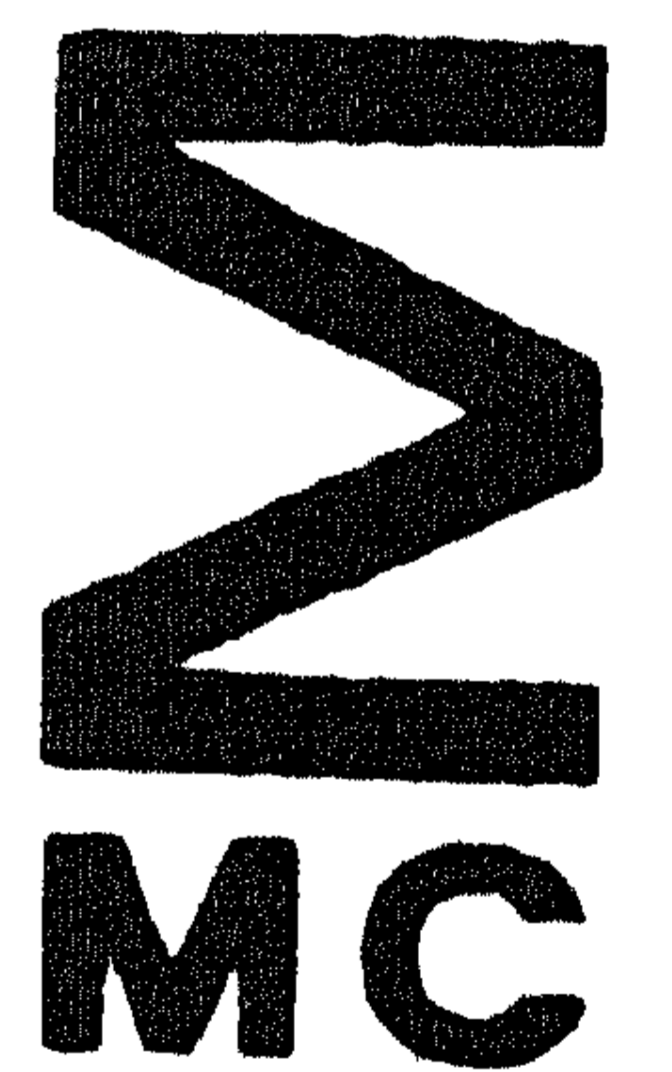


**stichting  
mathematisch  
centrum**



---

AFDELING MATHEMATISCHE STATISTIEK

SD 114/78

AUGUSTUS

C. VAN PUTTEN & I. VAN DER TWEEL

KANSMODELLEN BIJ MECHANISCHE VERWERKING  
VAN BANKBILJETTEN

---

**2e boerhaavestraat 49 amsterdam**

*Printed at the Mathematical Centre, 49, 2e Boerhaavestraat, Amsterdam.*

*The Mathematical Centre, founded the 11-th of February 1946, is a non-profit institution aiming at the promotion of pure mathematics and its applications. It is sponsored by the Netherlands Government through the Netherlands Organization for the Advancement of Pure Research (Z.W.O).*

Kansmodellen bij mechanische verwerking van bankbiljetten<sup>\*)</sup>

door

C. van Putten & I. van der Tweel

#### SAMENVATTING

Als vervolg op een in de jaren 1967 en 1968 verricht en in het rapport S388 van het Mathematisch Centrum beschreven onderzoek, wordt de invloed van de bewaartijd van bankbiljetten op detectiekansen in verschillende situaties bestudeerd. Met behulp van het thans grotere aantal waarnemingen wordt een nieuw mathematisch model voor de dagontvangsten ontworpen.

TREFWOORDEN: *autoregressieve processen, simulatie.*

<sup>\*)</sup> Een onderzoek van detectiekansen van nageemaakte bankbiljetten bij mechanische verwerking, in opdracht van DE NEDERLANDSCHE BANK N.V.

## INHOUD

|  |    |
|--|----|
| 1. Inleiding   | 1  |
| 2. De probleemstelling   | 2  |
| 3. Een mathematisch model voor de dagontvangsten                                   | 3  |
| 4. Detectiekansen  | 12 |
| 5. De vangstkans   | 15 |
| 6. De alarmkans  | 18 |
| 7. De modelveronderstellingen  | 20 |
| 8. Enige verschilpunten van het model in 1967, 1968 en het thans gehanteerde model | 21 |
| 9. Figuren en tabellen   | 23 |
| 10. Appendix 1: Het autoregressieve proces   | 67 |
| 11. Appendix 2: De computerprogramma's   | 68 |

## 1. INLEIDING

Dit verslag geeft een overzicht van een onderzoek dat kan worden beschouwd als vervolg op een gedurende de jaren 1967 en 1968 verricht onderzoek naar detectiekansen van nageemaakte bankbiljetten bij mechanische verwerking, waarvan een beschrijving wordt gegeven in het rapport S388 van het Mathematisch Centrum (in het vervolg kortweg aangegeven door S388) en de brieven d.d. 6-2-1968 en 16-12-1968 van het Mathematisch Centrum aan De Nederlandsche Bank N.V..

Het rapport en de brieven vormen het uitgangspunt van het huidige onderzoek; voor in het volgende niet gedefinieerde begrippen en notaties wordt dan ook hiernaar verwezen.

In paragraaf 2 is de probleemstelling van S388 overgenomen.

Het doel is, evenals vroeger, het bestuderen van detectiekansen onder uiteenlopende omstandigheden, vooral als functie van het aantal bewaardagen van door de Bank ontvangen biljetten (notatie van dit aantal:  $bw$ ). Het waarnemingsmateriaal is echter thans uitgebreider, aangezien nu ook de dagtotalen van de ontvangsten beschikbaar zijn i.p.v. alleen de weektotalen. Met behulp hiervan wordt in paragraaf 3 een nieuw mathematisch model voor de dagontvangsten ontwikkeld.

In twee sterk vereenvoudigde situaties wordt geprobeerd een indruk te krijgen van eigenschappen van detectiekansen; in de eerste situatie worden deze kansen *vangstkansen* genoemd, in de tweede situatie spreken we over *alarmkansen*. Een nauwkeurige beschrijving is te vinden in de paragrafen 4, 5 en 6. Aangezien een directe berekening van de detectiekansen op grond van de structuur en de parameters van het model voor de dagontvangsten ingewikkeld is, wordt, evenals in S388, een methode gevolgd waarbij deze kansen ten dele worden berekend en ten dele worden gesimuleerd.

In paragraaf 7 worden de modelveronderstellingen samengevat waaronder de ontworpen modellen een afspiegeling zouden kunnen zijn van de werkelijkheid.

Vergelijking van hier bepaalde detectiekansen met vroegere resultaten is niet zonder meer mogelijk, omdat deze zijn verkregen in niet geheel gelijke situaties. Paragraaf 8 geeft enige verschilpunten aan.

De numerieke resultaten van de statistische analyse van de dagontvangsten en het simulatieonderzoek van de detectiekansen zijn samengevat in paragraaf 9.

Appendix 1 bevat een korte statistische beschouwing over het autoregressieve proces.

Tenslotte zijn de gebruikte computerprogramma's te vinden in appendix 2.

## 2. DE PROBLEEMSTELLING

In de diverse kantoren van de Nederlandsche Bank komen dagelijks honderdduizenden bankbiljetten over de balie binnen. Bij de mechanische verwerking van deze stroom leest een optisch leesapparaat van elk binnenkomend biljet het nummer. Alle nummers van binnenkomende biljetten worden op een journaalband opgeborgen. Bovendien wordt een volledige lijst bijgehouden van alle nummers van afgekeurde biljetten.

Alle zojuist mechanisch verwerkte biljetten worden in een kluis een aantal dagen bewaard. Dit aantal bewaardagen, *bw*, wordt tevoren door de Bank vastgesteld (op dit moment 10 dagen). Uiteraard bepaalt de beschikbare kluisruimte een bovengrens voor *bw*. Maar zoals wij zullen zien leidt een te lage keuze van *bw* tot een onvoldoende mogelijkheid om falsificaten te ontdekken.

Wanneer de biljetten niet op het oog op echtheid worden bekeken, kunnen wij voor de detectie van falsificaten bij mechanische verwerking drie mogelijkheden onderscheiden:

- a) Het falsificaat draagt een nummer dat (nog) nimmer is gebruikt; de computer geeft een waarschuwingssignaal en noteert het nummer, waarna het bijbehorende biljet uit de ingelezen en gebundelde stapels kan worden teruggezocht.
- b) Het falsificaat draagt een nummer dat ooit gebruikt is maar behoort tot een reeds wegens veroudering afgekeurd biljet; de computer handelt zoals bij a).

c) Het falsificaat draagt een nummer dat tevens staat op een nog in de circulatie aanwezig biljet; omdat elke jaartalband vergeleken wordt met de bw voorafgaande banden, wordt in dit geval alleen alarm geslagen als dit bijbehorende echte biljet op dezelfde dag, in de laatste bw voorafgaande dagen of in de eerste bw volgende dagen over de balie binnenkomt. Men kan dan beide biljetten opzoeken en vergelijken. Het recherchewerk wordt vereenvoudigd als van elke verwerkte bundel geboekt is, wanneer en door wie deze ingeleverd is.

In dit verslag worden schattingen besproken van de detectiekansen volgens mogelijkheid c). Het is nogal plausibel dat op falsificaten veelal bestaande nummers worden aangebracht. In elk geval willen wij met deze ongunstigste mogelijkheid rekening houden, zolang over de motieven van nummerkeuze niets bekend is. Eventuele snellere detectie via a) en b) is dan een meevaller.

### 3. EEN MATHEMATISCH MODEL VOOR DE DAGONTVANGSTEN

Wanneer we voor de dagontvangsten een wiskundig model willen opstellen, zoeken we enerzijds naar een model dat de gegeven waarnemingen zo goed mogelijk benadert, maar anderzijds een zo groot mogelijke eenvoud vertoont. Bij gebrek aan gegevens over eventuele factoren die de dagontvangsten beïnvloeden of eventuele wetten waaraan zij voldoen, vormen de tabellen van de dagontvangsten en de circulatie van het jaar 1976 (vrijwel) de enige bronnen van informatie.

Om het model zo eenvoudig mogelijk te houden, zal worden gestreefd naar zo weinig mogelijk parameters. Gelet op het aantal beschikbare waarnemingen is een groot aantal parameters toch nauwelijks aanvaardbaar.

Laten we als uitgangspunt nemen het rapport S388 en de in de inleiding genoemde brieven en trachten m.b.v. het grotere aantal waarnemingen dat thans beschikbaar is het daarin opgestelde model aan te passen en zo mogelijk te verfijnen.

Om de invloed van een variërende circulatie uit te schakelen, maken we de modelveronderstelling:

M1: *Voor de te berekenen grootheden zijn dagontvangsten en circulatie niet elk afzonderlijk van belang, doch slechts de dagfractie, d.w.z. de dagontvangsten als fractie van de totale circulatie.*

Een gevolg hiervan is, dat situaties waarin de circulatie verschillend is, maar de dagfracties gelijk zijn, zullen worden weergegeven door hetzelfde model.

We beginnen met de modelvorming van de coupure  $f$  100. Bij een eerste beschouwing van de waarnemingen, de dagfracties van het jaar 1976, valt op dat er relatief grote verschillen lijken op te treden tussen de verschillende dagen waarbij tevens enige overeenstemming schijnt te bestaan tussen overeenkomstige dagen van de weken (d.w.z. tussen maandagen onderling enz.). Op deze wijze vormde zich de gedachte dat een vast weekpatroon met zekere toegelaten variatie misschien een redelijk model zou kunnen zijn. Om dit eventueel op te sporen, werd verder gewerkt met een gereduceerd bestand, waaruit de onvolledige weken (weken, bestaande uit minder dan 5 werkdagen) zijn weggelaten. Zodoende bleven er 47 weken over.

Pogingen om een (vrijwel) constante verhouding te vinden tussen de dagfracties van de dagen van de week of lineaire combinaties daarvan leverden geen bevredigend resultaat.

De correlatiematrix tussen de dagen van de week laat een positieve samenhang zien, zoals in rapport S388 reeds werd aangenomen. (Tabel 1 geeft de correlatiematrix tussen de dagfracties.)

Het staafdiagram van het quotiënt van het weektotaal en de circulatie toont dat de weekfracties zeker niet constant zijn (het suggereert dat weken aan het eind van de maand een lager niveau hebben), zodat de gevonden positieve correlaties misschien mede hierdoor worden veroorzaakt (figuur 1). Dit laatste vermoeden wordt versterkt door de correlatiematrix tussen de dagen van de week, als een aantal weken aan het einde van de maand wordt weggelaten (tabel 2). Wanneer echter het gemiddelde niveau van deze weken door vermenigvuldiging met een constante verhoogd wordt tot dat van de overige weken, blijkt de correlatiematrix weer meer op de oorspronkelijke te lijken (tabel 3), zodat we de structuren van beide soorten weken vermoedelijk niet zonder meer gelijk mogen veronderstellen. Ter vergelijking geeft tabel 4 de theoretische correlatiematrix voor het in rapport S388 opgestelde model.



Men zou nu de modelvorming op verschillende manieren kunnen voortzetten. Twee mogelijkheden zijn:

A: Een jaar wordt geacht te zijn opgebouwd uit onafhankelijke en gelijkgestructureerde periodes van vier weken. Deze vier weken zijn onderling onafhankelijk en hun niveau's worden bepaald door niveau's van overeenkomstige weken van het jaar 1976. Binnen elke week wordt de samenhang van de dagen geschat/bepaald door de steekproefcovariantiematrix voor het jaar 1976. Voor het wiskundig gemak zouden we voor de simultane verdeling van de dagen van de week b.v. een meerdimensionale normale verdeling kunnen nemen. Het is wel mogelijk om te onderzoeken of een 5-dimensionale normale verdeling een redelijk model is, maar duidelijke uitspraken hieromtrent zijn bij zo'n vijftigtal waarnemingen nauwelijks te verwachten.

Nadelen van deze opbouw zijn het grote aantal parameters en een aantal moeilijk te verifiëren modelveronderstellingen.

B: De dagfracties van 1976 worden opgevat als een tijdreeks. Gezien de autocorrelaties en momenten, lijkt het zonder meer niet zinvol om aan de dagfracties direct b.v. een autoregressief proces aan te passen (tabellen 5 en 6). Het is bovendien niet duidelijk of vrijdag en maandag als opeenvolgende dagen moeten worden beschouwd.

Men zou nu eerst een aantal, deterministisch veronderstelde, effecten kunnen schatten, zoals b.v. een "maandag-effect", een "week-effect", enz., en dan vervolgens op de residuen (d.w.z. de waarnemingen verminderd met een schatting van de bijbehorende effecten, eventueel nog gestandaardiseerd) technieken uit de tijdreeksanalyse kunnen toepassen.

Een nadeel van deze methode is, dat men niet weet hoe te beslissen welke effecten in aanmerking moeten worden genomen; een voordeel is echter de algemenere toepasbaarheid b.v. ook op andere coupures en uitgiften i.p.v. ontvangsten.

Gezien het sterke ad hoc karakter van A en de grotere algemeenheid van B, kiezen we voor de tweede methode.

Voordat deze echter wordt toegepast, lijkt het nuttig zich te realiseren welke functie het te construeren model heeft. Voor het bepalen van de

tectiekansen blijken de dagfracties van een aantal achtereenvolgende dagen nodig te zijn. Een model zal zodoende dagfracties moeten simuleren waarvan de belangrijkste eigenschappen overeenstemmen met die van de waargenomen fracties. Als zulke belangrijke eigenschappen kunnen worden beschouwd o.a. het gemiddelde en de spreiding per dag en de samenhang van de dagen onderling. Als model komt een *stochastisch proces* in aanmerking, waarbij men zich een abstract mechanisme kan voorstellen dat op achtereenvolgende tijdstippen (in ons geval dagen) steeds een waarde genereert die kan worden opgevat als resultaat verkregen door een loting m.b.v. een of andere kansverdeling. Deze uitkomsten kunnen onderling afhankelijk zijn, zodat b.v. een hoge waarde op een zeker tijdstip waarschijnlijk ook een hoge waarde op een volgend tijdstip tot gevolg heeft. De aard van de samenhang beïnvloedt de keuze van een geschikt stochastisch proces. Als een waarde van een bepaalde dagfractie slechts invloed heeft gedurende een periode van eindige lengte en daarna niet meer, kan eventueel een zgn. "*moving average*"-proces worden gebruikt; is deze invloed echter langer zodat hij ook na lange tijd, zij het misschien in geringe mate, toch nog aanwezig is, dan kan eventueel een zgn. *autoregressief proces* worden aangepast. Ook een combinatie van beide is echter mogelijk.

We kiezen voor een autoregressief proces om redenen van aannemelijkheid en wiskundige eenvoud en gaan na of op deze manier een bevredigend model kan worden gevormd.

De vrijdag van een week en de maandag van de daaropvolgende week zullen als opeenvolgende dagen worden beschouwd.

Een autoregressief proces heeft de eigenschap dat elke gegenereerde waarde (lees: dagfractie) afkomstig is uit dezelfde, zgn. marginale, kansverdeling. Bij inspectie van de waarnemingen van het jaar 1976 lijkt dit geen redelijke veronderstelling.

Bepaling van eerste en tweede momenten, berekend over overeenkomstige dagen van de week, leidt tot:

| dagtotaal/<br>circulatie | gem.    | std.afw. |
|--------------------------|---------|----------|
| maandag                  | 0,01205 | 0,00166  |
| dinsdag                  | 0,01520 | 0,00181  |
| woensdag                 | 0,00615 | 0,00108  |
| donderdag                | 0,00397 | 0,00082  |
| vrijdag                  | 0,00416 | 0,00116  |

(N.B. Dit betreft coupure  $f$  100)

Verminderen we elke dagfractie met het bijbehorende gemiddelde en delen we door de bijbehorende standaardafwijking, dan spreken we van *gestandaardiseerde* dagfracties. Voor het invoeren van een autoregressief proces formuleren we nog drie modelveronderstellingen.

M2: *Dagfracties van overeenkomstige dagen van de week (d.w.z. alle maandagen enz.) worden geacht afkomstig te zijn uit dezelfde kansverdeling.*

Dit betekent dat geen "week-effect" in het model zal worden opgenomen; dit vooral om het aantal modelparameters te beperken.

