabellen in de Arabische wereld te onderzoeken is het dus zeer nuttig de herkomst van de tekst en tabellen in een bepaald handschrift vast te kunnen stellen. Dat kan alleen door een combinatie van filologische, wetenschapshistorische en wiskundige methoden te gebruiken.

## جدول مطالعہ مدار البروج لعرصہ کے

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰	۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰	۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰	۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰	۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰	
۱۰۰	۱۰۱	۱۰۲	۱۰۳	۱۰۴	۱۰۵	۱۰۶	۱۰۷	۱۰۸	۱۰۹	۱۱۰	۱۱۱	۱۱۲	۱۱۳	۱۱۴	۱۱۵	۱۱۶	۱۱۷	۱۱۸	۱۱۹	۱۲۰	۱۲۱	۱۲۲	۱۲۳	۱۲۴	۱۲۵	۱۲۶	۱۲۷	۱۲۸	۱۲۹	۱۳۰	۱۳۱	۱۳۲	۱۳۳	۱۳۴	۱۳۵	۱۳۶	۱۳۷	۱۳۸	۱۳۹	۱۴۰	۱۴۱	۱۴۲	۱۴۳	۱۴۴	۱۴۵	۱۴۶	۱۴۷	۱۴۸	۱۴۹	۱۵۰	۱۵۱	۱۵۲	۱۵۳	۱۵۴	۱۵۵	۱۵۶	۱۵۷	۱۵۸	۱۵۹	۱۶۰	۱۶۱	۱۶۲	۱۶۳	۱۶۴	۱۶۵	۱۶۶	۱۶۷	۱۶۸	۱۶۹	۱۷۰	۱۷۱	۱۷۲	۱۷۳	۱۷۴	۱۷۵	۱۷۶	۱۷۷	۱۷۸	۱۷۹	۱۸۰	۱۸۱	۱۸۲	۱۸۳	۱۸۴	۱۸۵	۱۸۶	۱۸۷	۱۸۸	۱۸۹	۱۹۰	۱۹۱	۱۹۲	۱۹۳	۱۹۴	۱۹۵	۱۹۶	۱۹۷	۱۹۸	۱۹۹	۲۰۰

Bladzijde uit een astronomisch handboek geschreven door de Arabische astronoom al-Sanjufini in dienst van de Mongoolse onderkoning van Tibet. De tabel zelf is in het Arabisch, maar in de kantlijn staan aantekeningen in het Mongools en Chinees. De getabelleerde functie is de zogenaamde schuine klimming. Tijdens het onderzoek werd vastgesteld dat voor de berekening van deze tabel twee verschillende waarden voor de helling van de ecliptica werden gebruikt. (Foto afgedrukt met toestemming van de Bibliothèque Nationale te Parijs.)



#### TOEVALLIG OF NIET TOEVALLIG?

Om statistiek op tabelwaarden te mogen toepassen moeten we kunnen aannemen dat de fouten in die tabelwaarden toevallige fouten zijn. In de praktijk blijkt die aanname gerechtvaardigd: afronding van tussenresultaten in een lange berekening leidt tot kleine fouten in het eindresultaat die goed kunnen worden beschreven met een normale verdeling. Afronding van een nauwkeurig berekeningsresultaat geeft een vrijwel uniform verdeelde afrondingsfout mits het aantal significante cijfers in de afgeronde waarde niet te klein is.

Berekening van de nauwkeurigheid van de in het onderzoek gebruikte parameterschattingen wordt vereenvoudigd als de fouten in opeenvolgende tabelwaarden bovendien onafhankelijk zijn. Dit blijkt te mogen worden aangenomen als de tabelwaarden veel significante cijfers hebben of de afstand tussen opeenvolgende tabelwaarden groot is.

De plots tonen de afrondfouten van een tabel voor de middelpuntsverevening (gegeven door  $f(x) = \arcsin(0.034652778 \cdot \sin x)$ ) met één respectievelijk twee (sexagesimale) cijfers achter de komma. In het eerste geval is in het begin van de tabel duidelijk de afhankelijkheid van de fouten in opeenvolgende tabelwaarden te zien. In het tweede geval is de aanname dat de fouten uniform verdeeld en onafhankelijk zijn, gerechtvaardigd.

Het onderzoek richt zich vooral op de wiskundige methoden, maar de bereikte conclusies worden uiteraard gecombineerd met en getoetst aan wat filologisch (bijvoorbeeld door vergelijking van twee kopieën van een handschrift, tabel of tekst) en wetenschapshistorisch (bijvoorbeeld door vergelijking met de algoritmen en parameterwaarden die in andere teksten zijn beschreven of gebruikt) kan worden vastgesteld.

#### *De wiskundige methode*

Bij de wiskundige methode worden de tabelwaarden van een bepaalde tabel als uitgangspunt genomen en probeert men op basis van deze numerieke gegevens de berekeningswijze en gebruikte parameterwaarden te bepalen. In de praktijk blijkt de wiskundige methode met name erg nuttig te zijn omdat de gegevens in de verklarende tekst van de handboeken meestal onvoldoende informatie bevatten om de berekeningswijze en daarmee eventueel de herkomst van de tabellen vast te stellen. Arabische astronomen blijken hun berekeningen in veel gevallen niet zo uitgevoerd te hebben als wij zouden verwachten en vaak hebben ze ook niet de voor de hand liggende parameterwaarden gebruikt, ook als ze die expliciet vermelden. Het kan zelfs voorkomen dat in een tabel twee verschillende waarden van een en dezelfde parameter zijn gebruikt!

#### *Aansluiting bij eerder onderzoek*

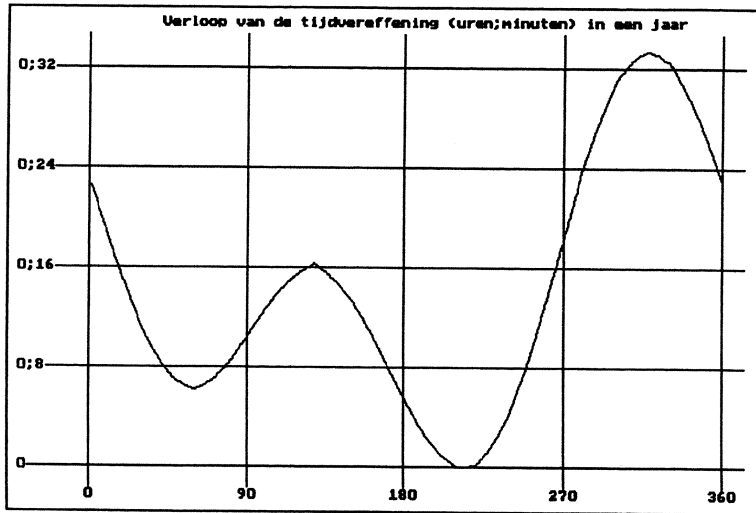
Er is op dit gebied nog zeer weinig systematisch onderzoek gepleegd. Weliswaar paste Gauss aan het eind van de 18e eeuw zijn kleinste-kwadratenmethode toe op de tijdvereffeningstabel van Ulugh Beg (15e eeuw), maar zijn doel was slechts het testen van zijn methode. De eerste toepassingen van computers bij de analyse van tabellen stammen uit de jaren zestig: Kennedy en zijn studenten rekenden aan de Amerikaanse Universiteit te Beiroet tal van tabellen uit Arabische astronomische handboeken na en bepaalden de gebruikte parameterwaarden door middel van trial-and-error. North (Groningen) heeft in diverse van zijn werken nuttige methodes voor het schatten van parameters aangegeven. Mercier

(Southampton) heeft de kleinste-kwadraten-schatting in recent werk gebruikt voor de datering van tabellen voor de middelbare bewegingen van planeten. In geen van de genoemde toepassingen is een systematisch gebruik gemaakt van de mogelijkheden van de (personal) computer of van statistische schatters. Met name zijn zeer weinig resultaten verkregen over tabellen met meer dan één onbekende parameter (waaronder de tijdvereffening; zie de box over de tijdvereffeningstabel van Ptolemaeus). De nu reeds bereikte resultaten van het onderhavige project tonen aan dat het met geavanceerde wiskunde en computerfaciliteiten mogelijk is in korte tijd tot essentieel betere en diepere conclusies te komen, ook waar het tabellen met meerdere onbekende parameters betreft.

#### *Doelstelling van het onderzoek*

De doelstelling van het project sluit direct aan bij bovenstaande overwegingen:

- a) Uitwerking van een gewogen schatting voor een enkele onbekende parameter. Deze schatting ligt het dichtst bij het simpelweg terugrekenen van een parameterwaarde uit een tabelwaarde en is daarom vooral van didactisch belang. Betrouwbaarheidsgebieden voor de te schatten parameterwaarden worden berekend.
- b) Toepassing van de methode van kleinste kwadraten op tabellen met meerdere onbekende parameters; bepaling van een betrouwbaarheidsgebied voor de parameterwaarden.
- c) Toepassing van de onder a) en b) vermelde methodes op diverse soorten tabellen in allerlei astronomische handboeken. Case studies over de tijdvereffening, waarvan zowel de gebruikte berekeningswijze als de waarden van de vier onbekende parameters moeilijk te bepalen zijn, en over één specifiek astronomisch handboek.
- d) Ontwikkeling van gebruikersvriendelijke software waarmee astronomische tabellen uit de Ptolemaeische traditie kunnen worden ingelezen, opgeslagen, afgedrukt en geanalyseerd. Deze software zal een belangrijke rol kunnen spelen in de



### TIJDVEREFFENING BIJ PTOLEMAEUS

De tijdvereffening is grofweg het verschil tussen de tijd die is af te lezen van een zonnwijzer en de tijd aangegeven door een kwartshorloge. De tijdvereffening wordt berekend als het verschil van de zogenoemde rechte klimming van de zon en de middelbare positie van de zon en hangt daarom zowel af van de helling van de ecliptica als van de parameters van het Ptolemaeische zonnemodel. Omdat zij bovendien op verschillende manieren kan worden getabelleerd, is reconstructie van een tijdvereffeningstabel zonder geavanceerde wiskundige methoden meestal onmogelijk. Ptolemaeus beschreef de tijdvereffening in zijn belangrijkste astronomische werk 'Almagest' (circa 150 A.D.) en gaf in de latere 'Handige Tabellen' ook een tabel. Deze tabel blijkt anders te zijn berekend dan men zou verwachten. Het kon worden vastgesteld dat Ptolemaeus exacte waarden voor de middelpuntsvereffening gebruikte die nergens anders in zijn werken zijn terug te vinden. In plaats van exacte rechte-klimmingwaarden te berekenen interpoleerde hij tussen de schaarse waarden die hij in de Almagest al had berekend. Bovendien rondde hij de waarde van het apogeum van de zon, die hij in al zijn werken als  $65\frac{1}{2}^\circ$  aangeeft, voor de berekening van de tijdvereffening af op  $66^\circ$ . Deze en andere op dezelfde manier verkregen resultaten werpen een nieuw licht op Ptolemaeus' methode van werken.

classificatie van middeleeuwse astronomische handboeken zoals die door Kennedy en King (Frankfurt am Main) is geïntialiseerd.