M3: *Alle gestandaardiseerde dagfracties worden geacht afkomstig te zijn uit dezelfde kansverdeling.*

M4: *In de loop der tijd verandert de onderlinge samenhang van de dagfracties niet.*

Onder M2, M3 en M4 kan men proberen aan de gestandaardiseerde dagfracties een autoregressief proces aan te passen. Hiertoe worden allereerst enige autocorrelaties bepaald. (Autocorrelaties zijn een maat voor onderlinge samenhang.)

| <u>autocorrelaties van gestand. dagfracties</u> |        |
|---|--------|
| twee opeenvolgende dagen                        | 0,6230 |
| één tussenliggende dag                          | 0,4106 |
| twee tussenliggende dagen                       | 0,2456 |
| drie tussenliggende dagen                       | 0,2000 |
| vier tussenliggende dagen                       | 0,1132 |

Zij in het model  $\underline{u}_n$  de gestandaardiseerde dagfractie van de n-de dag (een waargenomen gestandaardiseerde dagfractie  $u_n$  wordt in het model geacht een realisatie te zijn van de stochastische variabele  $\underline{u}_n$ ), waarbij de werkdagen opeenvolgend zijn genummerd, dan luidt het model voor het eenvoudigste autoregressieve proces

$$\underline{u}_n = a_1 \underline{u}_{n-1} + \underline{e}_n \quad (n = 1, 2, \dots),$$

waarbij  $\underline{u}_{n-1}$  en  $\underline{e}_n$  ongecorreleerd zijn, evenals de  $\underline{e}_n$ 's onderling. Dit is een zgn. eerste orde proces met parameter  $a_1$ .  $a_1$  is in het model gelijk aan de (theoretische) autocorrelatie tussen twee opeenvolgende dagen en kan worden geschat door de uit de waarnemingen bepaalde waarde 0,6230. Invullen van deze schatting geeft de volgende theoretische autocorrelaties.

| <u>autocorrelaties in het model met 1 par.</u> |        |
|--|--------|
| twee opeenvolgende dagen                       | 0,6230 |
| één tussenliggende dag                         | 0,3881 |
| twee tussenliggende dagen                      | 0,2418 |
| drie tussenliggende dagen                      | 0,1506 |
| vier tussenliggende dagen                      | 0,0939 |

Een tweede orde autoregressief proces met parameters  $a_1$  en  $a_2$  heeft de vorm

$$\underline{u}_n = a_1 \underline{u}_{n-1} + a_2 \underline{u}_{n-2} + \underline{e}_n \quad (n = 1, 2, \dots),$$

waarbij  $(\underline{u}_{n-1}, \underline{u}_{n-2})$  en  $\underline{e}_n$  ongecorreleerd zijn, evenals de  $\underline{e}_n$ 's onderling. De autocorrelaties in het model zijn hier functies van  $a_1$  en  $a_2$ . Door gelijkstelling van de eerste twee uit de waarnemingen bepaalde en de eerste twee theoretische autocorrelaties kunnen schattingen worden bepaald voor  $a_1$  en  $a_2$ .

schattingena<sub>1</sub> 0,6001a<sub>2</sub> 0,0367

In een model met deze schattingen als parameterwaarden voor a<sub>1</sub> en a<sub>2</sub> gelden de volgende autocorrelaties:

autocorrelaties in het model met 2 par.

twee opeenvolgende dagen 0,6230

één tussenliggende dag 0,4106

twee tussenliggende dagen 0,2693

drie tussenliggende dagen 0,1767

vier tussenliggende dagen 0,1159

De door dit model gegenereerde samenhang tussen de dagen vertoont een redelijke overeenstemming met die van de waarnemingen.

Tot nu toe werd alleen de coupure  $f$  100 beschouwd; wanneer men ook voor de overige coupures ( $f$  1000,  $f$  25,  $f$  10,  $f$  5) op dezelfde wijze een model aanpast, vindt men de volgende schattingen voor de parameters a<sub>1</sub> en a<sub>2</sub> van het tweede orde autoregressieve proces:

| <u>coupure</u> | <u><math>f</math> 1000</u> | <u><math>f</math> 100</u> | <u><math>f</math> 25</u> | <u><math>f</math> 10</u> | <u><math>f</math> 5</u> |
|----------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| a <sub>1</sub> | 0,3364                     | 0,6001                    | 0,4340                   | 0,5376                   | 0,3592                  |
| a <sub>2</sub> | 0,2534                     | 0,0367                    | 0,0474                   | 0,0759                   | 0,2185                  |

Met behulp hiervan kunnen autocorrelaties van gestandaardiseerde dagfracties van verschillende dagen in het model worden berekend (vgl. tabel 8):

| <u>coupure</u>            | <u><math>f</math> 1000</u> | <u><math>f</math> 100</u> | <u><math>f</math> 25</u> | <u><math>f</math> 10</u> | <u><math>f</math> 5</u> |
|---------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| twee opeenvolgende dagen  | 0,4505                     | 0,6230                    | 0,4556                   | 0,5818                   | 0,4596                  |
| één tussenliggende dag    | 0,4049                     | 0,4106                    | 0,2451                   | 0,3887                   | 0,3836                  |
| twee tussenliggende dagen | 0,2503                     | 0,2693                    | 0,1280                   | 0,2531                   | 0,2382                  |
| drie tussenliggende dagen | 0,1868                     | 0,1767                    | 0,0671                   | 0,1656                   | 0,1694                  |
| vier tussenliggende dagen | 0,1263                     | 0,1159                    | 0,0352                   | 0,1082                   | 0,1129                  |

De vraag die nu zou kunnen rijzen is, of deze modellen met tweede orde autoregressieve processen in voldoende mate de essentiële eigenschappen van de beschouwde situatie weergeven. Zou b.v. een autoregressief proces van een andere orde geen betere afspiegeling van de werkelijkheid zijn?

Het model voor een  $k$ -de orde autoregressief proces met parameters  $a_1, \dots, a_k$  is

$$(*) \quad \underline{u}_n = a_1 \underline{u}_{n-1} + \dots + a_k \underline{u}_{n-k} + \underline{e}_n \quad (n = 1, 2, \dots),$$

waarbij  $(\underline{u}_{n-1}, \dots, \underline{u}_{n-k})$  en  $\underline{e}_n$  ongecorreleerd zijn, evenals de  $\underline{e}_n$ 's onderling.

Wanneer nu  $a_k$  (in absolute waarde) klein is t.o.v. de overige parameters, dan zal de term  $a_k \underline{u}_{n-k}$  weinig invloed hebben in (\*) en zou men kunnen overwegen om met een  $(k-1)$ -ste orde proces te volstaan. Omgekeerd zou men zich bij de coupure  $f$  1000 af kunnen vragen of een aanpassing van b.v. het derde orde proces niet zou kunnen leiden tot een waarde van  $a_3$  die niet klein is t.o.v.  $a_1$  en  $a_2$  en men zodoende beter een derde orde proces zou kunnen beschouwen.

Nu kan men processen van steeds hoger wordende orde aan gaan passen en de grootte van de parameters gaan onderzoeken. Dit zou echter rekentechnisch zeer bewerkelijk zijn. Oppervlakkig gezien lijkt (\*) echter op een regressievergelijking en dit geeft een aanknopingspunt om een methode te vinden die een indruk geeft van de grootte van parameters van hogere orde processen. De schattingen van  $a_1, \dots, a_k$  uit de regressieanalyse blijken namelijk in belangrijke mate overeen te komen met de in het bovenstaande gebruikte techniek van gelijkstelling van de eerste  $k$  uit waarnemingen berekende en de eerste  $k$  theoretisch bepaalde autocorrelaties<sup>\*)</sup>.

Ook al lijken de schattingen in beide situaties op elkaar, de doelstellingen zijn verschillend, in de regressieanalyse worden  $a_1, \dots, a_k$  zodanig geschat dat de (residuele) variantie van de  $\underline{e}_n$ 's zo klein mogelijk is, in onze situatie zou men  $a_1, \dots, a_k$  zo willen schatten dat de (residuele) autocorrelaties van de  $\underline{e}_n$ 's zo klein mogelijk zijn.

\*) De berekeningen van de regressieanalyse zijn veel eenvoudiger uit te voeren, aangezien hiervoor uitgebreide computerprogrammatuur beschikbaar is.

Hieruit kunnen we een tweede, heuristisch criterium afleiden voor de keuze van de orde van het proces. Voor een aantal processen van verschillende orde schatten we m.b.v. regressieanalyse de parameters, berekenen de residuen en kiezen vervolgens die orde waarbij de residuele autocorrelaties het kleinst zijn.

Deze procedure is toegepast op alle coupures en de resultaten ervan zijn samengevat in de tabellen 9 t/m 13. Op grond hiervan kiezen we voor de coupures  $f$  1000,  $f$  100,  $f$  25,  $f$  10,  $f$  5 respectievelijk de ordes 4, 1, 2, 2, 3.

De uit de regressieanalyse gevonden schattingen voor de parameters kunnen nog iets worden verbeterd door hen te vervangen door schattingen verkregen door de in het voorgaande beschreven gelijkstelling van theoretische en praktische autocorrelaties. De aldus verkregen schattingen zijn:

schattingen uit regressie

| coupure | $f$ 1000 | $f$ 100 | $f$ 25 | $f$ 10 | $f$ 5  |
|---------|----------|---------|--------|--------|--------|
| $a_1$   | 0,3648   | 0,640   | 0,4334 | 0,5289 | 0,3194 |
| $a_2$   | 0,3246   |         | 0,0590 | 0,1049 | 0,2227 |
| $a_3$   | -0,1286  |         |        |        | 0,0653 |
| $a_4$   | -0,0134  |         |        |        |        |

schattingen door gelijkstelling

| coupure | $f$ 1000 | $f$ 100 | $f$ 25 | $f$ 10 | $f$ 5  |
|---------|----------|---------|--------|--------|--------|
| $a_1$   | 0,3727   | 0,6230  | 0,4340 | 0,5376 | 0,3446 |
| $a_2$   | 0,3032   |         | 0,0474 | 0,0759 | 0,1946 |
| $a_3$   | -0,1442  |         |        |        | 0,0667 |
| $a_4$   | -0,0032  |         |        |        |        |

De nu geformuleerde modellen zijn echter nog niet geschikt voor het uitvoeren van simulaties in de praktijk. Daartoe dienen zij verder gespecificeerd te worden. Allereerst dient een geschikte kansverdeling gevonden te worden waaruit de m.b.v. de waarnemingen gevonden residuen  $e_n$  afkomstig zouden kunnen zijn. In de figuren 2 t/m 6 zijn de residuen uitgezet op normaal waarschijnlijkheidspapier. Een normale verdeling lijkt niet onredelijk. Voor de gestandaardiseerde dagfracties is hetzelfde gedaan in de figuren 7 t/m 11. Ook hier zou een normale verdeling kunnen voldoen.

Een praktische simulatie van dagfracties kan nu als volgt worden geschetst. Zij  $k$  de orde van het gekozen autoregressieve proces.  $(u_0, \dots, u_{1-k})'$  wordt bepaald als resultaat van één trekking uit een  $k$ -dimensionale normale verdeling met verwachtingsvector 0 en een covariantiematrix die de gewenste samenhang tussen de componenten van  $(u_0, \dots, u_{1-k})'$  bewerkstelligt. Onafhankelijk hiervan wordt een rij  $e_1, e_2, \dots$  gegenereerd als uitkomsten van onafhankelijke trekkingen uit een normale verdeling met verwachting 0 en een door de structuur van het autoregressieve proces voorgeschreven variantie. Overeenkomstig relatie (\*) van pagina 10 worden hieruit successievelijk  $u_1, u_2, \dots$  bepaald. Deze worden geïnterpreteerd als gestandaardiseerde dagfracties, waaruit m.b.v. de geschatte daggemiddelden en dagstandaardafwijkingen simulaties voor dagfracties worden berekend. Enige statistische details van de gang van zaken zijn opgenomen in appendix 1.

Tenslotte kan nog worden opgemerkt dat, gezien de exploratieve wijze waarop de modelvorming is verricht, het weinig zinvol lijkt de uiteindelijk gevonden modellen op significantie te toetsen, waarbij het bovendien onduidelijk is hoe men "significantie" zou moeten interpreteren.

#### 4. DETECTIEKANSEN

In het verleden zijn verschillende situaties naar voren gekomen waarin vangstkansen kunnen worden berekend. Om tot een duidelijke bepaling te komen van de meest gewenste situatie, volgt een schets van een aantal van hen.



Situatie 1:

Dit is de situatie zoals beschreven in rapport S388. Het aantal bewaardagen,  $bw$ , is van tevoren vastgesteld en constant. Op dag 1 wordt een aantal falsificaten in omloop gebracht. Het is mogelijk dat met falsificaten corresponderende echte biljetten zich reeds in de kluis bevinden. Op dag  $i$  wordt m.b.v. een binomiale verdeling met geschikte parameters geloot hoeveel falsificaten er met de  $i$ -de dagfractie,  $p_i$ , bij de bank zullen binnenkomen en wordt de (vangst)kans berekend dat, gegeven dit aantal, op dag  $i$  voor het eerst minstens één falsificaat wordt ontdekt. Deze kans kan b.v. de eerste dagen gelijk zijn aan nul omdat er nog geen falsificaten zijn ontvangen.

Situatie 2:

In de brief d.d. 6-2-1968 wordt de situatie beschreven waarin op dag 0 het eerste falsificaat arriveert, nadat de falsificaten op een willekeurige eerdere dag in omloop zijn gebracht. Op dag 0 bevinden zich alle bijbehorende echte biljetten in de uitstaande circulatie. Deze eis is noodzakelijk aangezien wordt verondersteld dat het aantal bewaardagen nu niet meer vast is, maar groter is dan elk te beschouwen aantal dagen. Op dezelfde manier als in situatie 1 wordt de (vangst)kans bepaald dat op dag  $i$  voor het eerst een falsificaat wordt ontdekt en daaruit de kans dat dit aantal dagen hoogstens  $i$  is.

De situaties 1 en 2 zijn erop gericht om de aanwezigheid van falsificaten in de circulatie te signaleren. De kans op ontdekking van minstens één falsificaat wordt bepaald door het gedrag van het hele pakket in de circulatie aanwezige falsificaten en bijbehorende echte biljetten. Situatie 1 telt het aantal dagen tot de eerste ontdekking, inclusief die dagen waarop er al falsificaten in omloop zijn, maar er nog geen zijn ontvangen. Voor de eigenschappen van het detectiesysteem spelen de dagen vóór binnenkomst van het eerste falsificaat echter geen rol, zodat deze beter buiten beschouwing kunnen blijven. De veronderstelling in situatie 2 dat op dag 0 alle bijbehorende echte biljetten zich in de uitstaande circulatie bevinden, leidt tot een ongewenste onderschatting van de detectiekans. Deze beide overwegingen geven aanleiding tot het formuleren van de volgende situatie.

Situatie 3:

Dit is in zekere zin een combinatie van de situaties 1 en 2. Het aantal bewaardagen,  $bw$ , is vast; de dagen worden geteld vanaf de binnenkomst van het eerste falsificaat (we noemen dit dag 0) tot de eerste ontdekking van een, mogelijk ander, falsificaat; op dag 0 kunnen zich met falsificaten corresponderende echte biljetten reeds in de kluis bevinden. Uitgerekend wordt weer de kans dat op dag  $i$  de eerste ontdekking plaatsvindt.

In situatie 3 is het mogelijk dat op de dag van ontdekking één of meer niet ontdekte falsificaten al weer zijn uitgegeven. Om de kans op het uitgeven van falsificaten door de Bank te onderzoeken, kan worden nagegaan hoe groot de kans is dat *één* eenmaal ontvangen falsificaat weer zal worden uitgegeven, d.w.z. niet zal worden ontdekt gedurende *zijn* bewaartijd. Hier wordt zodoende één falsificaat met corresponderend echt biljet beschouwd, de overige falsificaten zijn voor het bestuderen van deze detectiekans van geen belang. Ook als dit falsificaat het eerste van meerdere is, gaat het alleen om dit éne falsificaat. Aannemelijk is wel dat de tijd die verstrijkt tussen het in omloop brengen van meerdere falsificaten en de binnenkomst van het eerste bij de Bank korter zal zijn dan in het geval van één falsificaat, maar dit heeft geen invloed op de zojuist genoemde detectiekans. Voor het bovenstaande wordt de volgende situatie ingevoerd.

Situatie 4:

Zij  $p_j$  de fractie bankbiljetten van een bepaalde coupure die op dag  $j$  door de Bank wordt ontvangen (waarbij de fractie wordt bepaald t.o.v. de totale circulatie van die coupure op dag  $j$ ). Zij verder de 0-de dag de dag waarop er een falsificaat wordt ontvangen.

De te bepalen detectiekans wordt nu gedefinieerd als de kans dat dit falsificaat wordt ontdekt gedurende zijn bewaartijd van  $bw$  dagen, d.w.z. op één van de dagen  $0, 1, \dots, bw$ .

Hierbij kan al dan niet rekening worden gehouden met het zgn. "al gezien"-effect.

Als varianten van de geschetste situaties kunnen worden beschouwd situaties met positieve buitenfractie en, indien het aantal bewaardagen vast is, situaties met een vertraagde uitgifte.

De detectiekans van situatie 4 zal de *vangstkans* worden genoemd en zal worden behandeld in paragraaf 5; die van situatie 3 zullen we *alarmkans* noemen; deze situatie wordt verder in paragraaf 6 beschouwd. Een vangstkans is een getal dat aangeeft de kans dat een bepaald falsificaat, nadat het eenmaal is ontvangen, als zodanig wordt herkend gedurende de tijd dat het bewaard wordt; een alarmkans echter kan worden opgevat als *een rij getallen* zodanig dat het  $i$ -de getal in de rij aangeeft de kans dat op de  $i$ -de dag voor het eerst wordt ontdekt dat er falsificaten zijn ontvangen. Beschouwen we kansen op ontdekking vóór of op de  $i$ -de dag (in situatie 3), dan spreken we over een *cumulatieve alarmkans*.

## 5. DE VANGSTKANS

De in situatie 4 van paragraaf 4 gedefinieerde vangstkans kan ook worden opgevat als de kans dat het eerste van een rij falsificaten binnen  $bw$  dagen na ontvangst wordt ontdekt. Bij de volgende berekening maken we gebruik van modelveronderstellingen M1 t/m M4 en van

- M5: *De biljetten overeenkomend met een dagfractie vormen een aselechte steekproef uit de uitstaande circulatie, zodat o.a. elk biljet daarvan dezelfde kans heeft om tot de dagfractie te gaan behoren.*
- M6: *De nummers van falsificaten zijn aselekt geloot uit alle nummers van in circulatie zijnde biljetten.*
- M7: *De terugontvangen biljetten worden  $bw$  dagen in een kluis bewaard en op de dag daarna weer aan de uitstaande circulatie toegevoegd. De dag na de dag van uitgifte is de eerste dag waarop deze biljetten weer terug kunnen komen bij de Bank. (We zouden hier kunnen spreken van een uitgifte met een vaste vertraging van één dag.)*

### 5.1. De berekening

Op dag 0 wordt het falsificaat vergeleken met de biljetten van de fracties  $P_{-bw}, P_{-bw+1}, \dots, P_{-1}, P_0$  (de biljetten van de fracties  $P_{-bw}, \dots, P_{-1}$  liggen nl. op dag 0 in de kluis) en op dag  $j$  met die van  $p_j$  ( $j = 1, \dots, bw$ ). Verwaar-

lozen we het "al gezien"-effect, d.w.z. nemen we aan dat elk biljet hoogstens één keer met het falsificaat wordt vergeleken, dan is de gevraagde kans gelijk aan  $\sum_{j=-bw}^{bw} p_j$ .