- e) Incidenteel onderzoek naar de voor de berekening van middeleeuwse tabellen gebruikte algoritmen, met inbegrip van de afrondings- en interpolatiemethoden. Overigens kunnen de ontwikkelde methoden en computerprogramma's ook worden gebruikt voor Griekse, Latijnse en Hebreeuwse middeleeuwse astronomische tabellen.

### Resultaten

- Het onderzoek naar de zogenaamde gewogen schatting is zo goed als afgerond. De resultaten zijn gepubliceerd in Benno van Dalen, 'A Statistical Method for Recovering Unknown Parameters from Medieval Astronomical Tables', *Centaurus* 32 (1989): 85-145.
- Een groot deel van het onderzoek naar de toepassing van de kleinste-kwadratenmethode voor het schatten van meerdere onbekende parameterwaarden in een tabel is gereed. Van meerdere belangrijke tabellen voor

- de tijdvereffening zijn de berekeningswijze en de onderliggende parameterwaarden bepaald.
- c) Afgezien van talloze losse voorbeelden is een begin gemaakt met de analyse van de zogenoemde Baghdadi Zij (eind 13de eeuw). Dit astronomische handboek bevat veel materiaal van vroegere Arabische astronomen en kan daarom interessante informatie geven over de overlevering van astronomische kennis en tabellen.
  - d) Het te ontwikkelen software-pakket bestaat ondertussen uit vier programma's: Table-Analysis voor het inlezen, opslaan en analyseren van astronomische tabellen uit de Ptolemaïsche traditie; MeanMotion voor dezelfde operaties op tabellen voor de middelbare beweging van planeten, die om een enigszins verschillende aanpak vragen; SexagesimalCalculator voor het uitvoeren van berekeningen op getallen in het 60-tallig stelsel; CALendar voor het omrekenen van data in de verschillende kalenders die onder middeleeuwse astronomen in gebruik waren.
  - e) Onderzoek naar de gebruikte berekeningswijzen en methodes voor afronding en interpolatie is ad hoc gedaan en is verwerkt in de overige resultaten.

#### *Projectdeelnemers*

Projectleiders: Prof. dr. H.J.M. Bos  
Dr. J.P. Hogendijk  
Medewerker: Drs. B. van Dalen  
Instelling: Rijksuniversiteit Utrecht



## Karakterisering van de lopende projecten

### WERKGEMEENSCHAP NUMERIEKE WISKUNDE

*Iteratieve methoden voor lineaire en niet-lineaire partiële differentiaalvergelijkingen* (prof. dr. A.O.H. Axelsson, KU Nijmegen)  
 Iteratieve methoden voor partiële differentiaalvergelijkingen, zoals zelf-geadjungeerde, niet-zelf-geadjungeerde, gemengde variabele en niet-lineaire worden onderzocht. Deze problemen komen bijvoorbeeld voor in mengbare verplaatsingsproblemen. Bestudeerd worden verschillende gepreconditioneerde gegeneraliseerde geconjugeerde gradiëntenmethoden aangepast aan bovenstaande typen problemen. Als preconditioneringstechnieken zullen domeindecompositie, algebraïsch gebaseerde multiroostermethoden en incomplete factorisatiemethoden worden onderzocht. Voor niet-lineaire problemen zullen Newton-type-methoden en vaste-punt-methoden bestudeerd worden.

*Foutenanalyse van numerieke methoden voor het oplossen van beginwaardeproblemen* (prof. dr. M.N. Spijker, RU Leiden)  
 Het project betreft de numerieke oplossing van beginwaardeproblemen voor gewone en partiële differentiaalvergelijkingen. Benaderingsmethoden voor het oplossen van deze problemen worden theoretisch onderzocht. Het gaat hierbij vooral om het verkrijgen van rigoreuze a-priori foutschattingen, geldig voor problemen die realistischer zijn dan de klassieke testproblemen.

*Numerieke en fundamentele aspecten van polynomiale splines in twee variabelen* (prof. dr. C.R. Traas en dr. R.M.J. van Damme, Universiteit Twente)  
 Probleem is het interpoleren in en het approximeren van data in een gebied  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  met gebruikmaking van approximerende functies met continue afgeleiden van ten hoogste

tweede orde en met behoud van bepaalde eigenschappen die kenmerkend zijn voor de data (monotonie, convexiteit). Het gebied  $\Omega$  kan hierbij willekeurig gevormd zijn en de data kunnen verstrooid zijn of in een regelmatig patroon liggen. Doelstelling is hiervoor een aantal geschikte formuleringen in termen van polynomiale splines in twee variabelen te vinden.

*Iteratieve methoden voor de beeldreconstructie* (prof. dr. ir. M.A. Viergever en prof. dr. H.A. van der Vorst, RU Utrecht)

Het reconstrueren van een twee-dimensionaal beeld vanuit zijn projecties (lijnintegralen) wordt in discrete vorm beschreven door een stelsel algebraïsche vergelijkingen. Dit stelsel is gewoonlijk ijl, strijdig en slecht geconditioneerd. Iteratieve oplostechnieken voor dit soort stelsels zijn vaak efficiënter dan directe technieken, maar toch veelal te traag voor praktische beeldreconstructie met kleinschalige computerapparatuur. Doel van het project is het ontwikkelen van efficiënte iteratieve, beeldreconstructiemethoden. Hiertoe zal onder andere gebruik gemaakt worden van multilevel technieken, hogere orde discretisatie, preconditionering en regularisatie.

*Reken- en communicatiecomplexiteit voor preconditioneringsmethoden* (prof. dr. A.O.H. Axelsson, KU Nijmegen)

Voor elliptische problemen zijn recentelijk nieuwe preconditioneringsmethoden ontwikkeld van optimale rekencomplexiteit. Maar, zelfs als de hoeveelheid rekenwerk per roosterpunt in essentie vast ligt, onafhankelijk van de fijnheid van het rooster, kan de echte hoeveelheid rekenwerk groot zijn en andere, niet optimale methoden kunnen efficiënter zijn voor de probleemafmetingen die men in de praktijk tegenkomt. Het doel is het vinden van de echte rekencomplexiteit van

verschillende iteratieve oplosmethoden door bepaling van nauwkeurige eigenwaardebenaderingen voor de gepreconditioneerde geconjungeerde gradiëntenmethoden gebruikmakend van verschillende types van preconditioneringen en meerdere (gegeneraliseerde) geconjungeerde gradiëntenmethoden. Dit zal ook gedaan worden voor bepaalde niet-symmetrische en indefiniëte matrixproblemen. Het doel is ook dezelfde soort problemen te behandelen wat betreft reken- en communicatiecomplexiteit voor enkele typische parallelle computerarchitecturen.

#### WERKGEMEENSCHAP STOCHASTIEK

*Statistiek voor grote parameterruimten* (prof. dr. F.H. Ruymgaart (KU Nijmegen), prof. dr. R.D. Gill (RU Utrecht), prof. dr. P. Groenboom (TU Delft), prof. dr. W.R. van Zwet (RU Leiden))

Studie van statistische problemen waarbij de klasse van mogelijke kansverdelingen niet door een eindig-dimensionale parameter kan worden geparаметriseerd.

*Zelfgelijkvormigheid en zelfontbindbaarheid* (prof. dr. W. Vervaat, KU Nijmegen)

- I. Zelfgelijkvormige processen: eigenschappen van marginale verdelingen; functionele loglog-wetten.
- II. Zelfontbindbaarheid. Hille-Yosida-achtige analyse van karakteristieke functies van kansverdelingen over halfgroepen.
- III. Grote afwijkingen, loglog-wetten en capaciteiten in de context van halfgroepen.

*Statistiek voor grote parameterruimten. Deelproject: analyse van rekenintensieve statistische methoden* (prof. dr. W.R. van Zwet, RU Leiden)

Rekenintensieve statistische methoden als de bootstrap zullen worden bestudeerd en vergeleken met methoden die rekentechnisch eenvoudiger zijn, zoals de empirische Edgeworth-ontwikkeling. Het asymptotisch gedrag van deze procedures alsook hun gedrag voor eindige steekproefomvang zal worden beschouwd. Behalve in enkele speciale gevallen kan dit gedrag voor eindige steekproeven niet analytisch worden

behandeld en zullen simulatiestudies worden uitgevoerd.

#### WERKGEMEENSCHAP MATHEMATISCHE BESLIJKUNDE EN SYSTEEMTHEORIE

*Systeemidentificatie met overlappende parametrisaties* (dr. B. Hanzon, VU Amsterdam en prof. dr. M. Hazewinkel, CWI)  
Bij identificatie van multivariabele lineaire dynamische systemen heeft men te maken met het feit dat de verzamelingen van dergelijke systemen in het algemeen een complexe structuur hebben. Deze structuur kan goed worden begrepen in termen van differentiaalmeetkunde. Hanzon heeft op grond van differentiaalmeetkundige beschouwingen de theoretische grondslag gelegd voor een klasse van identificatie-algoritmen. Het hoofddoel van het voorgestelde onderzoek is dit soort algoritmen te gaan uitwerken, uittesten en toepassen.

*Dissipatieve oneindig-dimensionale systemen* (prof. dr. R.F. Curtain, RU Groningen)  
Dissipativiteit voor oneindig-dimensionale systemen wordt onderzocht; in het bijzonder Lur'e vergelijkingen, het Kalman-Yacubovich lemma en het begrip positief reëel en een bewijs voor asymptotische stabiliteit gebaseerd op een frequentiedomein-aanpak. De resultaten zijn belangrijk voor flexibele systemen die hun toepassingen vinden bij grootschalig flexibele ruimtestructuren en robotarmen.

*Algebraïsche methoden voor systemen met vertragen* (prof. dr. ir. M.L.J. Hautus, TU Eindhoven)

- Onderzoek van de toepasbaarheid van de in de literatuur ontwikkelde algebraïsche methoden voor de behandeling van lineaire tijdsinvariante systemen met vertragen.
- Eventuele uitbreiding van de theorie als dit voor de toepassingen nuttig lijkt.
- Toetsing van efficiëntie, numerieke eigenschappen en robuustheid van de onderzochte methoden.

*Basisconcepten in de theorie van stochastische dynamische systemen* (prof. dr. ir. J.C. Willems, RU Groningen)

De opzet van dit onderzoek is het ontwikkelen van een mathematisch kader voor het modelleren van stochastische dynamische systemen. Een essentiële rol in dit onderzoek wordt het gedrag van een systeem en de interactie met de gedragsvergelijkingen. Speciale aandacht zal worden besteed aan het lineaire tijdinvariant Gaussische geval en aan een fundamentele studie van ARMAX-systemen.

*Het machtreeksalgoritme voor de analyse van wachtrijproblemen* (dr. J.P.C. Blanc, KU Brabant)

Theoretische rechtvaardiging van het machtreeksalgoritme, verbetering van dit algoritme en uitbreiding van de toepasbaarheid ervan. Numerieke analyse van diverse wachtrijmodellen met behulp van dit algoritme.

*Markov-beslissingsketens en netwerken van wachtrijen* (prof. dr. A. Hordijk, RU Leiden)  
De existentie en structuur van optimale strategieën in (gedeeltelijk observeerbare) Markov-beslissingsketens en netwerken van wachtrijen. Stochastische ongelijkheden voor wachtrijnetwerken en grenzen en benaderingen voor Markov-beslissingsketens.

*Inwendige punt methoden voor lineair, geheel-talig lineair en niet-lineair programmeren* (dr. ir. C. Roos, TU Delft)

Voortzetting van het onderzoek aan recent ontwikkelde inwendige punt methoden voor lineair programmeren en uitbreidingen naar niet-lineaire optimalisering. Met name de mogelijkheid om deze methoden toe te passen op geheel-talige optimaliseringsproblemen zal worden onderzocht. Implementaties van de methoden zullen worden getest op hun praktische effectiviteit.

*Machinevolgordeproblemen en samenwerking* (prof. dr. S.H. Tijs, KU Brabant en dr. J.A.M. Potters, KU Nijmegen)

Het project beoogt kostentoewijzingsmechanismen te ontwerpen voor machinevolgordeproblemen. Deze mechanismen dienen onder alle omstandigheden een eerlijke verdeling van kosten te bewerkstelligen die zo mogelijk eenvoudig te berekenen is. Het is de opzet de eigenschappen van dergelijke regels

te bestuderen en axiomatisch te karakteriseren. De wijze van benadering zal ontleend zijn aan de coöperatieve speltheorie, een theorie die al vaker met succes is toegepast bij kostentoewijzingsproblemen.

#### WERKGEMEENSCHAP DISCRETE WISKUNDE

*Codes en algebraïsche krommen* (prof. dr. J.H. van Lint, TU Eindhoven)

Er wordt veel aandacht geschonken aan constructie en analyse van codes geconstrueerd met behulp van algebraïsche krommen. Het gaat er om codes te beoordelen die gemaakt worden op de manier van de recente Goppacodes, maar met veel eenvoudiger krommen. Doel is onder andere om een idee te krijgen welke (klassen van) krommen tot goede codes leiden. Uit recent onderzoek blijkt dat codes op krommen een goed hulpmiddel zijn om uitspraken te doen over overdekkingsstraalproblemen. Dit aspect zal in de komende jaren extra aandacht krijgen.

*Verbetering van decodeertechnieken van algebraïsche codes* (prof. dr. ir. H.C.A. van Tilborg en prof. dr. J.H. van Lint, TU Eindhoven)

- Het vinden van efficiënte decodeeralgoritmen voor codes die nog geen efficiënte decodeeralgoritmen kennen of waarvan de bestaande decodeeralgoritmen minder fouten kunnen verbeteren dan de error-correcting capaciteit van de code mogelijk maakt of waarvan de bestaande decodeeralgoritmen niet efficiënt genoeg zijn.
- Het vinden van soft decision decoding algoritmen voor sporadische of klassen van algebraïsche codes.

*Overdekkingsproblemen* (prof. dr. J.H. van Lint en prof. dr. ir. H.C.A. van Tilborg, TU Eindhoven)

Het onderzoek naar de overdekkingsstraal van codes, grenzen voor deze straal, constructiemethoden voor goede overdekkingscodes staat (na 25 jaar) nog steeds in de kinderschoenen. Recent onderzoek heeft nieuwe impulsen gegeven. Doel is om van de (enorme) lijst van 'open problems' een aantal op te lossen.

*Algebraïsch-meetskundige codes* (dr. G.R. Pellikaan, TU Eindhoven)

Het onderzoek richt zich op:

1. Het decoderen van algebraïsch-meetskundige codes.
2. Het bepalen van grenzen van de minimum-afstand en dimensie van algebraïsch-meetskundige codes.
3. Het vinden van MDS codes op krommen.

Berekeningen in de Jacobiaan van de kromme spelen een centrale rol in alle drie de onderdelen.

*Codes in klassieke afstandsreguliere grafen*

(prof. dr. A.E. Brouwer, TU Eindhoven)

Onderzoek van codes en designs in associatieschema's en aanverwante structuren, speciaal in het eindige geval.

*Ternaire codes en hun designs* (prof. dr. J.H. van Lint, TU Eindhoven)

Onderzoek naar de minimum-afstand van ternaire codes, in het bijzonder optimale codes en de constructie van nieuwe  $t$ -designs.

*Computeralgebra in de coderingstheorie* (prof. dr. A.E. Brouwer, TU Eindhoven en prof. dr. A.M. Cohen, RU Utrecht)

Het ontwerpen en implementeren van een computeralgebrapakket met kennis van/voor gebruik in de coderingstheorie en aanverwante gebieden (eindige meetkunden, block designs, e.d.). Het pakket zal semi-autonoom zijn en draaien bovenop bestaande computeralgebrasystemen, zoals het algemene MAPLE of het groepentheoretische systeem CAYLEY.

#### WERKGEMEENSCHAP ANALYSE

*Niet-lineaire elliptische vergelijkingen en Emden-Fowler theorie* (prof. dr. ir. L.A. Peletier, RU Leiden)

Vragen omtrent existentie en eenduidigheid zullen worden bestudeerd voor semi- en quasi-lineaire elliptische vergelijkingen in begrensde gebieden en in  $\mathbb{R}^N$  ( $N \geq 2$ ), in het bijzonder in relatie tot de (kritieke) groei van de bronterm  $f(u)$  als  $u \rightarrow \infty$ .

*Complexe instabiliteit* (prof. dr. F. Verhulst, RU Utrecht)

Het karakteriseren van de structuur van de faseruimte in een omgeving van periodieke oplossingen die complex instabiel zijn.

*Symmetrieën van partiële differentiaalvergelijkingen en supersymmetrische systemen* (dr. P.H.M. Kersten en prof. dr. ir. R. Martini, Universiteit Twente)

Het doel van het project is enerzijds inzicht te verwerven in de Lie-algebraïsche achtergronden van partiële differentiaalvergelijkingen die een fundamentele rol spelen in de Mathematische Fysica en anderzijds de gegradieerd Lie-algebraïsche structuur van supersymmetrische systemen te onderzoeken.

*Som van accretieve operatoren* (prof. dr. Ph. Clément en dr. B. de Pagter, TU Delft)

Bestudering van existentie en regulariteit van oplossingen van vergelijkingen van de vorm  $Au + Bu = f$  in zekere functieruimten waarbij  $A$  en  $B$  (niet noodzakelijk lineaire) accretieve operatoren van speciaal type zijn en toepassingen hiervan in de theorie van integro-differentiaalvergelijkingen.

*Lie-groepen. Deelproject: oplosbaarheid van invariante differentiaaloperatoren* (prof. dr. E.G.F. Thomas, RU Groningen en prof. dr. J.J. Duistermaat, RU Utrecht)

Probleem van de existentie van fundamentele oplossingen, de oplosbaarheid en lokale oplosbaarheid voor invariante differentiaaloperatoren op homogene ruimtes, meer speciaal op symmetrische ruimtes geassocieerd met een gegeneraliseerd Gelfand-paar.

*Tijdperiodieke oplossingen van hyperbolische differentiaalvergelijkingen* (dr. ir. A.H.P. van der Burgh en prof. dr. ir. J.W. Reijn, TU Delft)

Stelsels aangedreven zwak niet-lineaire hyperbolische differentiaalvergelijkingen worden onderzocht op het bestaan van tijdperiodieke oplossingen. Methoden worden ontwikkeld om deze tijdperiodieke oplossingen en hun perioden bij benadering te berekenen. De kwalitatieve theorie voor gewone differentiaalvergelijkingen wordt voor een aantal interessante verschijnselen gerelateerd aan de beschouwde klasse van gestoorde hyperbolische vergelijkingen.

*Integro-differentiaalvergelijkingen van convolutietype en singuliere systemen* (prof. dr. M.A. Kaashoek en prof. dr. I. Gohberg, VU Amsterdam)

Dit project betreft integro-differentiaalvergelijkingen van convolutietype met symbolen uit een klasse van rationale of analytische matrixwaardige functies. Het doel is expliciete oplossingen te construeren en de oplossingen te analyseren door gebruik te maken van een samenhang met singuliere input/output systemen. Deze benadering lijkt zeer natuurlijk en is van toepassing zowel op zogenaamde normale alsook op verschillende typen van niet-normale vergelijkingen.

*Lie-groepen. Deelproject: vectorwaardige Poisson-transformaties op symmetrische ruimten* (dr. E.P. van den Ban en prof. dr. J.J. Duistermaat, RU Utrecht)

Zij  $G/K$  een (pseudo-)Riemannse symmetrische ruimte. Het is bekend dat (scalaarwaardige) gemeenschappelijke eigenfuncties van de algebra der  $G$ -invariante differentiaaloperatoren op  $X$  gerealiseerd kunnen worden als Poisson getransformeerden van functies op een randcomponent van  $X$ . Een interessant probleem is in hoeverre dit mogelijk is voor secties van geometrisch natuurlijke  $G$ -homogene vectorbundels op  $X$  die oplossingen zijn van soortgelijke stelsels differentiaalvergelijkingen. Doel is voor dergelijke bundels expliciet Poisson-transformaties te bepalen en hun eigenschappen te begrijpen.

*Lie-groepen. Deelproject: analyse op wortel-systemen* (prof. dr. G. van Dijk, RU Leiden en prof. dr. T.H. Koornwinder, CWI)

In de eerste plaats de unificatie van de verschillende hypergeometrische functies in meer variabelen met de functies en polynomen geassocieerd met wortelssystemen als centrale klasse. In de tweede plaats het ontwikkelen van een formularium en algoritmenverzameling van deze functies.

*De analyse van partiële differentiaalvergelijkingen uit de theorie der supergeleiding* (dr. B.H. Gilding en prof. dr. ir. P.J. Zandbergen, Universiteit Twente)

Supergeleiding wordt gemodelleerd door een aantal (stelsels van) partiële

differentiaalvergelijkingen. Tot nu toe is er echter weinig theorie voor deze vergelijkingen ontwikkeld. Dit onderzoek bestudeert existentie en eenduidigheid voor geschikte randvoorwaardeproblemen en het karakteriseren van vrije randen in de oplossingen en verwante kwalitatieve eigenschappen van de oplossingen.