#### 5.1.1. Het "al gezien" effect

Als op dag 0 een falsificaat wordt ontvangen, dan wordt dit o.a. vergeleken met biljetten van fractie  $p_{-bw}$ , biljetten die op dag 1 weer in omloop worden gebracht en waarvan een gedeelte op dag 2 kan worden terugontvangen. Dit gedeelte wordt dan opnieuw met het falsificaat vergeleken. Indien zich het bijbehorende echte biljet in eerste instantie niet in de fractie  $p_{-bw}$  bevindt, zal het zich zodoende in tweede instantie ook niet in het bovenbedoelde terugontvangen gedeelte bevinden, zodat dit gedeelte voor het berekenen van de vangstkansen buiten beschouwing dient te blijven. We kunnen proberen deze situatie in een model weer te geven.

Op dag 1 wordt fractie  $p_{-bw}$  uitgegeven, bevinden de fracties  $p_{-bw+1}, \dots, p_0$  zich in de kluis en wordt fractie  $p_1$  ontvangen.

|              |                        |                                     |
|--------------|------------------------|-------------------------------------|
| <i>dag 1</i> | ontvangst:             | $\{p_1\}$                           |
|              | kluis:                 | $\{p_0, p_{-1}, \dots, p_{-bw+1}\}$ |
|              | uitgifte:              | $\{p_{-bw}\}$                       |
|              | uitstaande circulatie: | alle overige biljetten              |

Op dag 2 ontvangt de Bank fractie  $p_2$  die is samengesteld uit een gedeelte afkomstig van fractie  $p_{-bw}$ , zeg  $r_2$ , en een gedeelte afkomstig uit de overige uitstaande circulatie, zeg  $s_2$ .

|                |  |                             |                        |
|----------------|--|-----------------------------|------------------------|
| <i>dag 2</i> → | ontvangst:   | $\{p_2\}$                   | $(p_2 = r_2 + s_2)$    |
|                | kluis:   | $\{p_1, \dots, p_{-bw+2}\}$ |                        |
|                | uitgifte:  | $\{p_{-bw+1}\}$             |                        |
|                | reeds met $p_0$ vergeleken:<br>uitstaande circulatie | $\{p_{-bw}\}$               |                        |
| ← $r_2$        | overige uitstaande:<br>circulatie                    |                             | alle overige biljetten |
| ← $s_2$        |  |                             |                        |

Op dag  $j$  ( $2 \leq j \leq bw$ ) kan de situatie als volgt worden geschetst.

|         |  |  |
|---------|--|--|
| dag $j$ | ontvangst:   | $\{p_j\}$ ( $p_j = r_j + s_j$ )  |
|         | kluis:   | $\{p_{j-1}, \dots, p_{j-bw}\}$   |
|         | uitgifte:  | $\{p_{j-bw-1}\}$   |
|         | reeds met $p_0$ vergeleken:<br>uitstaande circulatie | $\{p_{j-bw-2}, \dots, p_{-bw}\}$ voor zover<br>niet behorend tot $\{r_{j-1}, \dots, r_2\}$ .               |
|         | overige uitstaande:<br>circulatie                    | alle biljetten niet behorend<br>tot $\{p_1, p_0, p_{-1}, \dots, p_{-bw}\}$ of<br>$\{s_{j-1}, \dots, s_2\}$ |

Rekening houdend met het "al gezien"-effect is de vangstkans gelijk aan  $\sum_{j=-bw}^1 p_j + \sum_{j=2}^{bw} s_j$ .

Volgens de modelveronderstelling M5 geldt dat de fractie bankbiljetten die op dag  $j$  door de Bank wordt ontvangen een aselechte steekproef is uit de *gehele* uitstaande circulatie. De  $s_j$ 's kunnen nu m.b.v. een recurrente betrekking uit de  $p_j$ 's worden bepaald.

De vangstkans die rekening houdt met het "al gezien" -effect zal de *pessimistische vangstkans* worden genoemd, de oorspronkelijke de *optimistische vangstkans*.

## 5.2. De simulatie

Er is een computerprogramma ontwikkeld dat, op basis van het reeds geformuleerde model voor de dagontvangsten, bovengenoemde vangstkansen voor simulaties kan berekenen, gegeven de parameters van het ontvangstmodel, het aantal bewaardagen en het aantal simulaties (zie appendix 2).

## 5.3. De resultaten

Enige resultaten voor de coupure  $f$  100 zijn in de tabellen 14 t/m 20 samengevat. Bij een simulatie van de optimistische vangstkansen van 100 series (=simulaties) en 10 bewaardagen b.v. lag volgens tabel 14 één vangstkans tussen 0,10 en 0,15 en lagen er 99 tussen 0,15 en 0,20, terwijl het gemiddelde 0,17 was.

De uitkomsten van experimenten met 1000 simulaties vertonen goede overeenstemming met die met 100 simulaties, zodat verder steeds is volstaan met 100 simulaties per experiment.

Vergelijking van de diverse tabellen doet vermoeden dat de vangstkansen weinig gevoelig zijn voor kleine veranderingen van de parameters van het model dat de dagfracties genereert.

Optimistische en pessimistische vangstkansen voor de overige coupures zijn te vinden in de tabellen 21 t/m 28.

#### 5.4. De interpretatie

Tot slot van deze paragraaf nog een opmerking over de interpretatie van deze vangstkansen. De hier berekende en gesimuleerde vangstkans, zeg  $q$ , is de kans dat, onder de aanname van de juistheid van de modelveronderstellingen, één bepaald falsificaat dat op zekere dag door de Bank wordt ontvangen, gedurende zijn bewaartijd door het beschouwde detectiesysteem wordt ontdekt. Veronderstel nu b.v. dat gedurende een zekere periode  $n$  falsificaten met  $n$  verschillende nummers worden ontvangen en dat zij onafhankelijk van elkaar optreden, dan is de kans dat zij *allemaal* ontdekt worden gelijk aan  $q^n$ . (Als b.v.  $q = 0,20$  en  $n = 10$ , dan is  $q^n = 0,0000001024$ .)

## 6. DE ALARMKANS

Naast de modelveronderstellingen M1 t/m M6 maken we in situatie 3 van paragraaf 4 ook nog gebruik van de volgende.

M8: *Geen tweetal falsificaten draagt hetzelfde nummer.*

M9: *Het "al gezien"-effect mag worden verwaarloosd.*

M7 wordt ook verondersteld, maar dient in zoverre te worden gewijzigd, dat nu het aantal dagen vertraging weliswaar vast is, maar wel van tevoren kan worden gekozen. (In de berekening wordt hiervoor een extra parameter ingevoerd.)

### 6.1. De berekening

Voor de berekening van de alarmkans kan worden verwezen naar paragraaf A2 van de appendix van S388<sup>\*)</sup>.

### 6.2. De simulatie

Voor het simuleren van alarmkansen is programmatuur ontwikkeld, waarvan een korte beschrijving volgt.

Het computerprogramma is ruwweg opgebouwd uit vier delen. Het eerste creëert de startsituatie, waaronder begrepen het vullen van de kluis met dagfracties en het wachten op het eerste binnenkomende falsificaat (waarna de dagtelling op 0 wordt gezet); het tweede genereert nieuwe dagfracties volgens het opgestelde model; het derde loot het aantal binnenkomende falsificaten en het laatste deel berekent de alarmkans.

Een simulatie begint op het moment dat, zeg  $n_0$ , falsificaten in omloop gebracht worden en eindigt op de dag waarop de cumulatieve alarmkans het niveau  $1 - \beta$  overschrijdt, waarbij  $\beta$  uiteraard tussen 0 en 1 gekozen dient te worden.

Behalve  $n_0$  en  $\beta$  kunnen voor een simulatie nog twee parameters worden ingesteld, nl. het aantal bewaardagen  $bw$  en het aantal dagen vertraging bij de uitgifte,  $v$ .

Een *experiment* bestaat uit  $N$  dergelijke simulaties, elk met dezelfde parameterwaarden.

Zij  $q_{ij}$  de cumulatieve alarmkans op de  $i$ -de dag ( $i \geq 0$ ), gegeven de  $j$ -de simulatie ( $1 \leq j \leq N$ ) van een experiment, dan is  $(q_{i1}, \dots, q_{iN})$  een steekproef van de alarmkans op de  $i$ -de dag. De zo gevormde steekproeven worden verder geanalyseerd en samengevat in een aantal tabellen, waarin onder andere steekproefgemiddelde, steekproefstandaardafwijking en een overzicht van de steekproef d.m.v. een klasse-indeling zijn opgenomen. De tabellen 29 en 30 geven hiervan een voorbeeld.

<sup>\*)</sup> Bij nauwkeurige controle blijkt de formule voor  $f_i$  op bladzijde A5 (S388) niet geheel juist te zijn. Deze dient te worden vervangen door

$$f_i = (1 - p_{i-bw} - p_{i-bw+1} - \dots - p_i)^{j_i} \left( 1 - \frac{p_i}{1 - p_{i-1} - \dots - p_{i-bw-1}} \right)^{j_{i-1} + \dots + j_{i-bw}}$$

Dezelfde onnauwkeurigheid is ook in de formule van de vijfde regel van boven van bladzijde A5 geslopen.

### 6.3. De resultaten

De tabellen 29 en 30 bevatten de uitkomsten van een experiment bestaande uit 100 simulaties voor de coupure  $f$  100 met 100 falsificaten en 10 bewaardagen. Deze resultaten lijken redelijk overeen te stemmen met die van een soortgelijk experiment bestaande uit 200 simulaties (tabellen 31 en 32). Op grond hiervan werd besloten voor elk volgend experiment te volstaan met 100 simulaties.

Het simulatie-onderzoek omvat 75 experimenten, één per coupure ( $f$  1000,  $f$  100,  $f$  25,  $f$  10 en  $f$  5), per gekozen aantal bewaardagen (0, 1, 5, 10 en 15) en per gekozen aantal falsificaten (20, 100 en 1000).

Om enig inzicht te verkrijgen in de nauwkeurigheid van de gemiddelden en standaardafwijkingen van de gesimuleerde alarmkansen, zijn er voor de coupure  $f$  100 per aantal bewaardagen (5, 10 en 15) en per aantal falsificaten (20, 100 en 1000) bovendien tweede experimenten uitgevoerd. Met behulp van de tabellen 35, 36 en 43 t/m 46 kunnen eerste en tweede experimenten met elkaar worden vergeleken. Opmerkelijk is het relatief grote verschil tussen beide experimenten voor 100 falsificaten en 5 bewaardagen (zie tabellen 35 en 36), hetgeen tot nog toe niet door een fout kon worden verklaard.

De tabellen 33, 35, 37, 39 en 41 geven voor de situatie na 5 dagen simulatie per coupure de gemiddelde alarmkansen voor alle combinaties van aantallen bewaardagen en aantallen falsificaten; de tabellen 34, 36, 38, 40 en 42 hebben betrekking op de situatie na 10 dagen simulatie.

## 7. DE MODELVERONDERSTELLINGEN

De in het voorgaande gebruikte modelveronderstellingen zijn (vgl. paragraaf 3 van S388):

- M1: *Voor de te berekenen grootheden zijn dagontvangsten en circulatie niet elk afzonderlijk van belang, doch slechts de dagfractie, d.w.z. de dagontvangsten als fractie van de totale circulatie.*
- M2: *Dagfracties van overeenkomstige dagen van de week worden geacht afkomstig te zijn uit dezelfde kansverdeling.*
- M3: *Alle gestandaardiseerde dagfracties worden geacht afkomstig te zijn uit dezelfde kansverdeling.*



- M4: *In de loop der tijd verandert de onderlinge samenhang van de dagfracties niet.*
- M5: *De biljetten overeenkomend met een dagfractie vormen een aselechte steekproef uit de uitstaande circulatie, zodat o.a. elk biljet daarvan dezelfde kans heeft om tot de dagfractie te gaan behoren.*
- M6: *De nummers van falsificaten zijn aselekt geloot uit alle nummers van in circulatie zijnde biljetten.*
- M7: *De terugontvangen biljetten worden bv dagen in een kluis bewaard en op de dag (resp. v dagen) daarna weer aan de uitstaande circulatie toegevoegd. De dag na de dag van uitgifte is de eerste dag waarop deze biljetten weer terug kunnen komen bij de Bank.*
- M8: *Geen tweetal falsificaten draagt hetzelfde nummer.*
- M9: *Het "al gezien"-effect mag worden verwaarloosd.*

## 8. ENIGE VERSCHILPUNTEN VAN HET MODEL IN 1967, 1968 EN HET THANS GEHANTEERDE MODEL

In het volgende zal het in rapport S388 van het Mathematisch Centrum ingevoerde model worden aangegeven met MODEL I, het thans ontwikkelde en in dit rapport beschrevene met MODEL II.

### 1. MODEL I:

De dagfracties worden bepaald m.b.v. een kansverdeling met twee parameters,  $\mu$  en  $\sigma^2$ , respectievelijk de verwachting en de variantie van de zgn. "weekgemiddelde-dagfractie". Door  $\mu$  en  $\sigma$  worden de verwachtingen, varianties en covarianties van de dagfracties vastgelegd.

### MODEL II:

De dagfracties worden bepaald m.b.v. 10 parameters ( $\mu_1, \dots, \mu_5, \sigma_1, \dots, \sigma_5$  met  $\mu_i$  respectievelijk  $\sigma_i^2$  de verwachting respectievelijk variantie van de dagfractie van de  $i$ -de dag van de week) en de gestandaardiseerde dagfracties die worden gegenereerd door een autoregressief proces van zekere orde  $k$ , waarvan de  $k$  coëfficiënten en  $k$  zelf ook als parameters in het model zijn opgenomen.

## 2. MODEL I:

Twee dagfracties uit verschillende weken zijn stochastisch onafhankelijk.

## MODEL II:

Dagfracties uit verschillende weken zijn afhankelijk; i.h.b. worden vrijdag en de daarop volgende maandag als opeenvolgende dagen beschouwd.

## 3. MODEL I:

De onderlinge samenhang van de dagfracties is voor alle coupures gelijk.

## MODEL II:

De onderlinge samenhang van de dagfracties is afhankelijk van de orde en de waarden van de parameters van het gekozen autoregressieve proces.

## 4. MODEL I:

Bij de berekening van de alarmkans is een onjuiste formule gebruikt.

## MODEL II:

?

5. De verschillen van de situaties waarin detectiekansen zijn berekend, kunnen als volgt worden geschetst (vgl. paragraaf 4):

Relevante eigenschappen zijn:

A: Op dag 1 worden falsificaten in omloop gebracht.

B: Op dag 0 arriveert het eerste falsificaat bij de Bank.

C: Als de simulatie begint kan de kluis de bijbehorende echte biljetten bevatten.

D: Als de simulatie begint bevinden zich alle bijbehorende echte biljetten in de uitstaande circulatie.

E: De alarmkans wordt berekend.

F: De vangstkans wordt berekend.

G: Het aantal bewaardagen is groter dan elk te beschouwen aantal dagen.

H: Het aantal bewaardagen is vast.

Hierbij kan worden opgemerkt dat G D impliceert en H geïmpliceerd wordt door C.

Met behulp van deze eigenschappen kunnen de situaties van paragraaf 4 worden gekarakteriseerd zoals in het volgende schema is aangegeven.

|           |                     |                           |
|-----------|---------------------|---------------------------|
| MODEL I:  | S388                | (situatie 1): A, C, E     |
|           | brief d.d. 6-2-1968 | (situatie 2): B, D, E, G  |
| MODEL II: | Alarmkans           | (situatie 3): B, C, E, H  |
|           | Vangstkans          | (situatie 4): B, C, F, H. |

## 9. FIGUREN EN TABELLEN

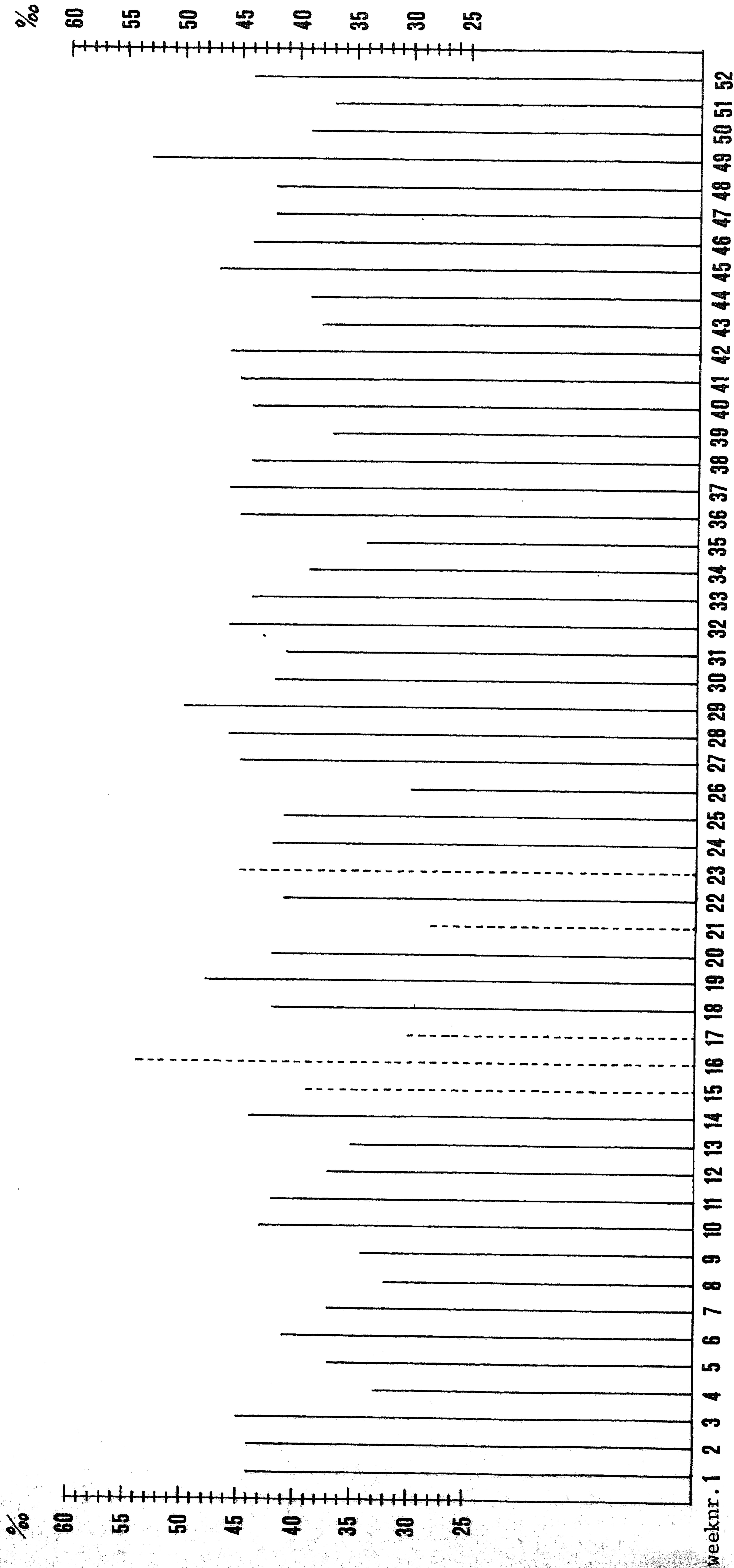
### Figuur 1. Weektotaal/circulatie

|     |   |
|-----|---|
| 2.  | Plot residuen van dagfracties, coupure $f$ 1000       |
| 3.  | $f$ 100   |
| 4.  | $f$ 25  |
| 5.  | $f$ 10  |
| 6.  | $f$ 5   |
| 7.  | Plot gestandaardiseerde dagfracties, coupure $f$ 1000 |
| 8.  | $f$ 100   |
| 9.  | $f$ 25  |
| 10. | $f$ 10  |
| 11. | $f$ 5   |

|          |  |
|----------|--|
| Tabel 1. | 1. Correlatiematrix en momenten van dagfracties van 47 volledige weken                   |
|          | 2. Correlatiematrix en momenten van dagfracties met aantal weken uitgezonderd (36 weken) |
|          | 3. Correlatiematrix van dagfracties met aantal weken gecorrigeerd (47 weken)             |
|          | 4. Correlatiematrix van dagfracties volgens model van S388                               |
|          | 5. Autocorrelaties van dagtotalen van alle dagen   |
|          | 6. Autocorrelaties van dagfracties van volledige weken                                   |
|          | 7. Momenten van dagfracties  |
|          | 8. Autocorrelaties van gestandaardiseerde dagfracties                                    |

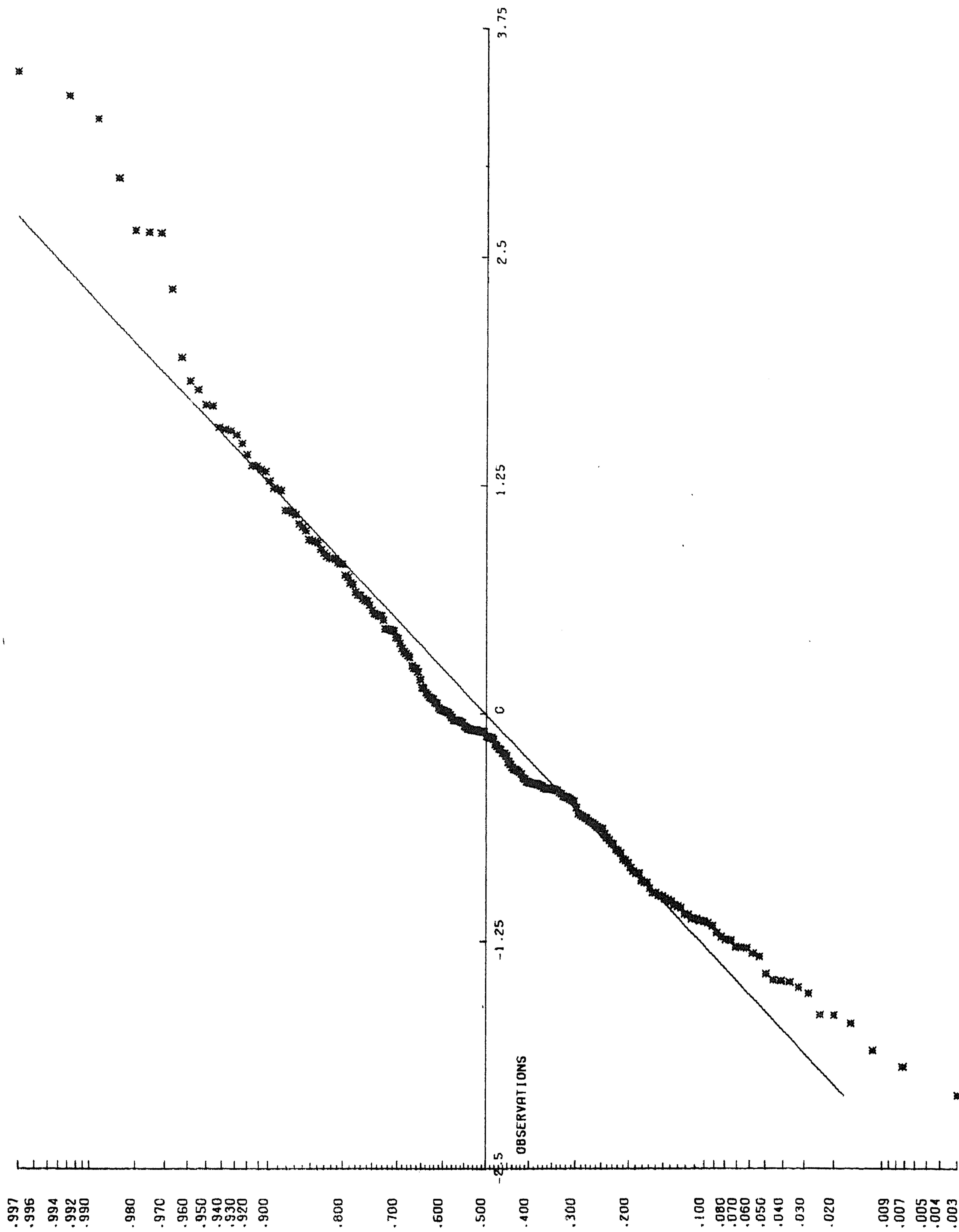
9. Schattingen en residuele autocorrelaties voor coupure  $f$  1000
10.  $f$  100
11.  $f$  25
12.  $f$  10
13.  $f$  5
14. Optimistische vangstkans voor  $f$  100, 100 simulaties met parameters  $a_1 = 0,6001$ ,  $a_2 = 0,0367$
15. Pessimistische vangstkans voor  $f$  100, 100 simulaties met parameters  $a_1 = 0,6001$ ,  $a_2 = 0,0367$
16. Optimistische vangstkans voor  $f$  100, 100 simulaties met parameter  $a_1 = 0,6410$
17. Pessimistische vangstkans voor  $f$  100, 100 simulaties met parameter  $a_1 = 0,6410$
18. Optimistische en pessimistische vangstkans voor  $f$  100, 1000 simulaties, 10 bewaardagen met parameters  $a_1 = 0,6001$ ,  $a_2 = 0,0367$
19. Optimistische vangstkans voor  $f$  100 met  $a_1 = 0,6230$
20. Pessimistische vangstkans voor  $f$  100 met  $a_1 = 0,6230$
21. Optimistische vangstkans voor  $f$  1000
22. Pessimistische vangstkans voor  $f$  1000
23. Optimistische vangstkans voor  $f$  25
24. Pessimistische vangstkans voor  $f$  25
25. Optimistische vangstkans voor  $f$  10
26. Pessimistische vangstkans voor  $f$  10
27. Optimistische vangstkans voor  $f$  5
28. Pessimistische vangstkans voor  $f$  5
29. Cumulatieve alarmkansen voor  $f$  100, 10 bewaardagen, 100 falsificaties, 100 simulaties
30. Momenten van cumulatieve alarmkansen corresponderend met tabel 29
31. Cumulatieve alarmkansen voor  $f$  100, 10 bewaardagen, 100 falsificaties, 200 simulaties
32. Momenten van cumulatieve alarmkansen corresponderend met tabel 31
33. Gemiddelde cumulatieve alarmkansen voor  $f$  1000, na 5 dagen
34. na 10 dagen
35. voor  $f$  100, na 5 dagen
36. na 10 dagen

37.                               voor  $f$    25, na 5 dagen  
 38.   na 10 dagen  
 39.                               voor  $f$    10, na 5 dagen  
 40.   na 10 dagen  
 41.                               voor  $f$    5, na 5 dagen  
 42.   na 10 dagen  
 43. Steekproefstandaardafwijkingen voor  $f$  100, na 5 dagen, eerste  
 experiment  
 44. Steekproefstandaardafwijkingen voor  $f$  100, na 5 dagen, tweede  
 experiment  
 45. Steekproefstandaardafwijkingen voor  $f$  100, na 10 dagen, eerste  
 . experiment  
 46. Steekproefstandaardafwijkingen voor  $f$  100, na 10 dagen, tweede  
 experiment



N.B. stippellijnen duiden op onvolledige weken,  
d.w.z. weken met minder dan 5 werkdagen.

figuur 1 (weektotaal ontvangen bankbiljetten coupure f 100)/(gemiddelde circulatie)