*Berekenen en visualiseren van invariante variëteiten in dynamische systemen* (dr. G. Vegter, prof. dr. H.W. Broer, prof. dr. F. Takens, RU Groningen)

Doel is te komen tot een toolkit voor systematische berekening en visualisering van invariante variëteiten in lage dimensie ( $\leq 4$ ). Te denken valt aan (on-)stabiele variëteiten van evenwichten en periodieke banen, aan invariante tori en ook aan optredende hetero- en homocliene verschijnselen. De numerieke algoritmen zijn geënt op (contractie-)methoden uit existentie-bewijzen. De toolkit dient een gebruikersvriendelijk hulpmiddel te zijn bij onderzoek op het gebied van dynamische systemen, zowel in experimenten als bij het leveren van bewijzen.

*Colombeau-algebra's van gegeneraliseerde functies met toepassing op niet-lineaire problemen* (dr. J.W. de Roever en dr. G.F. Helminck, Universiteit Twente)

Het doel van het project is om de theorie van gegeneraliseerde functies, zoals gegeven door Colombeau, verder uit te werken en te vereenvoudigen, zodat hij geschikt is voor toepassingen op vermenigvuldiging van distributies in de theoretische natuurkunde en in niet-lineaire vergelijkingen uit de klassieke mathematische fysica.

*Plotselinge verandering in systemen met adiabatische variabelen* (prof. dr. ir. J. Grasman, LU Wageningen, prof. dr. ir. W. Eckhaus en prof. dr. F. Verhulst, RU Utrecht)

Door een langzame verandering van parameters kan een niet-lineair systeem plotseling van de ene limietoplossing naar de andere springen. Als de verandering een functie van de toestandsvariabelen is, dan is het moment van plotselinge verandering moeilijk te voorspellen. Toepassingen worden gevonden in de mechanica, klimatologie en de biologie. Het doel van dit onderzoek is een

kwantitatieve wiskundige theorie voor deze klasse van problemen te ontwikkelen.

*Validiteit van modulatievergelijkingen van het Ginzburg-Landau type* (prof. dr. ir. W. Eckhaus, prof. dr. A. van Harten en dr. A. Doelman, RU Utrecht)

Onderzoek van de validiteit van de Ginzburg-Landau vergelijking en de stabiliteit van de Ginzburg-Landau variëteit in een algemene opzet, die de klassieke hydrodynamische problemen (Rayleigh-Bénard convec-tie, Poiseuille-stroming etc.) omvat.

#### LANDELIJK SAMENWERKINGVERBAND ALGEBRA EN MEETKUNDE

*Aritmetische algebraïsche meetkunde* (prof. dr. J.H.M. Steenbrink, KU Nijmegen, prof. dr. F. Oort, RU Utrecht en prof. dr. G.B.M. van der Geer, UvA)

Onderzoek uitvoeren en stimuleren op het gebied der aritmetische algebraïsche meetkunde.

*Absolute retracten en de compacte uitbreidings-eigenschap* (prof. dr. J. van Mill, VU Amsterdam)

Het voorgestelde onderzoek beoogt het verschil tussen absolute retracten en ruimten met de compacte uitbreidings-eigenschap te door-gronden. De resultaten zullen licht moeten werpen op de vraag of iedere topologische vectorruimte een absolute retract is.

*Karakteristieke veeltermen voor differentiaal-operatoren* (prof. dr. A.H.M. Levelt, KU Nijmegen)

Onderzoek van karakteristieke veeltermen gedefinieerd in singuliere punten van gewone differentiaalvergelijkingen. Verband met  $\lambda$ -ringen en Dieudonné-determinanten. Ontwikkeling van computeralgebra-programma's ter berekening van karakteris-tieke veeltermen.

*Diophantische approximaties van matrices* (prof. dr. R. Tijdeman, RU Leiden)

De studie van de benaderingen van matrices met reëel- of complexwaardige coëfficiënten door matrices met rationale of algebraïsche coëfficiënten.

*Homocliene bifurcaties met periodieke*

*attractoren* (prof. dr. F. Takens, RU Groningen)

Onderzoek naar een zekere klasse van homocliene bifurcaties waarbij een cascade van bifurcaties van (verschillende) periodieke attractoren optreedt.

*Bernoulli-polynomen, Dirichlet-karakters en diophantische vergelijkingen* (prof. dr. R. Tijdeman, RU Leiden)

Het verkrijgen van nieuwe resultaten over diophantische vergelijkingen door het combineren van kennis op het gebied van diophantische approximaties, analytische en algebraïsche getaltheorie.

*Cykels op algebraïsche variëteiten* (prof. dr. F. Oort, RU Utrecht en prof. dr. J.H.M. Steenbrink, KU Nijmegen)

Deformaties van een variëteit met behoud van een cykel. Deformaties van families.

#### LANDELIJK SAMENWERKINGSVERBAND LOGICA EN GRONDSLAGEN VAN DE WISKUNDE

*Het vooruitbeslissingsaxioma en andere nieuwe axioma's voor de verzamelingsleer* (dr. W.H.M. Veldman, prof. dr. H.P. Barendregt en prof. dr. A.C.M. van Rooij, KU Nijmegen)

Het vooruitbeslissingsaxioma dateert uit 1962. Het is in strijd met het keuze-axioma, want het heeft bijvoorbeeld tot gevolg dat alle deelverzamelingen van  $\mathbb{R}$  Lebesgue-meetbaar zijn. Het speelt een belangrijke rol in de oneindige combinatoriek en in de moderne beschrijvende verzamelingsleer. Het axioma van Martin stamt uit 1970. Het is ontstaan uit een poging bepaalde onafhankelijkheidsbewijzen, die voortbouwen op methoden van P.J. Cohen, helder te presenteren. Deze axioma's roepen tal van vragen op. Het onderzoek heeft tot doel enkele van deze vragen te beantwoorden.

*Interpreeteerbaarheid en begrensde rekenkunde* (dr. D.H.J. de Jongh, UvA en dr. A. Visser, RU Utrecht)

Onderzoek van het begrip interpreeteerbaarheid in rekenkundige en verzamelings-theoretische systemen, met speciale aandacht voor systemen van begrensde rekenkunde. Tevens onderzoek van de metamathematische en complexiteitstheoretische aspecten van die

begrensde systemen van rekenkunde.

*Getypeerde lambda-calculi, logica en recursietheorie* (prof. dr. H.P. Barendregt, KU Nijmegen)

Het project wil voor verschillende getypeerde lambda-calculi een aantal syntactische vragen oplossen. Het belangrijkste probleem is om de bewijstheoretische en recursietheoretische sterkte van de verschillende calculi te bepalen in termen van meer bekende logische systemen.

SAMENWERKINGSVERBAND FOM/SMC  
MATHEMATISCHE FYSICA

*Impulsprocessen met singuliere driftfuncties* (prof. dr. A. Bagchi, Universiteit Twente)

Een van de onderzoeksdoelen is het tot stand brengen van een bewijs waarin wordt aangetoond dat een stochastische differentiaalvergelijking waarin een niet-lineaire singuliere 'driftfunctie' optreedt, die echter wel aan een  $L_1$ -conditie voldoet, een oplossing bezit. Deze probleemstelling is relevant in verband met de beschrijving van impulsprocessen in de stochastische mechanica. De globale doelstelling is het komen tot een formulering van de stochastische mechanica waarin zowel in de coördinaat- als in de impulsrepresentatie de corresponderende stochastische processen met behulp van een Itô-stochastische differentiaalvergelijking kunnen worden beschreven.

*Wiskundige aspecten van BRST-cohomologie* (prof. dr. J.J. Duistermaat, RU Utrecht)

Theoretisch natuurkundigen hebben in ijktheorieën een operator geïntroduceerd die analogie vertoont met de uitwendige differentiatie van de differentiaalmeetkunde. Alleen is ze gedefinieerd op functies, respectievelijk vormen, op oneindig-dimensionale ruimten van connecties waarop een oneindig-dimensionale ijkgroep werkt, met eindig-dimensionaal quotiënt. Het is de bedoeling om differentiaal-meetkundige, differentiaal-topologische en functionaal-analytische aspecten van de in dit verband door de natuurkundigen geïntroduceerde constructies te onderzoeken.

*Mathematische fundering van de thermodyna-*

*mica* (prof. dr. M. Winnink, dr. A.C.C. van Enter, RU Groningen)

Voorgesteld wordt enkele aspecten te onderzoeken van het inverse probleem uit de statistische mechanica. In het bijzonder wordt gezocht naar voorwaarden waaronder het inverse probleem oplosbaar of onoplosbaar is.

LANDELIJK WERKCONTACT GESCHIEDENIS EN  
MAATSCHAPPELIJKE FUNCTIE VAN DE  
WISKUNDE

*Analyse van middeleeuwse Arabische astronomische tabellen met behulp van numerieke en statistische methoden en personal computers* (prof. dr. H.J.M. Bos en dr. J.P. Hogendijk, RU Utrecht)

Veel middeleeuwse Arabische astronomische tabellen zijn berekend op basis van parameterwaarden die niet expliciet gegeven zijn en volgens onbekende algoritmen. De parameterwaarden die werden gebruikt voor de berekening van de tabellen, waren vaak karakteristiek voor een bepaalde plaats en tijd en voor bepaalde astronomen. Kennis van deze parameters kan dus tot conclusies leiden over de ontwikkeling en verspreiding van astronomische kennis. Doel van het onderzoek is numerieke en statistische methoden te ontwikkelen om onbekende parameters te schatten uit de tabellen en om de betrouwbaarheidsgebieden van deze schattingen te bepalen. Een gebruikersvriendelijk software-pakket voor de analyse van astronomische tabellen zal worden ontwikkeld.

*Geschiedenis van de meetkunde in de 19de eeuw* (prof. dr. H.J.M. Bos, RU Utrecht)

Het onderzoek betreft ontwikkelingsprocessen op het grensvlak van de 19de eeuwse geometrische optica en de meetkunde. Deze processen zullen beschreven en geanalyseerd worden in het geval van de studie van tweedimensionale stralensystemen. In het bijzonder zullen daarbij de geschiedenis van het onderzoek naar de 'normaliteit' van een systeem alsmede de ontwikkeling van het begrip van de 'oneindige dunne stralenbundel' aan bod komen. Het onderzoek dient ook als 'pilot project' om de relevantie te onderzoeken van klassieke 19de eeuwse theorieën in moderne technologie.

## Publikaties

## WERKGEMEENSCHAP NUMERIEKE WISKUNDE

- J.L.M. VAN DORSSELAER, J.F.B.M. KRAAIJEVANGER, M.N. SPIJKER (1991). *About Stability Estimates and Resolvent Conditions*, Stefan Banach International Center.
- S. AUERBACH, R.H.J. GMELIG MEYLING, M. NEAMTU, H. SCHAELEN (1991). Approximation and geometric modeling with simplex  $B$ -splines associated with irregular triangles. *Computer Aided Geometric Design* 8, 67-87.
- M. NEAMTU (1991). Subdividing multivariate polynomials in Bernstein-Bézier form without de Casteljau algorithm. P.J. LAURENT, A. LE MÉHAUTÉ, L.L. SCHUMAKER (eds.). *Curves and Surfaces*, Academic Press, Boston, 359-362.
- M. NEAMTU (1991). On approximation and interpolation of convex functions. S.P. SINGH (ed.). *Approximation Theory, Spline Functions and Applications*.
- M. NEAMTU, P.R. PFLUGER (1991). *Degenerate Polynomial Patches of Degree 4 and 5 used for Geometrically Smooth Interpolation in  $R^3$* , Memorandum 963, Universiteit Twente.
- M. NEAMTU, C.R. TRAAS (1991). On computational aspects of simplicial splines. *Constr. Approx.* 7, 209-220.
- P.R. PFLUGER, M. NEAMTU (1991). Geometrically smooth interpolation by triangular Bernstein-Bézier patches with coalescent control points. P.J. LAURENT, A. LE MÉHAUTÉ, L.L. SCHUMAKER (eds.). *Curves and Surfaces*, Academic Press, Boston, 363-366.
- M. NEAMTU (1991). *A Contribution to the Theory and Practice of Multivariate Splines*, proefschrift, Universiteit Twente.
- M.C.A. VAN DIJKE (1992). *Iterative*

*Methods in Image Reconstruction*, proefschrift, Rijksuniversiteit Utrecht.

## WERKGEMEENSCHAP STOCHASTIEK

- G.L. O'BRIEN, W. VERVAAT (1991). Capacities, large deviations and loglog laws. S. CAMBANIS, G. SAMORODNITSKY, M.S. TAQQU (eds.). *Stable Processes*, Birkhäuser, 43-83.

WERKGEMEENSCHAP MATHEMATISCHE  
BESLISKUNDE EN SYSTEEMTHEORIE

- R.L.M. PEETERS (1991). *Comments on Determining the Number of Zeros of a Complex Polynomial in a Half-Plane*, Research Memorandum 1991-31, Vrije Universiteit Amsterdam.
- B.A.M. VAN KEULEN (1991). A note on Hankel operators for infinite-dimensional systems. G. CONTE, M. PERDON, B. WYMAN (eds.). *New Trends in System Theory, Progress in Systems and Control Theory* 7, Birkhäuser, 481-488.
- J.C. WILLEMS (1991). Paradigms and puzzles in the theory of dynamical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 36, 259-294.
- J.C. WILLEMS, J.W. NIEUWENHUIS (1991). Continuity of latent-variable models. *IEEE Transactions on Automatic Control* 36, 528-538.
- H.L. TRENTELMAN, J.C. WILLEMS (1991). The dissipation inequality and the algebraic Riccati equation. S. BITTANTI, A.J. LAUB, J.C. WILLEMS (eds.). *The Riccati Equation*, Springer-Verlag, 197-242.
- S. WEILAND, J.C. WILLEMS (1991). Dissipative dynamical systems in a behavioral context. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences* 1, 1-25.
- J.P.C. BLANC (1991). The power-series



- algorithm applied to cyclic polling systems. *Stochastic Models* 7, 527-545.
- E. ALTMAN, F.M. SPIEKSMAS (1991). *The Linear Program Approach in Markov Decision Processes Revisited*, Report TW 91-06, Rijksuniversiteit Leiden.
  - R. DEKKER, A. HORDIJK (1991). Denumerable semi-Markov chains with small interest rates. *Annals of Operations Research* 28, 185-212.
  - F.M. SPIEKSMAS (1991). Geometric ergodicity of the ALOHA system and a coupled processors model. *Prob. Eng. Inf. Sci.* 5, 15-42.
  - F.M. SPIEKSMAS (1991). The existence of sensitive optimal policies in two multidimensional queueing models. *Annals of Operations Research* 28, 273-296.
  - C.-S. CHANG, A. HORDIJK, R. RIGHTER (1991). *Note on the Stochastic Optimality of SEPT and LEPT in Parallel Machine Scheduling*, Report TW 91-11, Rijksuniversiteit Leiden.
  - R. DEKKER, A. HORDIJK, F.M. SPIEKSMAS (1991). *On the Relation between Recurrence and Ergodicity Properties in Denumerable Markov Chains*, Report TW 91-02, Rijksuniversiteit Leiden.
  - D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKY (1991). A potential reduction variant of Renegar's short-step path-following method for linear programming. *Linear Algebra and Its Applications* 152, 43-69.
  - D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKY (1991). A polynomial method of weighted centers for convex quadratic programming. *Journal of Information and Optimization Sciences* 12, 187-205.
  - C. ROOS, D. DEN HERTOOG (1991). A survey of search directions in interior point methods for linear programming. *Mathematical Programming* 52.
  - D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKY (1991). *Inverse Barrier Methods for Linear Programming*, Report 91-27, Technische Universiteit Delft.
  - D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKY (1991). *A Build-Up Variant of the Path-Following Method for Linear Programming*, Report 91-47, Technische Universiteit Delft.
  - D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKY (1991). *Iri's Polynomiality Proof for the Iri-Imai Method Recast*, Report 91-74, Technische Universiteit Delft.
  - C. ROOS, J.-PH. VIAL (1991). *Achievable Potential Reductions in the Method of Kojima et al. in the Case of Linear Programming*, Report 91-78, Technische Universiteit Delft.
  - O. GÜLER, D. DEN HERTOOG, C. ROOS, T. TERLAKY, T. TSUCHIYA (1991). *Degeneracy in Interior Point Methods for Linear Programming*, Report 91-102, Technische Universiteit Delft.
  - H.J.M. HAMERS (1991). *The Shapley-Entrance Game*, Research Memorandum, Katholieke Universiteit Brabant.
- WERKGEMEENSCHAP DISCRETE WISKUNDE
- G.J.M. VAN WEE (1991). On the nonexistence of certain perfect mixed codes. *Discrete Mathematics* 87, 323-326.
  - G.J.M. VAN WEE (1991). Bounds on packings and coverings by spheres in  $q$ -ary and mixed Hamming spaces. *J. Combin. Theory* 56A, 117-129.
  - J.H. VAN LINT JR., G.J.M. VAN WEE (1991). Generalized bounds on binary/ternary mixed packing and covering codes. *J. Combin. Theory* 56A, 130-143.
  - G.J.M. VAN WEE, G.D. COHEN, S.N. LITSYN (1991). A note on perfect multiple coverings of the Hamming space. *IEEE Trans. Inform. Theory* 37, 678-682.
  - R. PELLIKAAN, B.Z. SHEN, G.J.M. VAN WEE (1991). Which linear codes are algebraic-geometric? *IEEE Trans. Inform. Theory* 37, 583-602.
  - G.J.M. VAN WEE (1991). *Covering Codes, Perfect Codes and Codes from Algebraic Curves*, proefschrift, Technische Universiteit Eindhoven.
  - P.A.H. BOURS, N.J.C. LOUS, H.C.A. VAN TILBORG (1991). On maximum likelihood soft decision decoding of binary codes. *Proceedings of the Third International Colloquium on Coding Theory*, Yerevan.
  - I.M. DUURSMA (1991). *Asymptotic Properties of Elementary Abelian  $p$ -extensions*, preprint.

- I.M. DUURSMA (1991). *Algebraic Decoding using Special Divisors*, preprint.
- G.-L. FENG, T.R.W. RAO, I.M. DUURSMA (1991). *Decoding of Algebraic Geometric Codes up to the Designed Minimum Distance*, preprint.
- C. MUNUERA, R. PELLIKAAN (1991). *On Isometry and Equality of Geometric Codes*, preprint.
- Report 91-31, Technische Universiteit Delft.
- A.B. KUIJPER (1991). A note on first kind convolution equations on a finite interval. *Integral Equations and Operator Theory* 14, 146-152.
- R.J. BEERENDS (1991). *Some Special Values for the BC-type Hypergeometric Functions*, Report TW 91-21, Rijksuniversiteit Leiden.

## WERKGEMEENSCHAP ANALYSE

- M. COMTE, M.C. KNAAP (1991). *Existence of Solutions of Elliptic Equations involving Critical Sobolev Exponents with Neumann Boundary Condition in General Domains*, preprint.
- M.C. KNAAP (1991). *Existence and Non-existence for Quasi-linear Elliptic Equations with the  $p$ -Laplacian involving Critical Exponents*, preprint.
- M.C. KNAAP (1991). *Large Solutions of Elliptic Equations involving Critical Exponent Problems with Neumann Boundary Conditions*, preprint.
- C.J. BUDD, M.C. KNAAP, L.A. PELETIER (1991). Asymptotic behaviour of solutions of elliptic equations with critical exponents and Neumann boundary data. *Proc. Roy. Soc. Edinb.* 117A, 225-250.
- ADIMURTHI, M.C. KNAAP, S.L. YADAVA (1991). A note on a critical exponent problem with Neumann boundary conditions. *Nonlinear Anal. TMA*.
- H.G. KAPER, M.C. KNAAP, M.K. KWONG (1991). Existence theorems for second-order boundary value problems. *Journal of Diff. Int. Equ.*
- M.C. KNAAP (1991). *Nonlinear Elliptic Equations involving Critical Sobolev Exponents*, proefschrift, Rijksuniversiteit Leiden.
- T. VAN BEMMELN, P.H.M. KERSTEN (1991). Nonlocal symmetries and recursion operators of the Landau-Lifshitz equation. *Journal of Mathematical Physics* 32, 1709-1716.
- T. VAN BEMMELN (1991). Symmetries of the three body problem. *Journal of Physics A: Math. Gen.* 24, 5477-5487.
- P.J.P. EGBERTS (1991). *On the Sum of two Maximal Monotone Operators II*,