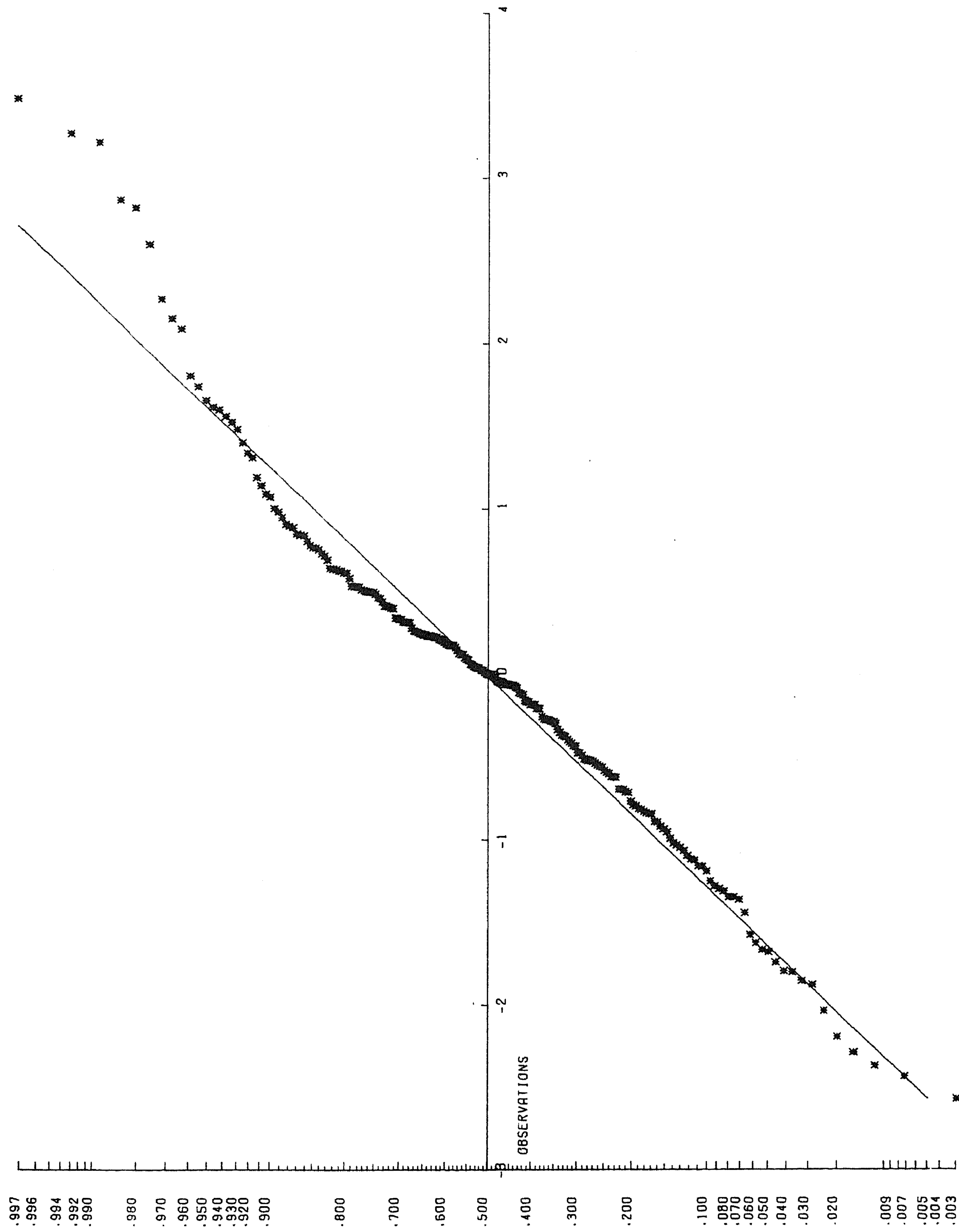


Figuur 2. Plot residuen van dagfracties, coupure  $f$  1000

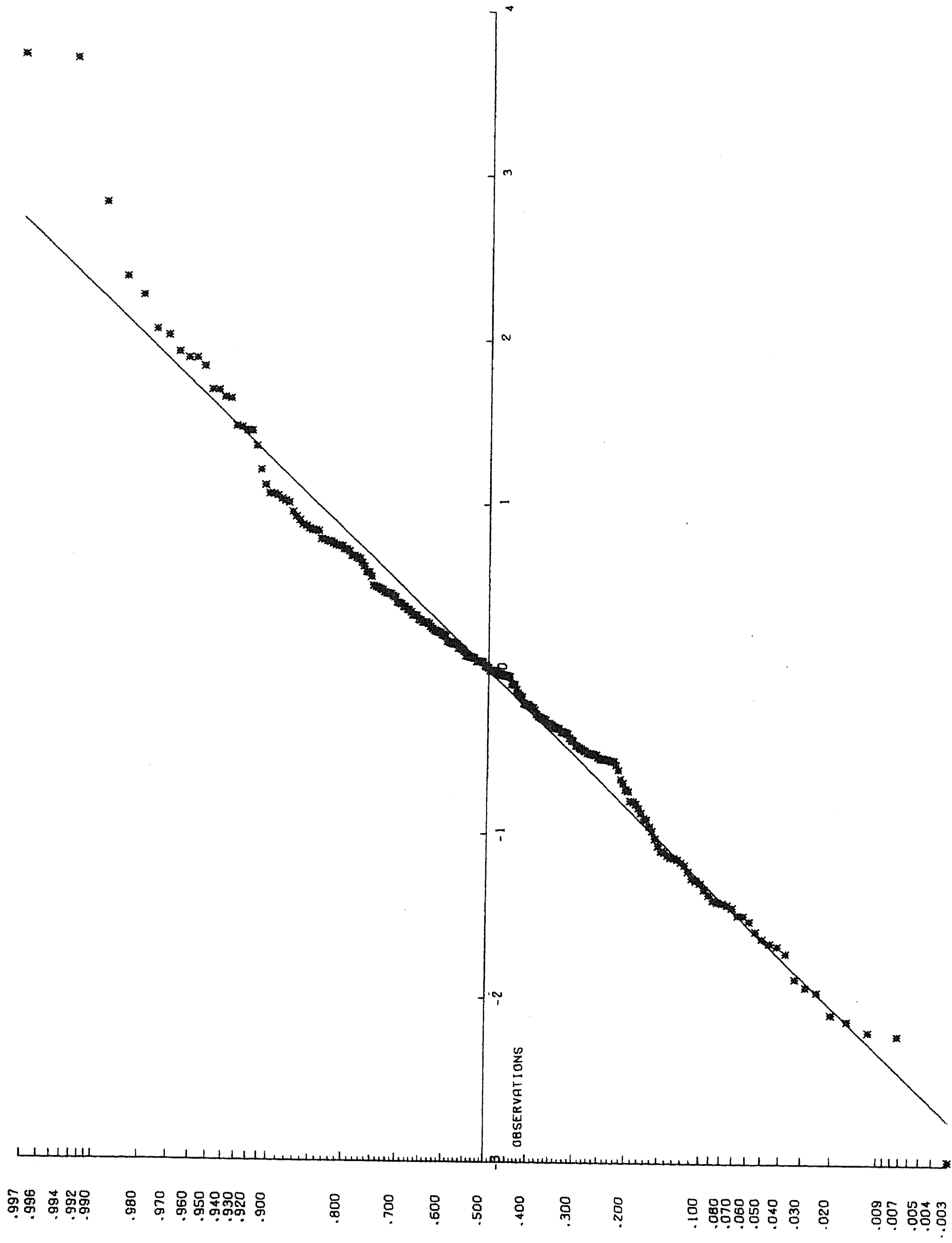


Figuur 3. Plot residuen van dagfracties, coupure  $f$  100

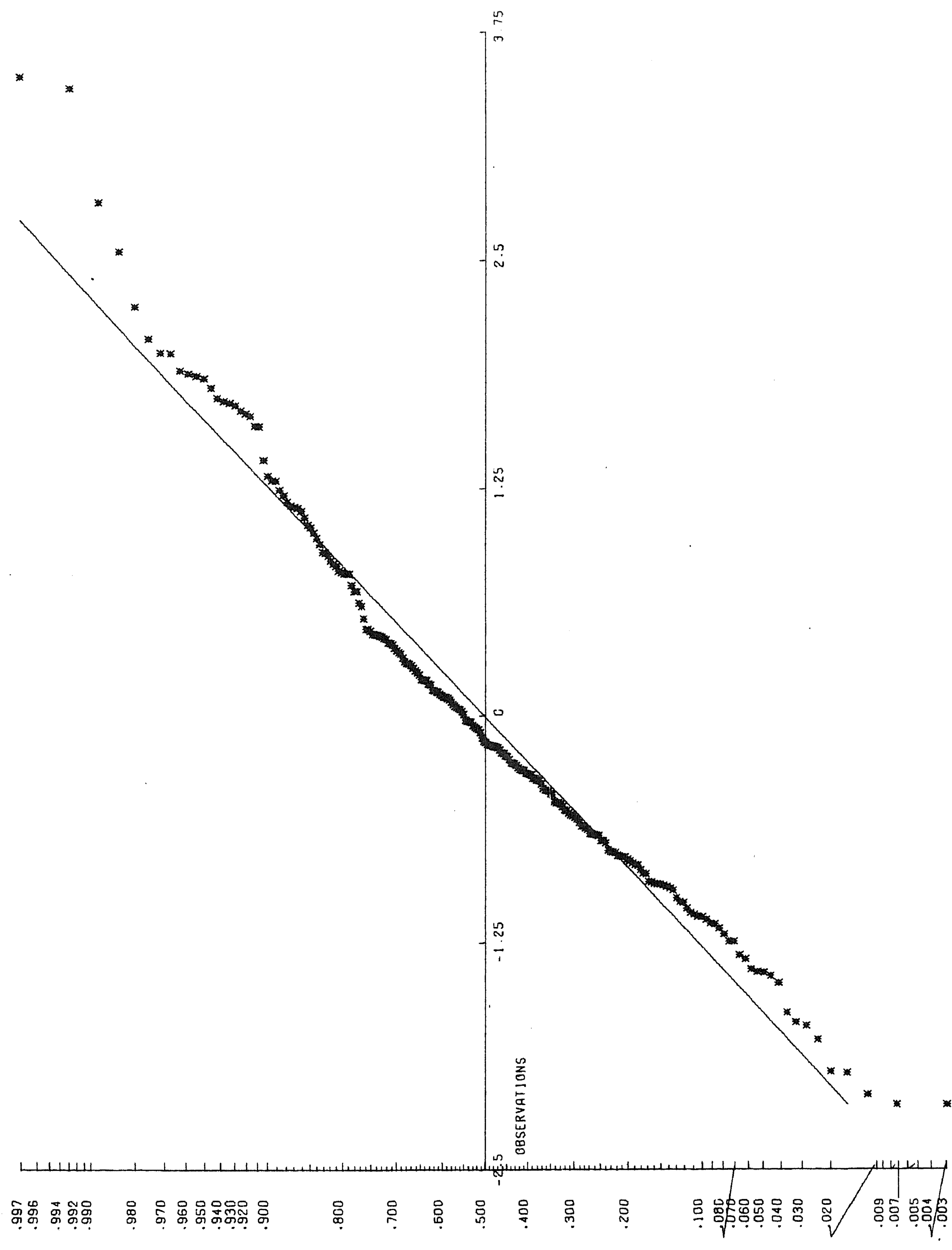




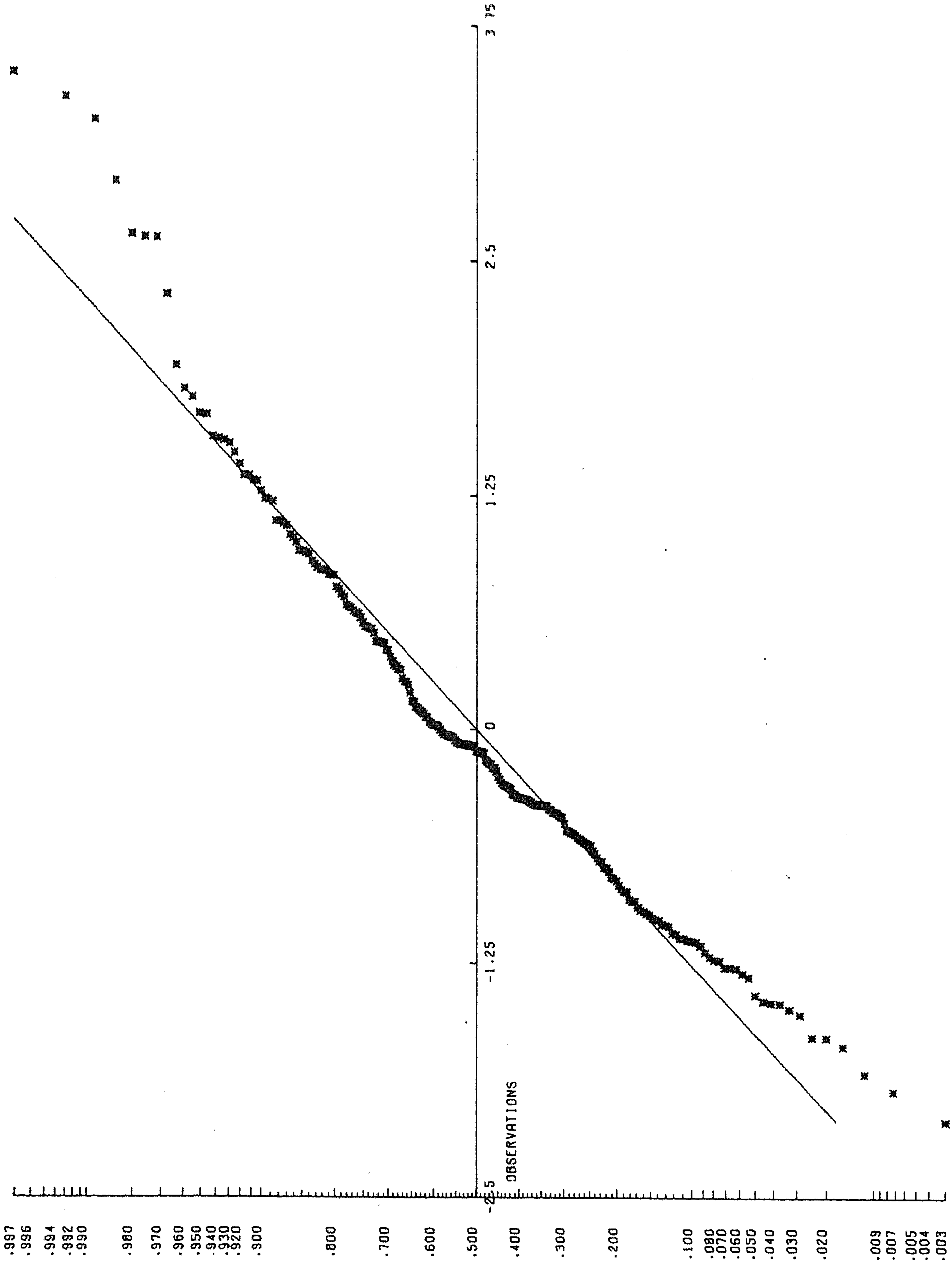
Figuur 4. Plot residuen van dagfracties, coupure  $f$  25



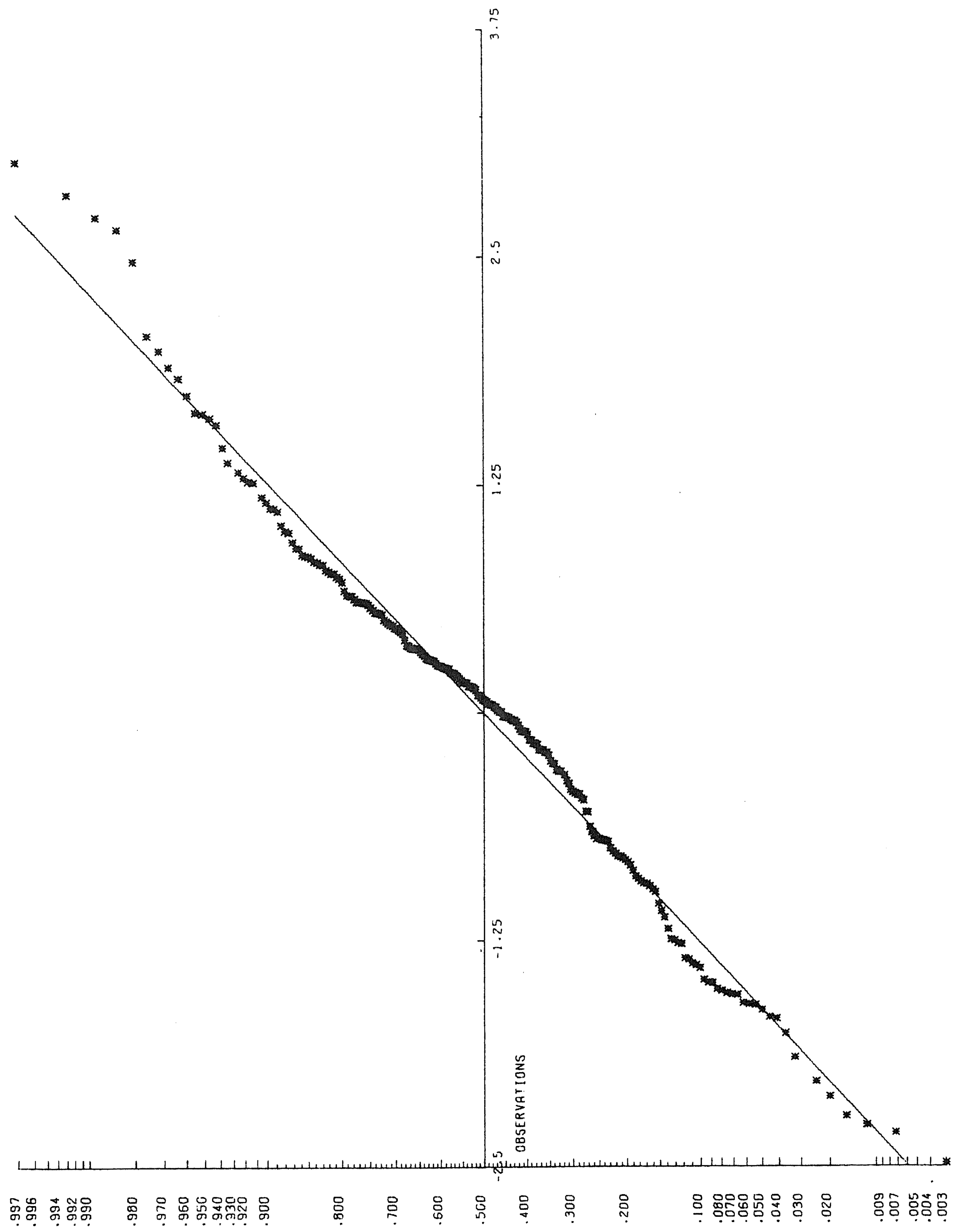
Figuur 5. Plot residuen van dagfracties, coupure  $f$  10



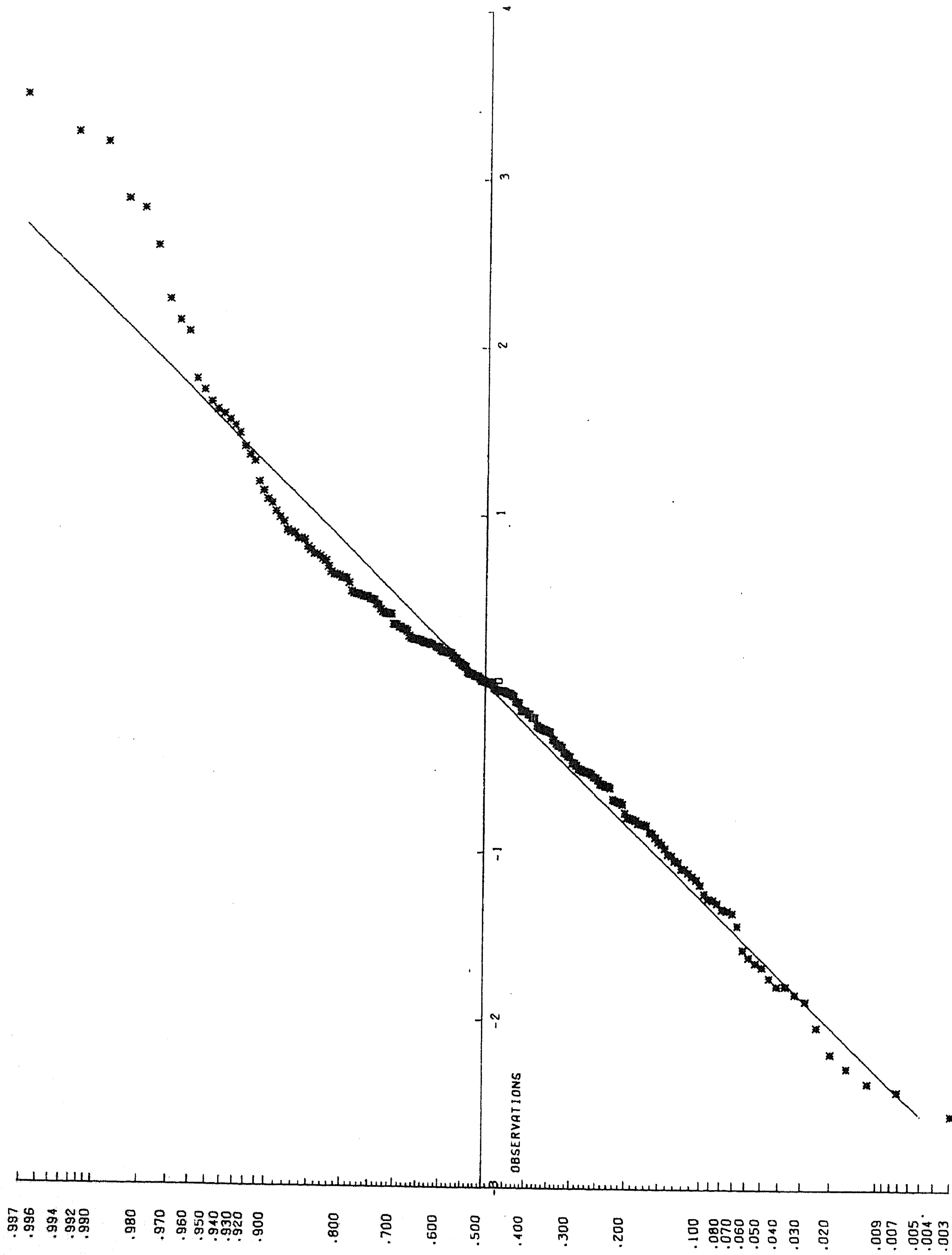
Figuur 6. Plot residuen van dagfracties, coupure *f* 5



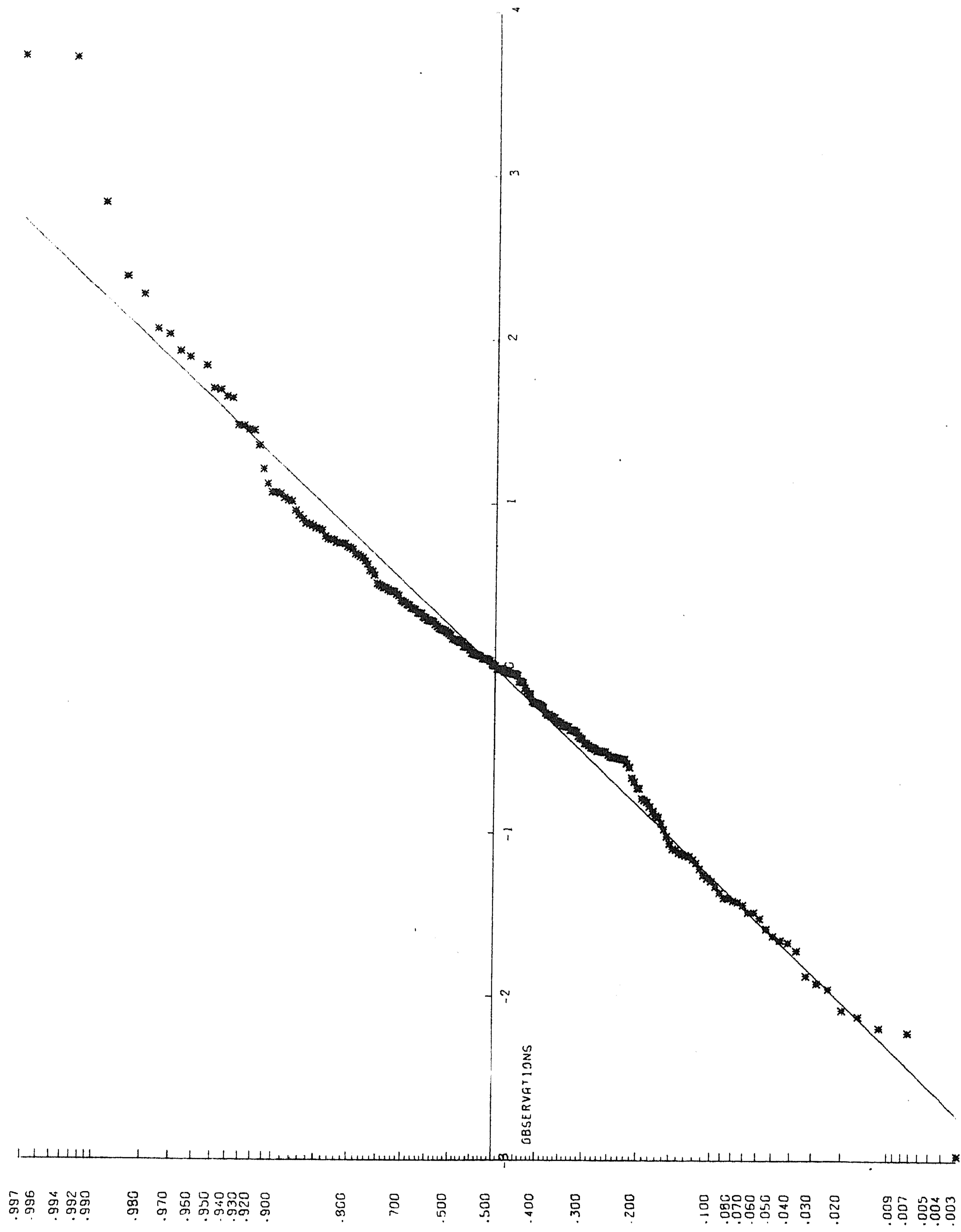
Figuur 7. Plot gestandaardiseerde dagfracties, coupure  $f$  1000



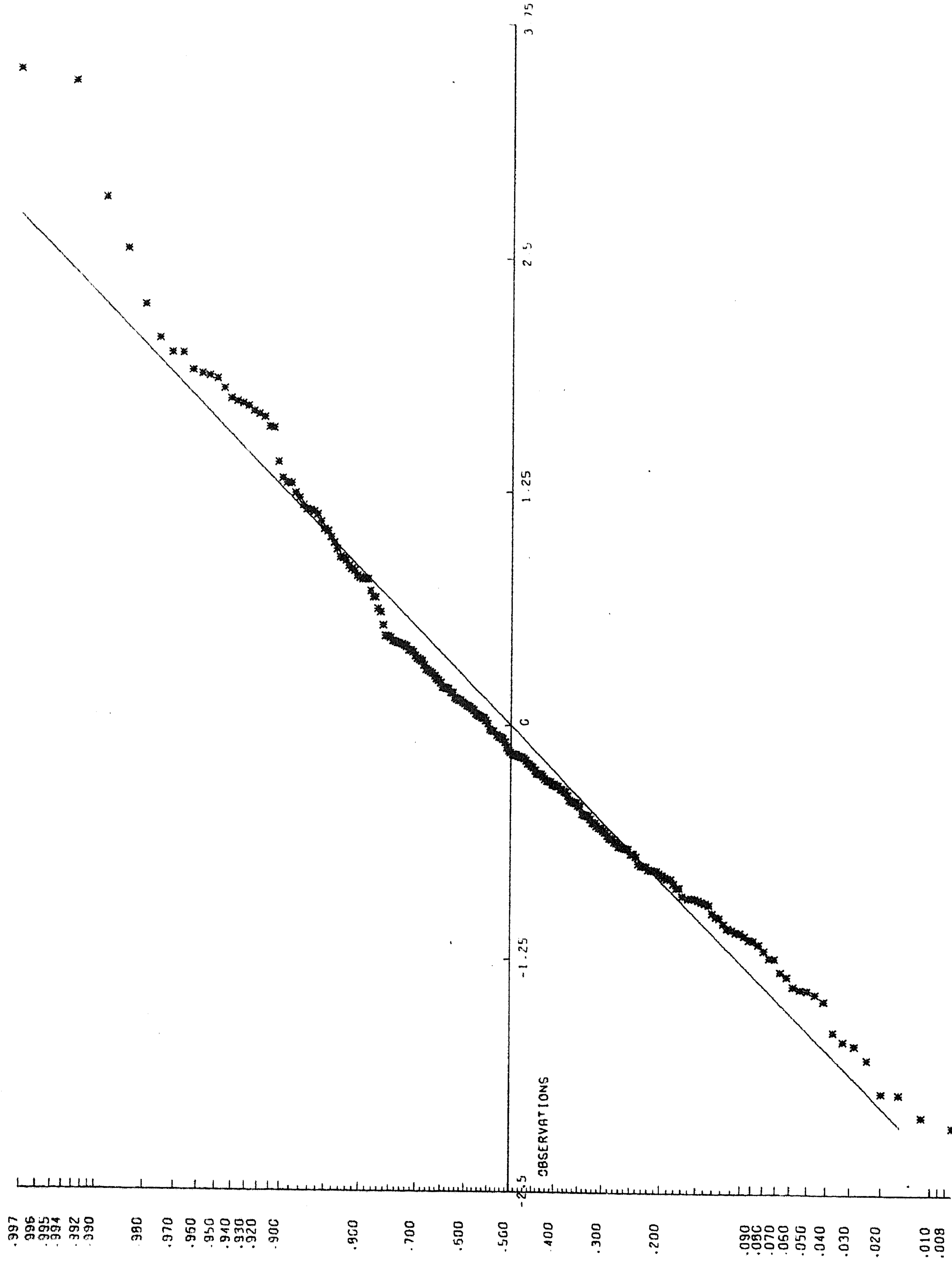
Figuur 8. Plot gestandaardiseerde dagfracties, coupure  $f$  100



Figuur 9. Plot gestandaardiseerde dagfracties, coupure *f* 25



Figuur 10. Plot gestandaardiseerde dagfracties, coupure  $f$  10



Figuur 11. Plot gestandaardiseerde dagfracties, coupure f 5



Tabel 1. Correlatiematrix van dagfracties van 47 volledige weken

|    | ma     | di     | wo     | do     | vr |
|----|--------|--------|--------|--------|----|
| ma | 1      |        |        |        |    |
| di | 0,4981 | 1      |        |        |    |
| wo | 0,3700 | 0,5322 | 1      |        |    |
| do | 0,1653 | 0,4638 | 0,7036 | 1      |    |
| vr | 0,0970 | 0,1432 | 0,2425 | 0,6054 | 1  |

Momenten van dagfracties van 47 volledige weken

|    | gem.   | std.afw. |
|----|--------|----------|
| ma | 0,0120 | 0,0017   |
| di | 0,0152 | 0,0018   |
| wo | 0,0061 | 0,0011   |
| do | 0,0040 | 0,0008   |
| vr | 0,0042 | 0,0012   |

Tabel 2. Correlatiematrix van dagfracties met aantal weken uitgezonderd (36 weken)

|    | ma      | di      | wo      | do     | vr |
|----|---------|---------|---------|--------|----|
| ma | 1       |         |         |        |    |
| di | 0,4403  | 1       |         |        |    |
| wo | 0,2510  | 0,3312  | 1       |        |    |
| do | -0,0046 | 0,2613  | 0,4830  | 1      |    |
| vr | 0,0322  | -0,0326 | -0,0477 | 0,5072 | 1  |

Momenten (dagfracties vermenigvuldigd met 1000)

|    | gem.  | st.afw. |
|----|-------|---------|
| ma | 12,25 | 1,70    |
| di | 15,59 | 1,67    |
| wo | 6,49  | 0,92    |
| do | 4,26  | 0,62    |
| vr | 4,46  | 0,96    |

Tabel 3. Correlatiematrix van dagfracties met aantal weken gecorrigeerd (47 weken)

|    | ma     | di     | wo     | do     | vr |
|----|--------|--------|--------|--------|----|
| ma | 1      |        |        |        |    |
| di | 0,5748 | 1      |        |        |    |
| wo | 0,3672 | 0,4945 | 1      |        |    |
| do | 0,1895 | 0,4271 | 0,6835 | 1      |    |
| vr | 0,2686 | 0,2251 | 0,2579 | 0,5969 | 1  |

Tabel 4. Correlatiematrix van dagfracties volgens model van S388

|    | ma     | di     | wo     | do     | vr |
|----|--------|--------|--------|--------|----|
| ma | 1      |        |        |        |    |
| di | 0,5774 | 1      |        |        |    |
| wo | 0,3015 | 0,5222 | 1      |        |    |
| do | 0,1525 | 0,2641 | 0,5058 | 1      |    |
| vr | 0,0765 | 0,1325 | 0,2536 | 0,5015 | 1  |

Tabel 5. Autocorrelaties van dagtotalen van alle dagen (251-255 dagen)

|                           |         |
|---------------------------|---------|
| twee opeenvolgende dagen  | 0,2473  |
| één tussenliggende dag    | -0,6074 |
| twee tussenliggende dagen | -0,5468 |
| drie tussenliggende dagen | 0,2859  |
| vier tussenliggende dagen | 0,8229  |

Tabel 6. Autocorrelaties van dagfracties van volledige weken (220-232 dagen)

|                           |         |
|---------------------------|---------|
| twee opeenvolgende dagen  | 0,2619  |
| één tussenliggende dag    | -0,6289 |
| twee tussenliggende dagen | -0,6474 |
| drie tussenliggende dagen | 0,2084  |
| vier tussenliggende dagen | 0,9279  |

Tabel 7. Momenten van de dagfracties

| <u>coupure</u> | <u>dag</u> | <u>gemiddelde</u> | <u>std.afw.</u> |
|----------------|------------|-------------------|-----------------|
| <i>f</i> 1000  | ma         | 0,009918          | 0,001854        |
|                | di         | 0,009810          | 0,002220        |
|                | wo         | 0,007242          | 0,001256        |
|                | do         | 0,006049          | 0,001419        |
|                | vr         | 0,007479          | 0,001653        |
| <i>f</i> 100   | ma         | 0,012050          | 0,001658        |
|                | di         | 0,015200          | 0,001810        |
|                | wo         | 0,006146          | 0,001080        |
|                | do         | 0,003966          | 0,000821        |
|                | vr         | 0,004164          | 0,001158        |
| <i>f</i> 25    | ma         | 0,016480          | 0,001760        |
|                | di         | 0,021720          | 0,002025        |
|                | wo         | 0,009515          | 0,001271        |
|                | do         | 0,006421          | 0,000973        |
|                | vr         | 0,006476          | 0,001463        |
| <i>f</i> 10    | ma         | 0,007004          | 0,001086        |
|                | di         | 0,009623          | 0,001172        |
|                | wo         | 0,005088          | 0,000737        |
|                | do         | 0,003472          | 0,000543        |
|                | vr         | 0,003294          | 0,000750        |
| <i>f</i> 5     | ma         | 0,004106          | 0,000566        |
|                | di         | 0,005454          | 0,000674        |
|                | wo         | 0,004197          | 0,000619        |
|                | do         | 0,003344          | 0,000570        |
|                | vr         | 0,003229          | 0,000714        |

Tabel 8. Autocorrelaties van de gestandaardiseerde dagfracties

| <u>coupure</u>            | <u><i>f</i> 1000</u> | <u><i>f</i> 100</u> | <u><i>f</i> 25</u> | <u><i>f</i> 10</u> | <u><i>f</i> 5</u> |
|---------------------------|----------------------|---------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| twee opeenvolgende dagen  | 0,4505               | 0,6230              | 0,4556             | 0,5818             | 0,4596            |
| één tussenliggende dag    | 0,4049               | 0,4106              | 0,2451             | 0,3887             | 0,3836            |
| twee tussenliggende dagen | 0,1419               | 0,2456              | 0,1455             | 0,2769             | 0,2883            |
| drie tussenliggende dagen | 0,1075               | 0,2000              | 0,1520             | 0,2123             | 0,2628            |
| vier tussenliggende dagen | 0,0625               | 0,1132              | 0,1127             | 0,0565             | 0,1247            |

Tabel 9. Schattingen en residuele autocorrelaties voor coupure  $f$  1000

| aantal<br>parameters | schattingen |          |           |           | autocorrelaties             |                           |
|----------------------|-------------|----------|-----------|-----------|-----------------------------|---------------------------|
|                      | a1          | a2       | a3        | a4        | twee<br>opeenv.<br>residuen | één<br>tussenl.<br>residu |
| 4                    | 0,364821    | 0,324613 | -0,128597 | -0,013353 | -0,0004                     | 0,0137                    |
| 3                    | 0,366860    | 0,320530 | -0,133524 |           | -0,0027                     | 0,0163                    |
| 2                    | 0,332282    | 0,276489 |           |           | 0,0343                      | 0,0722                    |
| 1                    | 0,456364    |          |           |           | -0,1268                     | 0,3012                    |

Tabel 10. Schattingen en residuele autocorrelaties voor coupure  $f$  100

| aantal<br>parameters | schattingen |          |           |          | autocorrelaties             |                           |
|----------------------|-------------|----------|-----------|----------|-----------------------------|---------------------------|
|                      | a1          | a2       | a3        | a4       | twee<br>opeenv.<br>residuen | één<br>tussenl.<br>residu |
| 4                    | 0,630609    | 0,044478 | -0,089620 | 0,081350 | 0,0136                      | 0,0471                    |
| 3                    | 0,625984    | 0,047945 | -0,037214 |          | 0,0153                      | 0,0247                    |
| 2                    | 0,625285    | 0,024132 |           |          | 0,0149                      | 0,0506                    |
| 1                    | 0,641035    |          |           |          | -0,0017                     | 0,0654                    |

Tabel 11. Schattingen en residuele autocorrelaties voor coupure  $f$  25

| aantal<br>parameters | schattingen |          |           |          | autocorrelaties             |                           |
|----------------------|-------------|----------|-----------|----------|-----------------------------|---------------------------|
|                      | a1          | a2       | a3        | a4       | twee<br>opeenv.<br>residuen | één<br>tussenl.<br>residu |
| 4                    | 0,430774    | 0,047263 | -0,017170 | 0,082752 | 0,0028                      | 0,0384                    |
| 3                    | 0,432314    | 0,049499 | 0,021251  |          | 0,0040                      | 0,0160                    |
| 2                    | 0,433422    | 0,058978 |           |          | 0,0037                      | 0,0063                    |
| 1                    | 0,461352    |          |           |          | -0,0233                     | 0,0551                    |

Tabel 12. Schattingen en residuele autocorrelaties voor coupure f 10

| aantal<br>parameters | schattingen |          |          |          | autocorrelaties             |                           |
|----------------------|-------------|----------|----------|----------|-----------------------------|---------------------------|
|                      | a1          | a2       | a3       | a4       | twee<br>opeenv.<br>residuen | één<br>tussenl.<br>residu |
| 4                    | 0,525346    | 0,086495 | 0,022605 | 0,018121 | 0,0088                      | 0,0212                    |
| 3                    | 0,525929    | 0,087316 | 0,032904 |          | 0,0060                      | 0,0160                    |
| 2                    | 0,528936    | 0,104920 |          |          | 0,0021                      | -0,0068                   |
| 1                    | 0,591324    |          |          |          | -0,0587                     | 0,0631                    |

Tabel 13. Schattingen en residuele autocorrelaties voor coupure f 5

| aantal<br>parameters | schattingen |          |          |          | autocorrelaties             |                           |
|----------------------|-------------|----------|----------|----------|-----------------------------|---------------------------|
|                      | a1          | a2       | a3       | a4       | twee<br>opeenv.<br>residuen | één<br>tussenl.<br>residu |
| 4                    | 0,315173    | 0,206591 | 0,040415 | 0,071033 | 0,0090                      | 0,0081                    |
| 3                    | 0,319449    | 0,222713 | 0,065322 |          | -0,0012                     | -0,0165                   |
| 2                    | 0,335739    | 0,244925 |          |          | -0,0135                     | -0,0490                   |
| 1                    | 0,441796    |          |          |          | -0,1104                     | 0,1820                    |

Tabel 14. Optimistische vangstkans voor coupure f 100, 100 simulaties per aantal bewaardagen, model voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,6001, a_2 = 0,0367$

| klasse | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | gemiddelde | std.afw. |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|----------|
| 0,00   | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,45 | 0,50 |            |          |
| bw     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            |          |
| 1      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,02393    | 0,00751  |
| 2      | 99   | 1    |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,04112    | 0,00371  |
| 3      | 17   | 83   |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,05824    | 0,00803  |
| 4      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,07535    | 0,00718  |
| 5      |      | 74   | 26   |      |      |      |      |      |      |      | 0,09396    | 0,00877  |
| 6      |      | 22   | 78   |      |      |      |      |      |      |      | 0,10780    | 0,00940  |
| 7      |      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      | 0,12486    | 0,00968  |
| 8      |      |      | 83   | 17   |      |      |      |      |      |      | 0,13999    | 0,01095  |
| 9      |      |      | 22   | 78   |      |      |      |      |      |      | 0,15725    | 0,01004  |
| 10     |      |      | 1    | 99   |      |      |      |      |      |      | 0,17303    | 0,01134  |
| 15     |      |      |      |      | 33   | 67   |      |      |      |      | 0,25518    | 0,01172  |

Tabel 15. Pessimistische vangstkans voor coupure  $f$  100, 100 simulaties per aantal bewaardagen, model voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,6001, a_2 = 0,0367$

| klasse | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | gemiddelde | std.afw. |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|----------|
| 0,00   | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,45 | 0,50 |            |          |
| bw     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            |          |
| 1      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,02393    | 0,00751  |
| 2      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,04105    | 0,00371  |
| 3      | 19   | 81   |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,05799    | 0,00785  |
| 4      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,07494    | 0,00707  |
| 5      |      | 77   | 23   |      |      |      |      |      |      |      | 0,09326    | 0,00854  |
| 6      |      | 23   | 77   |      |      |      |      |      |      |      | 0,10675    | 0,00912  |
| 7      |      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      | 0,12322    | 0,00944  |
| 8      |      |      | 89   | 11   |      |      |      |      |      |      | 0,13790    | 0,01045  |
| 9      |      |      | 34   | 66   |      |      |      |      |      |      | 0,15469    | 0,00962  |
| 10     |      |      | 2    | 98   |      |      |      |      |      |      | 0,16993    | 0,01086  |
| 15     |      |      |      |      | 62   | 38   |      |      |      |      | 0,24755    | 0,01080  |

Tabel 16. Optimistische vangstkans voor coupure f 100, 100 simulaties per aantal bewaardagen, model voor dagontvangsten met par.: a<sub>1</sub> = 0,6410

| klasse | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | gemiddelde | std.afw. |         |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|----------|---------|
|        | 0,00 | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,45 | 0,50       |          |         |
| 1      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,02557  | 0,00751 |
| 2      | 99   | 1    |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,04158  | 0,00378 |
| 2      | 21   | 79   |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,05765  | 0,00941 |
| 4      |      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,07526  | 0,00688 |
| 5      |      | 78   | 22   |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,09229  | 0,00888 |
| 6      |      | 38   | 62   |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,10484  | 0,01117 |
| 7      |      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,12679  | 0,00768 |
| 8      |      |      | 84   | 16   |      |      |      |      |      |      |            | 0,13967  | 0,01113 |
| 9      |      |      | 28   | 72   |      |      |      |      |      |      |            | 0,15702  | 0,01092 |
| 10     |      |      | 4    | 95   | 1    |      |      |      |      |      |            | 0,17465  | 0,01120 |
| 15     |      |      |      |      | 21   | 79   |      |      |      |      |            | 0,25778  | 0,01269 |



voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,6410$

| klasse | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | gemiddelde | std.afw. |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|----------|
|        | 0,00 | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,45 | 0,50       |          |
| bw     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            |          |
| 1      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,02557    | 0,00751  |
| 2      | 99   | 1    |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,04151    | 0,00378  |
| 3      | 23   | 77   |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,05740    | 0,00920  |
| 4      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,07486    | 0,00677  |
| 5      |      | 80   | 20   |      |      |      |      |      |      |      | 0,09161    | 0,00866  |
| 6      |      | 40   | 60   |      |      |      |      |      |      |      | 0,10387    | 0,01083  |
| 7      |      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      | 0,12513    | 0,00747  |
| 8      |      |      | 90   | 10   |      |      |      |      |      |      | 0,13763    | 0,01065  |
| 9      |      |      | 31   | 69   |      |      |      |      |      |      | 0,15445    | 0,01049  |
| 10     |      |      | 5    | 95   |      |      |      |      |      |      | 0,17148    | 0,01067  |
| 15     |      |      |      |      | 54   | 46   |      |      |      |      | 0,24995    | 0,01173  |

Tabel 18. Optimistische vangstkans voor coupure  $f$  100, 1000 simulaties, 10 bewaardagen, model voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,6001, a_2 = 0,367$

| klasse | 3    | 4    | 5      | gemiddelde | std.afw. |
|--------|------|------|--------|------------|----------|
| 0,10   | 0,15 | 0,20 | 0,25   |            |          |
| 6      | 981  | 13   | 0,1745 | 0,0107     |          |

Pessimistische vangstkans voor coupure  $f$  100, 1000 simulaties, 10 bewaardagen, model voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,6001, a_2 = 0,0367$

| klasse | 3    | 4    | 5      | gemiddelde | std.afw. |
|--------|------|------|--------|------------|----------|
| 0,10   | 0,15 | 0,20 | 0,25   |            |          |
| 12     | 984  | 4    | 0,1713 | 0,0102     |          |