## LANDELIJK SAMENWERKINGSVERBAND ALGEBRA EN MEETKUNDE

- G. VAN DER GEER, M. VAN DER VLUGT (1991). Kloosterman sums and the  $p$ -torsion of certain Jacobians. *Math. Ann.* 290, 549-563.
- C. CILIBERTO, G. VAN DER GEER (1991). *On the Jacobian of a Hyperplane Section of a Surface*, preprint.
- G. VAN DER GEER, M. VAN DER VLUGT (1991). *Weight Distributions for a Certain Class of Codes and Maximal Curves*, preprint.
- G. VAN DER GEER, M. VAN DER VLUGT (1991). Artin-Schreier curves and codes. *Journal of Algebra* 139, 256-272.
- A.J. DE JONG, J.H.M. STEENBRINK (1991). Picard numbers of surfaces in 3-dimensional weighted projective spaces. *Math. Z.* 206, 341-344.
- A.J. DE JONG (1991). *The Moduli Space of Polarized Abelian Varieties*, Preprint 680, Rijksuniversiteit Utrecht.
- A.J. DE JONG (1991). *The Moduli Space of Principally Polarized Abelian Varieties with  $\Gamma_0(p)$ -Level Structure*, Preprint 681, Rijksuniversiteit Utrecht.
- A.J. DE JONG (1991). *Finite Flat Group Schemes in Characteristic  $p$  and Dieudonné Modules*, Preprint 682, Rijksuniversiteit Utrecht.
- F. OORT (1991). Hyperelliptic supersingular curves. G. VAN DER GEER, F. OORT, J.H.M. STEENBRINK (eds.). *Arithmetic Algebraic Geometry*, Birkhäuser, 247-284.
- F. OORT (1991). Moduli of abelian varieties and Newton polygons. *C.R. Acad. Sci. Paris Sér. I* 312, 385-389.
- F. OORT, T. EKEDAHN (1991). Ample

- sheaves and irreducibility of moduli spaces. G. FREY (ed.). *Proc. Conf. Number Theory and Arithm. Geom.*, Essen.
- R. PINK (1991). *Classification of Pro- $p$  Subgroups of  $SL_2$  over a  $p$ -adic Ring, where  $p$  is an Odd Prime*, preprint.
  - J.H.M. STEENBRINK (1991). Applications of Hodge theory to singularities. *Proc. ICM Kyoto Japan 1990 Vol. I*, Math. Soc. of Japan/Springer-Verlag, 569-576.
  - J. VAN DER BIJL (1991). *Extension of Continuous Functions with Compact Domain*, proefschrift, Vrije Universiteit Amsterdam.
  - J. VAN DER BIJL, J. VAN MILL (1991). The compact extension property: the role of compactness. *Comment. Math. Univ. Carolinae* 32, 369-375.
  - J. VAN DER BIJL, T. DOBROWOLSKI, K.P. HART, J. VAN MILL (1991). *Admissibility, Homeomorphism Extension and the AR-property in Topological Linear Spaces*, preprint, Vrije Universiteit Amsterdam.
  - G.N. TEN HAVE (1991). Matrix solutions of the equation  $X^n = A$ . *Indag. Mathem. N.S.* 2, 57-64.
  - G.N. TEN HAVE (1991). *Structure of the  $n$ -th Root of a Matrix*, Report TW 91-25, Rijksuniversiteit Leiden.
  - J. URBANOWICZ (1991). Remarks on the Stickelberger Ideals of Order 2. *Proceedings of the Santa Margherita Conference*, Contemporary Math., AMS.
  - M. MANUR, J. URBANOWICZ (1991). A note on  $K_2$  of the rings of integers of totally real number fields. *Proceedings of the Santa Margherita Conference*, Contemporary Math., AMS.
  - J. URBANOWICZ (1991). On some new congruences between generalized Bernoulli numbers, Part I. *Publications Math. de la Faculté des Sciences de Besançon*.
  - J. URBANOWICZ (1991). On some new congruences between generalized Bernoulli numbers, Part II. *Publications Math. de la Faculté des Sciences de Besançon*.
  - B. MOONEN (1991). *The Picard Number of Certain Algebraic Surfaces*, Report 9124, Katholieke Universiteit Nijmegen.
- LANDELIJK SAMENWERKINGSVERBAND LOGICA EN GRONDSLAGEN VAN DE WISKUNDE
- J.P.C.M. VAN DRAANEN (1991). *Delta-reduction in Simply Typed Lambda-calculus*, preprint.
  - J.P.C.M. VAN DRAANEN (1991). *Diagrams of Type Structures*, preprint.
  - J.P.C.M. VAN DRAANEN (1991). *Higher Order Recursion Theories with Partial Elements*, preprint.
  - J.P.C.M. VAN DRAANEN (1991). *Enumerators in Simply Typed Lambda-calculus*, preprint.

## JAARREKENING 1991

Balansen per 31 december 1991 en 1990						
Activa			Passiva			
	1991	1990*		1991	1990	
	f	f		f	f	
1.1 Vaste activa	p.m.	p.m.	2.1 Fondsen	1089332	306093	
1.2 Vorderingen op lange termijn	1258668	1482627*	2.2 Stichtingskapitaal	150	150	
1.3 Vorderingen op korte termijn	4417865	4010536	2.3 Voorzieningen	1830534	1419047	
1.4 Liquide middelen	4015119	2873249	2.4 Schulden op lange termijn	1220000	762500	
			2.5 Schulden op korte termijn	5551636	5878622	
	<u>9691652</u>	<u>8366412</u>		<u>9691652</u>	<u>8366412</u>	
Rekeningen van baten en lasten gewone dienst over 1991 en 1990						
Lasten			Baten			
	1991	1990		1991	1990	
	f	f		f	f	
3.1 Personele kosten	16593626	15701692	4.1 Subsidies en andere bijdragen	18063915	16298250	
3.2 Materiële kosten	3038705	3171733	4.2 Nationale stimuleringsprogramma's	65549	320712	
3.3 Diversen	2090263	1368680	4.3 Internationale samenwerkingsprojecten	1686929	1467029	
3.4 Buitengewone lasten	591224	0	4.4 Sponsorships	110000	41667	
3.5 Nadelig Saldo	-504091	1140133	4.5 Diversen	1883334	3254580	
	<u>21809727</u>	<u>21382238</u>		<u>21809727</u>	<u>21382238</u>	
Rekeningen van baten en lasten buitengewone dienst over 1991 en 1990						
Lasten			Baten			
	1991	1990		1991	1990	
	f	f		f	f	
5.1 Rekenapparatuur	2522000	2363000	6.1 Subsidies	2600000	2600000	
5.2 Bijdrage in de kapitaalsdienst SARA	78000	237000				
	<u>2600000</u>	<u>2600000</u>		<u>2600000</u>	<u>2600000</u>	

\* de vergelijkende cijfers zijn aangepast aan de presentatie 1991.

JAAREKENING 1991

De jaarrekening van de Stichting Mathematisch Centrum omvat zowel haar instituut (Centrum voor Wiskunde en Informatica) als vijf werkgemeenschappen en drie landelijke samenwerkingsverbanden (zogenaamde landelijke projecten).

TOELICHTING

**Algemeen** Het toegepaste systeem van waardering en resultaatbepaling is ongewijzigd ten opzichte van het vorige boekjaar. De waarderingsgrondslagen zijn hierna uiteengezet bij de toelichting op de afzonderlijke balanshoofden. Voorzover niets is vermeld, geschiedt de waardering tegen nominale waarde. Het resultaat wordt bepaald als verschil tussen de in het begrotingsjaar ontvangen respectievelijk aan het begrotingsjaar toe te rekenen subsidies en vergoedingen voor verrichte diensten enerzijds en de kosten anderzijds. De in deze toelichting tussen haakjes geplaatste bedragen hebben betrekking op het boekjaar 1990. Het voor- c.q. nadelig saldo van de rekening van baten en lasten wordt als volgt verwerkt:  
 - voorzover toe te rekenen aan het instituut ten gunste/ten laste van het bufferfonds (zie post 2.1.5).  
 - voorzover toe te rekenen aan de landelijke projecten ten gunste/ten laste van de post overlopende subsidies (zie post 2.5.5).

BALANS

**Post 1.1** De vaste activa zijn p.m. opgevoerd, omdat de jaarlijkse aanschaffingen direct ten laste van de lopende rekeningen van baten en lasten gewone, dan wel buitengewone dienst worden gebracht. Onder de vaste activa worden gerekend de bezittingen inventaris, bibliotheek, rekenapparatuur en accessoires, technische voorzieningen, alsmede kantoorautomatisering en software.

**Post 1.2**

Deze post is als volgt samengesteld:

1.2.1	Vordering op de gemeente Amsterdam (zie ook post 2.4.1)	f	68924	(f	81424)
1.2.2	Depot Centraal Beheer		1019744	(	1146203)
1.2.3	Deposito's bij bank		170000	(	255000)*
		f	<u>1258668</u>	(f	<u>1482627)</u>

**Post 1.3**

Deze post is als volgt samengesteld:

1.3.1	Te ontvangen subsidies en andere bijdragen:			(f	212000)
1.3.1.1	NWO gewoon subsidie	f	0	(	0)
	NWO subsidie wacht- en uitkeringsgelden		700000	(	218000)
	NWO overige subsidies		24000	(	371602)
	NWO subsidie Landelijke Samenwerkingsverbanden en Werkgemeenschappen		499685	(	25000)
1.3.1.2	Vrije Universiteit		0	(	641615)
1.3.1.3	ESPRIT e.d., per saldo		892562	(	14620)
1.3.1.4	Gemeente Amsterdam		14359	(	40162)
1.3.1.5	AIO netwerken		17800	(	0)
1.3.1.6	IOP		54563	(	848866)
1.3.2	Opdracht- en cursusdebiteuren		542879	(	1089073)
1.3.3	Overige debiteuren		753094	(	549598)
1.3.4	Te ontvangen en vooruitbetaalde posten		918923	(	
		f	<u>4417865</u>	(f	<u>4010536)</u>

**Post 2.1**

Deze post is als volgt samengesteld:

2.1.1	Fonds 'Vereenigde Assurantie Bedrijven Nederland N.V.'	f	54095	(	50915)
2.1.2	Fonds 'Nalatenschap Dr. N.G.W.H.Beeger'		271123	(	255178)
2.1.3	Fonds 'GANI'		2875	(	0)
2.1.4	Fonds wacht- en uitkeringsgelden		534650	(	0)
2.1.5	Bufferfonds		226589	(	0)
		f	<u>1089332</u>	(f	<u>306093)</u>

ad 2.1.1, 2.1.2 en 2.1.3

Deze posten zijn uit schenking, danwel uit nalatenschap verkregen. De desbetreffende gelden zijn rentedragend uitgezet. De resultaten, behaald met de beleggingen, worden rechtstreeks toegevoegd aan de fondsen, voorzover sprake is van het volle eigendom.

ad 2.1.4

Ingaande 1991 komen wacht- en uitkeringsgelden voorzover deze het instituut betreffen ten laste van de stichting, voorheen ten laste van het Ministerie van O & W. In verband daarmee zullen vanaf 1991 aan de stichting subsidies voor deze uitkeringen worden verstrekt. Besloten is deze subsidies en de daarmee samenhangende uitkeringen in een egalisatiefonds te verwerken. Voor 1991 heeft dit voor het eerst plaatsgevonden.

ad 2.1.5

NWO is in 1991 akkoord gegaan met de instelling van een bufferfonds. De voor- en nadelige saldi van de rekening van baten en lasten van het instituut zullen ingaande 1990 aan dit fonds worden toegevoegd c.q. aan dit fonds worden onttrokken. In 1991 heeft dit voor de jaren 1990 en 1991 plaatsgevonden.