Tabel 19. Optimistische vangstkans voor coupure  $f$  100, 100 simulaties per aantal bewaardagen, model voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,6230$

| klasse | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | gemiddelde | std.afw. |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|----------|
| 0,00   | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,45 | 0,50 |            |          |
| bw     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            |          |
| 1      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,02518    | 0,00704  |
| 2      | 98   | 2    |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,04156    | 0,00391  |
| 3      | 18   | 82   |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,05910    | 0,00874  |
| 4      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,07469    | 0,00652  |
| 5      |      | 80   | 20   |      |      |      |      |      |      |      | 0,09249    | 0,00767  |
| 6      |      | 24   | 76   |      |      |      |      |      |      |      | 0,10763    | 0,00997  |
| 7      |      | 1    | 99   |      |      |      |      |      |      |      | 0,12352    | 0,00791  |
| 8      |      |      | 82   | 18   |      |      |      |      |      |      | 0,14024    | 0,01089  |
| 9      |      |      | 22   | 78   |      |      |      |      |      |      | 0,15843    | 0,01007  |
| 10     |      |      | 1    | 99   |      |      |      |      |      |      | 0,17444    | 0,01031  |
| 15     |      |      |      |      | 32   | 68   |      |      |      |      | 0,25645    | 0,01295  |

Tabel 20. Pessimistische vangstkans voor coupure  $f$  100, 100 simulaties per aantal bewaardagen, modelvoor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,6230$ 

| klasse | 1   | 2   | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | 8 | 9 | 10 | gemiddelde | std.afw. |
|--------|-----|-----|----|----|----|----|---|---|---|----|------------|----------|
| 1      | 100 |     |    |    |    |    |   |   |   |    | 0,02518    | 0,00704  |
| 2      | 98  | 2   |    |    |    |    |   |   |   |    | 0,04149    | 0,00389  |
| 3      | 19  | 81  |    |    |    |    |   |   |   |    | 0,05883    | 0,00856  |
| 4      |     | 100 |    |    |    |    |   |   |   |    | 0,07429    | 0,00642  |
| 5      |     | 82  | 18 |    |    |    |   |   |   |    | 0,09180    | 0,00748  |
| 6      |     | 29  | 71 |    |    |    |   |   |   |    | 0,10654    | 0,00966  |
| 7      |     | 1   | 99 |    |    |    |   |   |   |    | 0,12194    | 0,00772  |
| 8      |     |     | 87 | 13 |    |    |   |   |   |    | 0,13811    | 0,01041  |
| 9      |     |     | 28 | 72 |    |    |   |   |   |    | 0,15584    | 0,00969  |
| 10     |     |     | 3  | 97 |    |    |   |   |   |    | 0,17122    | 0,00983  |
| 15     |     |     |    |    | 58 | 42 |   |   |   |    | 0,24872    | 0,01202  |

Tabel 21. Optimistische vangstkans voor coupure  $f$  1000, 100 simulaties per aantal bewaardagen, model voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,3727$ ,  $a_2 = 0,3032$ ,  $a_3 = -0,1442$ ,  $a_4 = -0,0032$

| klasse | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | gemiddelde | std.afw. |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|----------|
| 0,00   | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,45 | 0,50 |            |          |
| bw     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            |          |
| 1      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,02458    | 0,00481  |
| 2      | 93   | 7    |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,04141    | 0,00541  |
| 3      | 13   | 87   |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,05730    | 0,00636  |
| 4      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,07172    | 0,00763  |
| 5      |      | 90   | 10   |      |      |      |      |      |      |      | 0,08848    | 0,00938  |
| 6      |      | 28   | 72   |      |      |      |      |      |      |      | 0,10564    | 0,00982  |
| 7      |      | 2    | 98   |      |      |      |      |      |      |      | 0,12142    | 0,00984  |
| 8      |      |      | 85   | 15   |      |      |      |      |      |      | 0,13710    | 0,01119  |
| 9      |      |      | 34   | 66   |      |      |      |      |      |      | 0,15370    | 0,01131  |
| 10     |      |      |      | 99   | 1    |      |      |      |      |      | 0,17158    | 0,00979  |
| 15     |      |      |      |      | 46   | 54   |      |      |      |      | 0,25155    | 0,01421  |

Tabel 22. Pessimistische vangstkans voor coupure  $f$  1000, 100 simulaties per aantal bewaardagen, model  
 voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,3727$ ,  $a_2 = 0,3032$ ,  $a_3 = -0,1442$ ,  $a_4 = -0,0032$

| klasse | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | gemiddelde | std.afw. |         |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|----------|---------|
|        | 0,00 | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,45 | 0,50       |          |         |
| bw     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            |          |         |
| 1      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,02458  | 0,00481 |
| 2      | 93   | 7    |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,04135  | 0,00540 |
| 3      | 14   | 86   |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,05710  | 0,00631 |
| 4      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,07132  | 0,00754 |
| 5      |      | 92   | 8    |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,08781  | 0,00923 |
| 6      |      | 33   | 67   |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,10460  | 0,00960 |
| 7      |      | 3    | 97   |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,11996  | 0,00958 |
| 8      |      | 89   | 11   |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,13516  | 0,01083 |
| 9      |      | 41   | 59   |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,15122  | 0,01094 |
| 10     |      | 4    | 96   |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,16837  | 0,00942 |
| 15     |      |      |      | 69   | 31   |      |      |      |      |      |            | 0,24392  | 0,01333 |

Tabel 23. Optimistische vangstkans voor coupure  $f$  25, 100 simulaties per aantal bewaardagen, model voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,4340$ ,  $a_2 = 0,0474$

| klasse | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | gemiddelde | std.afw. |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|----------|
| 0,00   | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,45 | 0,50 |            |          |
| bw     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            |          |
| 1      | 94   | 6    |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,03497    | 0,01013  |
| 2      | 1    | 99   |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,06031    | 0,00424  |
| 3      |      | 83   | 17   |      |      |      |      |      |      |      | 0,08725    | 0,01057  |
| 4      |      | 18   | 82   |      |      |      |      |      |      |      | 0,11049    | 0,00931  |
| 5      |      |      | 97   | 3    |      |      |      |      |      |      | 0,13268    | 0,00844  |
| 6      |      |      | 37   | 63   |      |      |      |      |      |      | 0,15500    | 0,01374  |
| 7      |      |      |      | 98   | 2    |      |      |      |      |      | 0,18206    | 0,00909  |
| 8      |      |      |      | 39   | 61   |      |      |      |      |      | 0,20559    | 0,01370  |
| 9      |      |      |      | 1    | 93   | 6    |      |      |      |      | 0,23011    | 0,01325  |
| 10     |      |      |      |      | 41   | 59   |      |      |      |      | 0,25499    | 0,01208  |
| 15     |      |      |      |      |      |      | 6    | 92   | 2    |      | 0,37551    | 0,01404  |

Tabel 24. Pessimistische vangstkans voor coupure  $f$  25, 100 simulaties per aantal bewaardagen, model voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,4340, a_2 = 0,0474$

| klasse | 1  | 2  | 3  | 4   | 5  | 6  | 7  | 8  | 9 | 10 | gemiddelde | std.afw. |
|--------|----|----|----|-----|----|----|----|----|---|----|------------|----------|
| 1      | 94 | 6  |    |     |    |    |    |    |   |    | 0,03497    | 0,01013  |
| 2      | 1  | 99 |    |     |    |    |    |    |   |    | 0,06016    | 0,00423  |
| 3      |    | 90 | 10 |     |    |    |    |    |   |    | 0,08664    | 0,01018  |
| 4      |    | 18 | 82 |     |    |    |    |    |   |    | 0,10959    | 0,00908  |
| 5      |    |    | 99 | 1   |    |    |    |    |   |    | 0,13130    | 0,00810  |
| 6      |    |    | 44 | 56  |    |    |    |    |   |    | 0,15272    | 0,01304  |
| 7      |    |    |    | 100 |    |    |    |    |   |    | 0,17860    | 0,00875  |
| 8      |    |    |    | 50  | 50 |    |    |    |   |    | 0,20087    | 0,01263  |
| 9      |    |    |    | 2   | 95 | 3  |    |    |   |    | 0,22440    | 0,01244  |
| 10     |    |    |    |     | 57 | 43 |    |    |   |    | 0,24786    | 0,01117  |
| 15     |    |    |    |     |    |    | 26 | 74 |   |    | 0,35805    | 0,01242  |



Tabel 25. Optimistische vangstkans voor coupure  $f$  10, 100 simulaties per aantal bewaardagen, model

voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,5376$ ,  $a_2 = 0,0759$

| klasse | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | gemiddelde | std.afw. |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|----------|
|        | 0,00 | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,45 | 0,50       |          |
| bw     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            |          |
| 1      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,01655    | 0,00426  |
| 2      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,02834    | 0,00259  |
| 3      | 99   | 1    |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,04099    | 0,00464  |
| 4      | 34   | 66   |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,05199    | 0,00488  |
| 5      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,06243    | 0,00434  |
| 6      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,07277    | 0,00682  |
| 7      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,08567    | 0,00574  |
| 8      |      | 72   | 28   |      |      |      |      |      |      |      | 0,09633    | 0,00697  |
| 9      |      | 18   | 82   |      |      |      |      |      |      |      | 0,10791    | 0,00785  |
| 10     |      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      | 0,11987    | 0,00701  |
| 15     |      |      |      | 100  |      |      |      |      |      |      | 0,17649    | 0,00834  |

Tabel 26. Pessimistische vangstkans voor coupure f 10, 100 simulaties per aantal bewaardagen, model voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,5376, a_2 = 0,0759$

| klasse | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | gemiddelde | std.afw. |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|----------|
| 0,00   | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,45 | 0,50 |            |          |
| bw     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            |          |
| 1      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,01655    | 0,00426  |
| 2      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,02830    | 0,00258  |
| 3      | 99   | 1    |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,04087    | 0,00457  |
| 4      | 35   | 65   |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,05179    | 0,00483  |
| 5      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,06211    | 0,00429  |
| 6      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,07228    | 0,00669  |
| 7      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,08494    | 0,00565  |
| 8      |      | 72   | 28   |      |      |      |      |      |      |      | 0,09535    | 0,00677  |
| 9      |      | 20   | 80   |      |      |      |      |      |      |      | 0,10671    | 0,00766  |
| 10     |      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      | 0,11836    | 0,00681  |
| 15     |      |      |      |      |      |      |      |      | 100  |      | 0,17291    | 0,00796  |

Tabel 27. Optimistische vangstkans voor coupure  $f$  5, 100 simulaties per aantal bewaardagen, model

voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,3446$ ,  $a_2 = 0,1946$ ,  $a_3 = 0,0067$

| klasse | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | gemiddelde | std.afw. |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|----------|
| 0,00   | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,45 | 0,50 |            |          |
| bw     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            |          |
| 1      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,01198    | 0,00173  |
| 2      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,02049    | 0,00190  |
| 3      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,02878    | 0,00305  |
| 4      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,03696    | 0,00313  |
| 5      | 92   | 8    |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,04489    | 0,00336  |
| 6      | 35   | 65   |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,05236    | 0,00393  |
| 7      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,06132    | 0,00426  |
| 8      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,06967    | 0,00530  |
| 9      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,07696    | 0,00495  |
| 10     |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      | 0,08583    | 0,00539  |
| 15     |      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      | 0,12478    | 0,00629  |

Tabel 28. Pessimistische vangstkans voor coupure  $f$  5, 100 simulaties per aantal bewaardagen, model voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,3446$ ,  $a_2 = 0,1946$ ,  $a_3 = 0,0667$

| klasse | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | gemiddelde | std.afw. |         |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------------|----------|---------|
| bw     | 0,00 | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35 | 0,40 | 0,45 | 0,50       |          |         |
| 1      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,01198  | 0,00173 |
| 2      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,02048  | 0,00190 |
| 3      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,02873  | 0,00304 |
| 4      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,03685  | 0,00311 |
| 5      | 93   | 7    |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,04471  | 0,00333 |
| 6      | 38   | 62   |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,05210  | 0,00389 |
| 7      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,06095  | 0,00421 |
| 8      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,06918  | 0,00524 |
| 9      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,07634  | 0,00486 |
| 10     |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,08506  | 0,00529 |
| 15     |      |      | 100  |      |      |      |      |      |      |      |            | 0,12302  | 0,00611 |

Tabel 29. Cumulatieve alarmkansen voor coupure f 100, 10 bewaardagen, 100 falsificaten,  $\beta = 0,05$ , 100 simulaties, model voor dagontvangsten met par.:  $a_1 = 0,6230$

| klasse dagnr. | 1  | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |   |
|---------------|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| 0             |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |
| 1             | 48 | 6 | 28 | 5  | 10 | 2  | 8  | 8  | 1  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |
| 2             | 10 | 7 | 31 | 6  | 18 | 11 | 11 | 8  | 8  | 5  | 6  | 1  | 1  |    |    |    |    |    |    |    |   |
| 3             | 2  | 3 | 19 | 12 | 19 | 14 | 10 | 10 | 12 | 10 | 6  | 4  | 2  | 1  |    |    |    |    |    |    |   |
| 4             |    | 2 | 10 | 11 | 15 | 17 | 17 | 10 | 11 | 11 | 8  | 6  | 6  | 2  |    |    |    |    |    |    |   |
| 5             |    | 1 | 4  | 5  | 8  | 11 | 17 | 11 | 10 | 5  | 20 | 10 | 14 | 6  | 7  | 2  |    |    |    |    |   |
| 6             |    | 1 | 1  | 1  | 6  | 2  | 5  | 11 | 6  | 9  | 11 | 16 | 12 | 9  | 8  | 10 | 3  |    |    |    |   |
| 7             |    |   |    |    | 2  | 3  | 5  | 6  | 6  | 10 | 7  | 12 | 15 | 10 | 13 | 12 | 7  | 1  |    |    |   |
| 8             |    |   |    |    | 1  | 1  | 3  | 5  | 3  | 6  | 9  | 9  | 13 | 10 | 16 | 13 | 12 | 3  |    |    |   |
| 9             |    |   |    |    |    |    | 2  | 2  | 4  | 5  | 8  | 8  | 9  | 15 | 15 | 13 | 13 | 11 |    |    |   |
| 10            |    |   |    |    |    |    | 1  | 1  | 1  | 5  | 3  | 8  | 9  | 8  | 15 | 19 | 16 | 15 | 6  |    |   |
| 11            |    |   |    |    |    |    |    |    | 1  |    | 1  | 8  | 9  | 8  | 15 | 19 | 19 | 15 | 12 | 2  |   |
| 12            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    | 3  | 3  | 5  | 9  | 11 | 18 | 19 | 19 | 14 | 1  |   |
| 13            |    |   |    |    |    |    |    |    | 1  |    |    | 3  | 5  | 2  | 10 | 21 | 18 | 23 | 20 | 2  |   |
| 14            |    |   |    |    |    |    |    |    |    | 1  |    | 4  | 4  | 4  | 8  | 13 | 19 | 25 | 20 | 2  |   |
| 15            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 2  | 2  | 3  | 5  | 10 | 19 | 22 | 32 | 1  |   |
| 16            |    |   |    |    |    |    |    |    |    | 1  |    |    |    | 3  | 5  | 4  | 20 | 24 | 32 | 7  |   |
| 17            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  |    |    | 1  | 3  | 5  | 9  | 21 | 42 | 5  |   |
| 18            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  | 1  | 5  | 6  | 21 | 41 | 7  |   |
| 19            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  | 1  | 2  | 6  | 19 | 34 | 12 |   |
| 20            |    |   |    |    |    |    |    |    |    | 1  |    |    |    | 1  | 1  | 2  | 4  | 15 | 32 | 9  |   |
| 21            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  |    |    | 1  | 1  | 1  | 1  | 12 | 27 | 12 |   |
| 22            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  | 7  | 25 | 25 | 9  |   |
| 23            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  | 5  | 21 | 21 | 6  |   |
| 24            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  | 2  | 21 | 21 | 3  |   |
| 25            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  | 1  | 18 | 18 | 4  |   |
| 26            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  | 1  | 13 | 13 | 7  |   |
| 27            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  | 9  | 9  | 9  | 4  |   |
| 28            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  | 7  | 7  | 2  |   |
| 29            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 4  | 4  | 4  |   |
| 30            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 3  | 3  | 1  |   |
| 31            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 2  | 2  | 1  |   |
| 32            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 2  | 2  |   |
| 33            |    |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 2  | 1 |

Tabel 30. Momenten van cumulatieve alarmkansen corresponderend met tabel 29

| dagnr. | gemiddelde        | std. afwijking  | aangevuld* | totaal |
|--------|-------------------|-----------------|------------|--------|
| 0      | 0,1495 - 0,1495** | 0,0742 - 0,0742 | 0          | 100    |
| 1      | 0,2421 - 0,2421   | 0,1050 - 0,1050 | 0          | 100    |
| 2      | 0,3059 - 0,3059   | 0,1208 - 0,1208 | 0          | 100    |
| 3      | 0,3522 - 0,3522   | 0,1219 - 0,1219 | 0          | 100    |
| 4      | 0,4197 - 0,4197   | 0,1245 - 0,1245 | 0          | 100    |
| 5      | 0,5006 - 0,5006   | 0,1459 - 0,1459 | 0          | 100    |
| 6      | 0,5670 - 0,5670   | 0,1463 - 0,1463 | 0          | 100    |
| 7      | 0,6163 - 0,6163   | 0,1433 - 0,1433 | 0          | 100    |
| 8      | 0,6546 - 0,6546   | 0,1327 - 0,1327 | 0          | 100    |
| 9      | 0,6957 - 0,6957   | 0,1256 - 0,1256 | 0          | 100    |
| 10     | 0,7497 - 0,7497   | 0,1127 - 0,1127 | 0          | 100    |
| 11     | 0,7899 - 0,7909   | 0,1040 - 0,1057 | 0          | 100    |
| 12     | 0,8132 - 0,8147   | 0,0991 - 0,1015 | 2          | 100    |
| 13     | 0,8316 - 0,8341   | 0,0920 - 0,0958 | 3          | 100    |
| 14     | 0,8525 - 0,8555   | 0,0865 - 0,0906 | 5          | 100    |
| 15     | 0,8750 - 0,8815   | 0,0745 - 0,0826 | 6          | 100    |
| 16     | 0,8928 - 0,9018   | 0,0694 - 0,0789 | 13         | 100    |
| 17     | 0,9057 - 0,9182   | 0,0598 - 0,0719 | 18         | 100    |
| 18     | 0,9149 - 0,9334   | 0,0505 - 0,0667 | 25         | 100    |
| 19     | 0,9225 - 0,9455   | 0,0444 - 0,0623 | 37         | 100    |
| 20     | 0,9315 - 0,9605   | 0,0368 - 0,0552 | 46         | 100    |
| 21     | 0,9375 - 0,9710   | 0,0269 - 0,0462 | 58         | 100    |
| 22     | 0,9403 - 0,9768   | 0,0223 - 0,0413 | 67         | 100    |
| 23     | 0,9423 - 0,9803   | 0,0193 - 0,0377 | 73         | 100    |
| 24     | 0,9447 - 0,9847   | 0,0167 - 0,0334 | 76         | 100    |
| 25     | 0,9465 - 0,9895   | 0,0150 - 0,0289 | 79         | 100    |
| 26     | 0,9475 - 0,9925   | 0,0120 - 0,0244 | 86         | 100    |
| 27     | 0,9487 - 0,9947   | 0,0068 - 0,0188 | 90         | 100    |
| 28     | 0,9492 - 0,9972   | 0,0046 - 0,0139 | 92         | 100    |
| 29     | 0,9494 - 0,9979   | 0,0040 - 0,0123 | 96         | 100    |
| 30     | 0,9496 - 0,9986   | 0,0028 - 0,0097 | 97         | 100    |
| 31     | 0,9489 - 0,9989   | 0,0031 - 0,0081 | 98         | 100    |
| 32     | 0,9500 - 1,0000   | 0,0000 - 0,0000 | 98         | 100    |
| 33     | 0,9500 - 1,0000   | 0,0000 - 0,0000 | 99         | 100    |

\* Het aantal simulaties van het experiment die op een bepaalde dag reeds zijn beëindigd.