Post 2.3 Deze post is als volgt samengesteld:

2.3.1	Voorziening pensioenverplichtingen	f	1610968	(f	1146203)
2.3.2	Voorziening groot onderhoud gebouw		219566	(	272844)
		f	<u>1830534</u>	(f	<u>1419047</u> )

Ad 2.3.1

Deze post heeft betrekking op verplichtingen voortvloeiend uit het feit dat de pensioenrechten per 1 januari 1980 bij het Algemeen Burgelijk Pensioenfonds zijn verzekerd. Teneinde de rechten uit de voor-jaren ingevolge de verzekering bij Centraal Beheer veilig te stellen zal ook in de toekomst nog premie aan Centraal Beheer moeten worden betaald. In 1990 is het toen bestaande tekort ad f 207.981 in afwachting van de uitkomst van het overleg met NWO niet verwerkt. Nu dit overleg niet tot concrete uitkomsten heeft geleid, is besloten de stand van de voorziening op het niveau van de verplichtingen te brengen. De daartoe noodzakelijke dotatie aan de voorziening ad f 591.224 is op de rekening van baten en lasten verantwoord onder het hoofd buitengewone lasten (zie post 3.4).

Ad 2.3.2

Door de Minister van O & W is in 1989, via NWO, voor achterstallig groot onderhoud gebouw een bedrag beschikbaar gesteld van f 350.000. Van dit bedrag werd in 1991 f 103.278 besteed voor verrichte onderhoudswerkzaamheden. Voorts werd ten laste van de exploitatie 1991 f 50.000 toegevoegd aan de voorziening.

Post 2.4 Deze post is als volgt samengesteld:

2.4.1	Lening Postbank inzake verbouwing en vernieuwing	f	75000	(f	87500)
2.4.2	Lening NWO		1145000	(	675000)
		f	<u>1220000</u>	(f	<u>762500</u> )

Ad 2.4.1

Deze post bestaat uit het restant van een geldlening (oorspronkelijk groot f 500.000) welke in 1957 is gesloten bij de Postbank ter financiering van de verbouwing van de panden 2e Boerhaavestraat 49-51. De looptijd van de lening is 40 jaar en het rentepercentage 4,25. De hier tegenoverstaande vordering op de Gemeente Amsterdam is opgenomen onder de post 1.2.1, zie aldaar. De Gemeente Amsterdam, die eigenaar is van de bovengenoemde panden, heeft zich borg gesteld voor de nakoming van de door de stichting aangegane verplichtingen.

Jaarlijks stelt de Gemeente Amsterdam een subsidie beschikbaar voor de betaling van de rente en aflossing van de lening.

Ad 2.4.2

Deze post heeft betrekking op een door NWO ter beschikking gestelde renteloze lening. De lening dient ter financiering van de over de jaren 1990 tot en met 1993 te verwachten exploitatietekorten. In 1991 is een bedrag opgenomen van f 470.000. Aflossing van de lening zal naar verwachting plaatsvinden in de periode 1994 tot en met 1999.

Post 2.5	Hieronder zijn opgenomen:		
2.5.1	Verplichtingen wegens bestellingen	f	123395 (f 396735)
2.5.2	Crediteuren		2313833 ( 1962509)
2.5.3	Nog te betalen en vooruitontvangen posten		2354319 ( 1677056)
2.5.4	Nog te besteden investeringssubsidies		243057 ( 434303)
2.5.5	Overlopende exploitatiesubsidies		517032 (f 1408019)
		f	<u>5551636</u> (f <u>5878622</u> )
Ad 2.5.4			
	Deze post betreft de nog niet bestede investeringssubsidies.		
	Stand op 1 januari 1991 (1990)	f	434303 (f 464843)
	Uit dit saldo gedane investeringen		379666 ( 209254)
	Nog beschikbaar uit voorgaande subsidies	f	<u>54637</u> (f 255589)
Bij:	Toegekend subsidie buitengewone dienst 1991 (1990)		2600000 ( 2600000)
	Prijs- en taxatieverschillen en opbrengst verkoop/verhuur apparatuur		138379 ( 155060)
		f	<u>2793016</u> (f 3010649)
Af:	Investeringen inclusief bijdrage kapitaalsdienst SARA		2549959 ( 2576346)
	Stand van de voorziening per 31 december 1991 (1990)	f	<u>243057</u> (f <u>434303</u> )
Ad 2.5.5			
	Deze post bestaat uit beschikbaar gestelde doch nog in toekomstige jaren te besteden, dan wel nog te verrekenen subsidies.		
	Voordelig saldo gewone dienst Centrum voor Wiskunde en Informatica	f	0 (f 1002082)
	Voordelig saldo Landelijke Samenwerkingsverbanden en Werkgemeenschappen		271402 ( 138051)
	Idem in 1991 ter beschikking gesteld uit voorgaande jaren		132723 ( 119088)
		f	<u>404125</u> (f 1259221)
	Nog te besteden in het kader van voor specifieke doeleinden ter beschikking gestelde subsidies (zgn. geormerkte subsidies)		112907 ( 148798)
		f	<u>517032</u> ( <u>1408019</u> )
<b>REKENING VAN BATEN EN LASTEN GEWONE DIENST</b>			
Post 3.1	Onder deze post zijn opgenomen de personele lasten van:		
a)	de Landelijke Samenwerkingsverbanden en Werkgemeenschappen	f	2031495 (f 1667919)
b)	het Centrum voor Wiskunde en Informatica		14562131 ( 14033773)
		f	<u>16593626</u> (f <u>15701692</u> )
Post 3.2	Hierin zijn o.m. begrepen de aanschaffing van duurzame activa voor een bedrag van:	f	<u>710389</u> (f <u>704185</u> )

Post 3.3 Deze post is samengesteld uit:				
Buitenlandse bezoekers (via Vertrouwenscommissie Wiskundig Genootschap)	f	77753	(f	67313)
Bijdrage gemeenschappelijke voorzieningen Wetenschappelijk Centrum Watergraafsmeer		251060	(	293966)
Bijdrage in de exploitatie van de Stichting Academisch Rekencentrum Amsterdam		1191800	(	1007401)
Bijdrage ERCIM		35000	(	0)
Gereserveerde nog niet bestede subsidie wacht- en uitkeringsgelden		534650	(	0)
	f	<u>2090263</u>	(f	<u>1368680</u> )
Post 4.1 De volgende subsidies en bijdrage werden ontvangen:				
a) Ten behoeve van de Landelijke Samenwerkingsverbanden en Werkgemeenschappen van:				
- NWO	f	2203000	(f	1828000)
Ten behoeve van het Centrum voor Wiskunde en Informatica van:				
- NWO gewoon subsidie	f	13539000	(f	13097000)
- NWO subsidie wacht- en uitkeringsgelden		700000	(	0)
- NWO overige subsidies		<u>563000</u>	(	<u>740000</u> )
	f	14802000	(f	13837000)
Bij: meer/(minder) besteed (geoordeelde subsidies)		35891	(	-201861)
		<u>17040891</u>	(	<u>15463139</u> )
- NFI		520862	(	470439)
- STW		24527	(	26491)
- SION		232932	(	273019)*
- Vrije Universiteit		25000	(	25000)
- AIO Netwerken		82832	(	40162)
- Stimulerings Kennisoverdracht		136871	(	0)
	f	<u>18063915</u>	(	<u>16298250</u> )
Post 4.2 Deze post is als volgt te specificeren:				
Stimuleringsprojectteam Informatica onderzoek (SPIN)	f	14736	(	280080)
Innovatie gericht Onderzoeksprogramma's (IOP)		50813	(f	40632)
	f	<u>65549</u>	(f	<u>320712</u> )
Post 4.3 Deze post is als volgt samengesteld:				
ESPRIT	f	927349	(f	805781)
RACE		498828	(	477703)
BRITE		141997	(	122907)
BCR		81355	(	60638)
Overige		37400	(	0)
	f	<u>1686929</u>	(f	<u>1467029</u> )



Post 4.5	Deze post is als volgt samengesteld:		
	Opdrachten- en machine-urenvergoedingen (incl. bedrijfscursussen)	f 805835	(f 889316)
	Cursussen en conferenties	75056	( 120991)
	Verkoop publikaties	124644	( 161318)
	Netwerkservices	249230	( 472316)
	Overige inkomsten en saldo niet begrote baten en lasten	504153	( 1045295)
	Subtotaal	f 1758918	(f 2689236)
	Subsidies voorgaande jaren	124416	( 565344)
		f 1883334	(f 3254580)

#### REKENING VAN BATEN EN LASTEN (BUITENGEWONE DIENST)

Posten	De volgende subsidies werden ontvangen:		
5.1 en 5.2	-Nederlandse organisatie voor weten-		
en 6.1	schappelijk onderzoek, NWO	f 600000	(f 600000)
	-Intentioneel Apparatuur Schema (IAS)	2000000	( 2000000)
		f 2600000	(f 2600000)

\*) De vergelijkbare cijfers zijn aangepast aan de presentatie 1991.

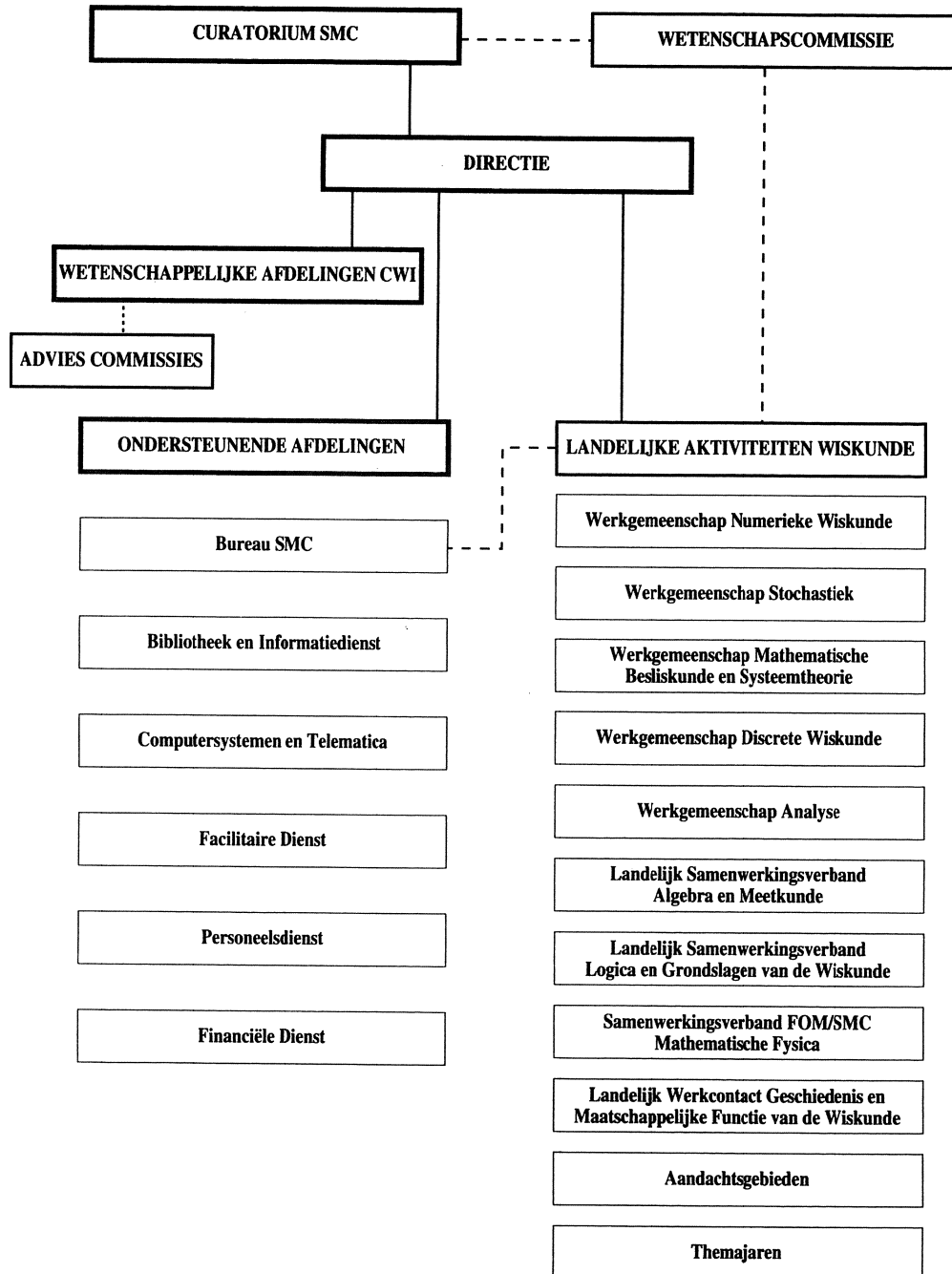
**ACCOUNTANTSVERKLARING**

Wij hebben de jaarrekening 1991 van de Stichting Mathematisch Centrum te Amsterdam gecontroleerd en daarbij op grond van ons onderzoek een goedkeurende verklaring afgegeven. De hierbij opgenomen verkorte jaarrekening is ontleend aan deze jaarrekening en is toereikend in het kader van het jaarverslag 1991.

Amsterdam, 26 maart 1992

Coopers & Lybrand Dijker Van Dien

Bijlage 2 Organisatieschema Stichting Mathematisch Centrum  
per 1 januari 1992



## Bijlage 3 Interne en externe beleidsorganen van de Stichting Mathematisch Centrum

### CURATORIUM

Per 31 december was het Curatorium als volgt samengesteld:

Prof. dr. ir. G.Y. Nieuwland	voorzitter
Prof. dr. Th.M.A. Bemelmans	vice-voorzitter
Ir. A. Boesveld	
Prof. drs. B.K. Brussaard,	
Prof. C.H.A. Koster	
Ir. W.A. Koumans	
Ir. W. Loeve	
Prof. dr. A.H.G. Rinnooy Kan	
Prof. dr. A. van der Sluis	
Prof. dr. J.H.M. Steenbrink	
J.A. Symes	

### DIRECTIE

Deze was als volgt samengesteld:

Prof. dr. P.C. Baayen	wetenschappelijk directeur
drs. J. Nuis	directeur beheerszaken (tot 1 december)
dr. ir. G. van Oortmerssen	zakelijk directeur (vanaf 1 september)

### WETENSCHAPSCOMMISSIE

De wetenschapscommissie (WEC) adviseert het Curatorium aangaande het algemene wetenschappelijk beleid van de stichting en haar instituut. De wetenschapscommissie bestond op 31 december uit de volgende personen:

Prof. dr. ir. H. Kwakernaak	voorzitter
Prof. dr. E.M. de Jager	vice-voorzitter
Prof. dr. ir. O.J. Boxma	
Prof. dr. G. van Dijk	
Prof. dr. G.B.M. van der Geer	
Prof. dr. ir. M.L.J. Hautus	
Prof. dr. P.W. Hemker	
Dr. J.A.C. Kolk	

Dr. I. Moerdijk

Prof. dr. A. Schrijver

Prof. dr. D. Siersma

Prof. dr. F.W. Steutel

Prof. dr. ir. P. Wesseling

benevens met raadgevende stem:

Prof. dr. P.C. Baayen	wetenschappelijk directeur SMC
-----------------------	--------------------------------

W.A.M. Aspers	ambtelijk secretaris
---------------	----------------------

Het dagelijks bestuur van de Wetenschapscommissie werd gevormd door

- prof. dr. ir. H. Kwakernaak
- prof. dr. E.M. de Jager
- prof. dr. D. Siersma.

### VAKADVIESCOMMISSIES CWI

Een zestal vakadviescommissies adviseert de wetenschappelijke afdelingen van het CWI met betrekking tot hun onderzoek. De commissies waren per 31 december als volgt samengesteld:

#### *Analyse, Algebra en Meetkunde*

Prof. dr. G. van Dijk	RUL
Prof. dr. E.M. de Jager	UvA
Prof. dr. M.A. Kaashoek	VUA
Prof. dr. E.J.N. Looijenga	UvA
Prof. dr. ir. L.A. Peletier	RUL
Prof. dr. M. van der Put	RUG
Prof. dr. E.G.F. Thomas	RUG

#### *Besliskunde, Statistiek en Systeemtheorie*

Prof. dr. P. Groeneboom	TUD
Prof. dr. G.J. Olsder	TUD
Prof. dr. J. Oosterhoff	VUA
Prof. dr. H.C. Tijms	VUA
Prof. dr. W. Vervaat	KUN
Prof. dr. W.H.M. Zijm	UT

*Numerieke Wiskunde*

Prof. dr. A.O.H. Axelsson	KUN
Prof. dr. M.N. Spijker	RUL
Prof. dr. H.A. van der Vorst	RUU
Dr. ir. G.K. Verboom	WL, Delft
Dr. ir. T.M.M. Verheggen	KSLA

*Programmatuur*

Ir. J.J. van Amstel	Philips Nat.lab.
Prof. dr. J.F.A.K. van Benthem	UvA
Dr. ir. C. Hemerik	TUE
Prof. dr. H.J. van den Herik	RL, Maastricht
Prof. dr. A. Ollongren	RUL

*Algoritmiek en Architectuur*

Dr. H. Brinksma	UT
Dr. H.H. Eggenhuisen	Philips Nat.lab.
Prof. dr. S.D. Swierstra	RUU
Dr. L. Torenvliet	UvA

*Interactieve Systemen*

Prof. dr. J. van den Bos	EUR
Prof. dr. F.W. Jansen	TUD
Prof. dr. G.R. Joubert	Philips, Aken
Ir. W. Loeve	NLR
Dr. ir. C.J. Stok	PTT Research
Prof. dr. J. Treur	VUA

## Bijlage 4 Academische promoties

In het verslagjaar promoveerden diverse wetenschappelijke onderzoekers, die op het CWI werkzaam waren of in het kader van de Landelijke Activiteiten Wiskunde hun onderzoek hadden verricht.

### PROMOTIES VAN ONDERZOEKERS WERKZAAM OP HET CWI

- A. Eliëns; op 15 februari aan de Universiteit van Amsterdam op het proefschrift *DLP - A language for Distributed Logic Programming*.  
Promotores: Prof. dr. P. Klint en prof. dr. J.W. de Bakker.
- M. Zwaan; op 28 februari aan de Vrije Universiteit te Amsterdam op het proefschrift *Moment Problems in Hilbert Space with Applications to Magnetic Resonance Imaging*.  
Promotor: Prof. dr. G.Y. Nieuwland.
- S.L. van der Velde; op 5 april aan de Technische Universiteit Eindhoven op het proefschrift *Machine Scheduling and Lagrangian Relaxation*.  
Promotor: Prof. dr. J.K. Lenstra.
- F.S. de Boer; op 15 april aan de Vrije Universiteit Amsterdam op het proefschrift *Reasoning about Dynamically Evolving Process Structures*.  
Promotor: Prof. dr. J.W. de Bakker.
- P.R.H. Hendriks; op 24 mei aan de Universiteit van Amsterdam op het proefschrift *Implementation of Modular Algebraic Specifications*.  
Promotor: Prof. dr. P. Klint.
- H.R. Walters; op 14 juni aan de Universiteit van Amsterdam op het proefschrift *On Equal Terms, Implementing Algebraic Specifications*.  
Promotor: Prof. dr. P. Klint.
- R.N. Bol; op 18 oktober aan de Universiteit van Amsterdam op het proefschrift *Loop Checking in Logic Programming*.  
Promotor: Prof. dr. K.R. Apt.
- J.F. Groote; op 1 november aan de Universiteit van Amsterdam op het proefschrift *Process Algebra and Structured Operational Semantics*.  
Promotor: Prof. dr. J.A. Bergstra.
- A.L.M. Dekkers; op 14 november aan de Erasmus Universiteit Rotterdam op het proefschrift *On Extreme-Value Estimation*.  
Promotor: Prof. dr. C.G. Rijnvos.

### PROMOTIES VAN ONDERZOEKERS WERKZAAM IN DE LANDELIJKE ACTIVITEITEN WISKUNDE

- J.M.L. Maubach; op 15 april aan de Katholieke Universiteit te Nijmegen op het proefschrift *Iterative methods for Non-linear Partial Differential Equations*.  
Promotor: Prof. dr. A.O.H. Axelsson.
- J. van der Bijl; op 28 mei aan de Vrije Universiteit te Amsterdam op het proefschrift *Extension of Continuous Functions with Compact Domain*.  
Promotor: Prof. dr. M. A. Maurice.
- G.J.M. van Wee; op 4 juni aan de Technische Universiteit Eindhoven op het proefschrift *Covering Codes, Perfect Codes, and Codes from Algebraic Curves*.  
Promotores: Prof. dr. J.H. van Lint en Prof. dr. H.C.A. van Tilborg.
- M.C. Knaap; op 26 juni aan de Rijksuniversiteit Leiden op het proefschrift *Nonlinear Elliptic Equations Involving Critical Sobolev Exponents*.  
Promotores: Prof. dr. ir. L.A. Peletier en Prof. dr. H. Brezis.
- M. Neamtu; op 12 december aan de Universiteit Twente op het proefschrift *Multivariate Splines*.  
Promotor: Prof. dr. C.R. Traas.