\*\* Elke simulatie wordt voortgezet totdat de cumulatieve alarmkans het niveau  $1 - \beta$  overschrijdt. Veronderstel dat dit voor een bepaalde simulatie optreedt op de k-de dag, zodat op de (k+1)-ste dag de simulatie reeds is beëindigd. Er is dan geen gesimuleerde cumulatieve alarmkans meer beschikbaar; wel is echter bekend dat hij groter is dan  $1 - \beta$  (hier 0,95). Voor de te berekenen momenten kan nu een interval worden gegeven waarvan de ondergrens ontstaat door de waarde  $1 - \beta$  te gebruiken en de waarde 1 tot de bijbehorende bovengrens leidt.



Tabel 32. Momenten van cumulatieve alarmkansen corresponderend met tabel 31

| dagnr. | gemiddelde        | std.afwijking     | aange-<br>vuld* | totaal |
|--------|-------------------|-------------------|-----------------|--------|
| 0      | 0,1480 - 0,1480** | 0,0787 - 0,0787** | 0               | 200    |
| 1      | 0,2462 - 0,2462   | 0,1240 - 0,1240   | 0               | 200    |
| 2      | 0,3123 - 0,3123   | 0,1294 - 0,1294   | 0               | 200    |
| 3      | 0,3685 - 0,3685   | 0,1315 - 0,1315   | 0               | 200    |
| 4      | 0,4357 - 0,4357   | 0,1292 - 0,1292   | 0               | 200    |
| 5      | 0,5179 - 0,5179   | 0,1368 - 0,1368   | 0               | 200    |
| 6      | 0,5824 - 0,5824   | 0,1418 - 0,1418   | 0               | 200    |
| 7      | 0,6281 - 0,6281   | 0,1360 - 0,1360   | 0               | 200    |
| 8      | 0,6651 - 0,6651   | 0,1259 - 0,1259   | 0               | 200    |
| 9      | 0,7030 - 0,7033   | 0,1169 - 0,1175   | 0               | 200    |
| 10     | 0,7505 - 0,7510   | 0,1118 - 0,1128   | 1               | 200    |
| 11     | 0,7880 - 0,7888   | 0,1070 - 0,1083   | 2               | 200    |
| 12     | 0,8138 - 0,8151   | 0,0982 - 0,1002   | 3               | 200    |
| 13     | 0,8334 - 0,8359   | 0,0897 - 0,0936   | 5               | 200    |
| 14     | 0,8545 - 0,8573   | 0,0802 - 0,0842   | 10              | 200    |
| 15     | 0,8764 - 0,8822   | 0,0713 - 0,0787   | 11              | 200    |
| 16     | 0,8918 - 0,9023   | 0,0637 - 0,0755   | 23              | 200    |
| 17     | 0,9016 - 0,9143   | 0,0581 - 0,0714   | 42              | 200    |
| 18     | 0,9102 - 0,9272   | 0,0520 - 0,0680   | 51              | 200    |
| 19     | 0,9188 - 0,9391   | 0,0458 - 0,0630   | 68              | 200    |
| 20     | 0,9274 - 0,9526   | 0,0382 - 0,0569   | 81              | 200    |
| 21     | 0,9335 - 0,9645   | 0,0321 - 0,0515   | 101             | 200    |
| 22     | 0,9363 - 0,9696   | 0,0284 - 0,0477   | 124             | 200    |
| 23     | 0,9392 - 0,9747   | 0,0253 - 0,0440   | 133             | 200    |
| 24     | 0,9417 - 0,9802   | 0,0212 - 0,0392   | 142             | 200    |
| 25     | 0,9444 - 0,9849   | 0,0160 - 0,0331   | 154             | 200    |
| 26     | 0,9465 - 0,9887   | 0,0119 - 0,0277   | 162             | 200    |
| 27     | 0,9475 - 0,9913   | 0,0100 - 0,0243   | 169             | 200    |
| 28     | 0,9485 - 0,9942   | 0,0071 - 0,0196   | 175             | 200    |
| 29     | 0,9490 - 0,9957   | 0,0058 - 0,0168   | 182             | 200    |
| 30     | 0,9494 - 0,9979   | 0,0050 - 0,0125   | 187             | 200    |
| 31     | 0,9496 - 0,9991   | 0,0046 - 0,0094   | 194             | 200    |
| 32     | 0,9498 - 0,9993   | 0,0017 - 0,0067   | 198             | 200    |
| 33     | 0,9499 - 0,9994   | 0,0010 - 0,0058   | 198             | 200    |
| 34     | 0,9499 - 0,9997   | 0,0009 - 0,0044   | 198             | 200    |
| 35     | 0,9500 - 0,9997   | 0,0007 - 0,0042   | 199             | 200    |
| 36     | 0,9500 - 1,0000   | 0,0000 - 0,0000   | 199             | 200    |

\*) zie tabel 30

\*\*) zie tabel 30



Tabel 33. Door simulatie bepaalde gemiddelde cumulatieve alarmkansen, na 5 dagen, voor coupure  $f$  1000

| $f \backslash bw$ | 0    | 1    | 5         | 10       | 15       |
|-------------------|------|------|-----------|----------|----------|
| 20                | 0,02 | 0,05 | 0,14      | 0,20     | 0,28     |
| 100               | 0,05 | 0,13 | 0,33      | 0,52     | 0,64     |
| 1000              | 0,33 | 0,67 | 0,94-0,98 | 0,95 - 1 | 0,95 - 1 |

Tabel 34. Door simulatie bepaalde gemiddelde cumulatieve alarmkansen, na 10 dagen, voor coupure  $f$  1000

| $f \backslash bw$ | 0    | 1         | 5        | 10       | 15       |
|-------------------|------|-----------|----------|----------|----------|
| 20                | 0,03 | 0,07      | 0,21     | 0,32     | 0,43     |
| 100               | 0,08 | 0,22      | 0,54     | 0,75     | 0,85     |
| 1000              | 0,53 | 0,88-0,89 | 0,95 - 1 | 0,95 - 1 | 0,95 - 1 |

Tabel 35. Door simulatie bepaalde gemiddelde cumulatieve alarmkansen, na 5 dagen, voor coupure  $f$  100

| $f \backslash bw$ | 0    | 1    | 5                            | 10                     | 15                     |
|-------------------|------|------|------------------------------|------------------------|------------------------|
| 20                | 0,02 | 0,05 | 0,15<br>(0,16) <sup>*)</sup> | 0,23<br>(0,22)         | 0,28<br>(0,28)         |
| 100               | 0,06 | 0,15 | 0,39<br>(0,35)               | 0,50<br>(0,49)         | 0,63<br>(0,65)         |
| 1000              | 0,42 | 0,72 | 0,94-0,98<br>(0,94-0,98)     | 0,95 - 1<br>(0,95 - 1) | 0,95 - 1<br>(0,95 - 1) |

\*) Tussen haakjes resultaten van het tweede experiment

Tabel 36. Door simulatie bepaalde gemiddelde cumulatieve alarmkansen, na 10 dagen, voor coupure  $f$  100

| $f \backslash bw$ | 0    | 1    | 5                            | 10                     | 15                     |
|-------------------|------|------|------------------------------|------------------------|------------------------|
| 20                | 0,03 | 0,08 | 0,22<br>(0,23) <sup>*)</sup> | 0,36<br>(0,35)         | 0,42<br>(0,42)         |
| 100               | 0,10 | 0,25 | 0,60<br>(0,56)               | 0,75<br>(0,74)         | 0,85<br>(0,86)         |
| 1000              | 0,63 | 0,91 | 0,95 - 1<br>(0,95 - 1)       | 0,95 - 1<br>(0,95 - 1) | 0,95 - 1<br>(0,95 - 1) |

\*) Tussen haakjes resultaten van het tweede experiment

Tabel 37. Door simulatie bepaalde gemiddelde cumulatieve alarmkansen, na 5 dagen, voor coupure  $f$  25

| $f \backslash bw$ | 0    | 1         | 5        | 10       | 15        |
|-------------------|------|-----------|----------|----------|-----------|
| 20                | 0,04 | 0,08      | 0,25     | 0,38     | 0,43      |
| 100               | 0,12 | 0,26      | 0,56     | 0,77     | 0,87-0,88 |
| 1000              | 0,67 | 0,93-0,95 | 0,95 - 1 | 0,95 - 1 | 0,95 - 1  |

Tabel 38. Door simulatie bepaalde gemiddelde cumulatieve alarmkansen, na 10 dagen, voor coupure  $f$  25

| $f \backslash bw$ | 0    | 1        | 5        | 10        | 15        |
|-------------------|------|----------|----------|-----------|-----------|
| 20                | 0,05 | 0,12     | 0,35     | 0,55      | 0,63      |
| 100               | 0,20 | 0,42     | 0,80     | 0,94-0,97 | 0,95-0,99 |
| 1000              | 0,87 | 0,95 - 1 | 0,95 - 1 | 0,91 - 1  | 0,95 - 1  |

Tabel 39. Door simulatie bepaalde gemiddelde cumulatieve alarmkansen, na 5 dagen, voor coupure  $f$  10

| $f \backslash bw$ | 0    | 1    | 5    | 10        | 15       |
|-------------------|------|------|------|-----------|----------|
| 20                | 0,01 | 0,03 | 0,09 | 0,13      | 0,18     |
| 100               | 0,03 | 0,07 | 0,19 | 0,30      | 0,38     |
| 1000              | 0,21 | 0,46 | 0,83 | 0,93-0,95 | 0,95 - 1 |

Tabel 40. Door simulatie bepaalde gemiddelde cumulatieve alarmkansen, na 10 dagen, voor coupure  $f$  10

| $f \backslash bw$ | 0    | 1    | 5         | 10       | 15       |
|-------------------|------|------|-----------|----------|----------|
| 20                | 0,01 | 0,04 | 0,13      | 0,20     | 0,26     |
| 100               | 0,05 | 0,12 | 0,32      | 0,49     | 0,59     |
| 1000              | 0,35 | 0,69 | 0,95-0,99 | 0,95 - 1 | 0,95 - 1 |

Tabel 41. Door simulatie bepaalde gemiddelde cumulatieve alarmkansen, na 5 dagen, voor coupure  $f$  5

| $f \backslash bw$ | 0    | 1    | 5    | 10   | 15   |
|-------------------|------|------|------|------|------|
| 20                | 0,01 | 0,02 | 0,06 | 0,09 | 0,11 |
| 100               | 0,02 | 0,04 | 0,12 | 0,17 | 0,24 |
| 1000              | 0,10 | 0,26 | 0,57 | 0,75 | 0,86 |

Tabel 42. Door simulatie bepaalde gemiddelde cumulatieve alarmkansen, na 10 dagen, voor coupure  $f$  5

| $f \backslash bw$ | 0    | 1    | 5    | 10        | 15       |
|-------------------|------|------|------|-----------|----------|
| 20                | 0,01 | 0,02 | 0,08 | 0,13      | 0,17     |
| 100               | 0,02 | 0,06 | 0,20 | 0,30      | 0,38     |
| 1000              | 0,17 | 0,42 | 0,82 | 0,94-0,97 | 0,95 - 1 |

Tabel 43.

Steekproefstandaardafwijkingen  
coupure  $f$  100  
na 5 dagen  
1e experiment

| $f \backslash bw$ | 5           | 10    | 15    | $f \backslash bw$ | 5           | 10    | 15    |
|-------------------|-------------|-------|-------|-------------------|-------------|-------|-------|
| 20                | 0,068       | 0,086 | 0,105 | 20                | 0,067       | 0,086 | 0,109 |
| 100               | 0,110       | 0,146 | 0,148 | 100               | 0,107       | 0,133 | 0,148 |
| 1000              | 0,022-0,037 | *)    | *)    | 1000              | 0,015-0,033 | *)    | *)    |

Tabel 44.

Steekproefstandaardafwijkingen  
coupure  $f$  100  
na 5 dagen  
2e experiment

Tabel 45.

Steekproefstandaardafwijkingen  
coupure  $f$  100  
na 10 dagen  
1e experiment

| $f \backslash bw$ | 5     | 10    | 15          | $f \backslash bw$ | 5     | 10    | 15          |
|-------------------|-------|-------|-------------|-------------------|-------|-------|-------------|
| 20                | 0,091 | 0,112 | 0,125       | 20                | 0,093 | 0,124 | 0,141       |
| 100               | 0,099 | 0,113 | 0,092-0,098 | 100               | 0,099 | 0,108 | 0,094-0,098 |
| 1000              | *)    | *)    | *)          | 1000              | *)    | *)    | *)          |

Tabel 46.

Steekproefstandaardafwijkingen  
coupure  $f$  100  
na 10 dagen  
2e experiment

\*) Berekening is niet mogelijk, aangezien alle waarnemingen het niveau  $1 - \beta$  hebben overschreden. (N.B. Voor het gehele simulatie-onderzoek is steeds  $\beta = 0,05$  gekozen.)

## 10. APPENDIX 1: HET AUTOREGRESSIEVE PROCES

10.1. Enige eigenschappen van het mathematische model voor de dagfracties

Voor het in paragraaf 3 gehanteerde k-de orde autoregressieve proces

$$\underline{u}_n = a_1 \underline{u}_{n-1} + \dots + a_k \underline{u}_{n-k} + \underline{e}_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

geldt:

1.  $(\underline{u}_{n-1}, \dots, \underline{u}_{n-k})$  en  $\underline{e}_n$  zijn stochastisch onafhankelijk (s.o.) voor alle  $n$ .
2.  $\underline{e}_m$  en  $\underline{e}_n$  zijn s.o. voor alle ongelijke  $m$  en  $n$ .
3.  $E\underline{u}_n = 0$ ,  $\text{var } \underline{u}_n = 1$  voor alle  $n$ .
4. Als we definiëren  $r_p ::= \text{cov}(\underline{u}_n, \underline{u}_{n+p})$ , dan is  $r_p$  onafhankelijk van  $n$ , voor alle  $n$ .
5. Zij  $c_{ij} ::= r_{|i-j|}$  voor  $i, j = 1, \dots, k$ , zij verder  $a$  de kolomvector met elementen  $a_1, \dots, a_k$  en  $r$  de kolomvector met elementen  $r_1, \dots, r_k$ , als tenslotte  $\Sigma$  de matrix met elementen  $c_{ij}$  is, dan gelden de zgn. Yule - Walker vergelijkingen  $\Sigma a = r$ .
6.  $\text{var } \underline{e}_n = 1 - a' \Sigma a = 1 - a' r$ , waarbij  $a'$  de getransponeerde van  $a$  is.

10.2. Het schatten van de parameters van een autoregressief proces

Een mogelijke methode voor het schatten is de modelautocorrelaties  $r_p$  m.b.v. de steekproefautocorrelaties, zeg  $s_p$ , te schatten en vervolgens schattingen  $b_1, \dots, b_k$  voor  $a_1, \dots, a_k$  te bepalen als oplossingen van

$$(1) \quad Sb = s,$$

waarbij  $S$  de matrix met elementen  $s_{|i-j|}$ ,  $b ::= (b_1, \dots, b_k)'$ ,  $s ::= (s_1, \dots, s_k)'$ ,  $s_p ::= \frac{1}{m-p} \sum_{n=p+1}^m u_{n-p} u_n$  en  $u_1, \dots, u_m$  de waarnemingen van de steekproef zijn.

Een andere methode is het m.b.v. de regressieanalyse bepalen van die schattingen  $b_1, \dots, b_k$  die  $\sum_{n=k+1}^m (u_n - \sum_{j=1}^k b_j u_{n-j})^2$  minimaliseren. Dit leidt tot een vergelijking die uit (1) wordt verkregen door daarin  $s_p$  te vervangen door  $s_p^*$  met  $s_p^* := \frac{1}{m-k} \sum_{n=k+1}^m u_{n-p} u_n$ .

Voor grote steekproefomvangs zullen beide schattingsmethoden zodoende vermoedelijk een redelijke overeenstemming vertonen, hetgeen wordt bevestigd door de resultaten van paragraaf 3.

### 10.3. Het simuleren van een autoregressief proces

Bij het simuleren van een k-de orde proces kan men b.v. eerst een vector  $(u_{1-k}, \dots, u_{-1}, u_0)'$  genereren als realisatie van een stochastische vector  $(\underline{u}_{1-k}, \dots, \underline{u}_{-1}, \underline{u}_0)'$  die een k-dimensionale normale verdeling heeft met verwachtingsvector 0 en covariantiematrix  $\Sigma$ , bestaande uit elementen die schattingen zijn voor  $r_{|i-j|}$ ,  $i, j = 1, \dots, k$ .

Vervolgens worden  $\underline{e}_1, \underline{e}_2, \dots$  onafhankelijk getrokken uit een normale verdeling met verwachting 0 en variantie  $1 - a'r$ , of juist een schatting daarvoor, en worden successievelijk  $\underline{u}_1, \underline{u}_2, \dots$  bepaald uit  $\underline{u}_n = \sum_{j=1}^k a_j \underline{u}_{n-j} + \underline{e}_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), waarbij  $(\underline{u}_{n-k}, \dots, \underline{u}_{n-1})'$  en  $\underline{e}_n$  s.o..

## 11. APPENDIX 2: DE COMPUTERPROGRAMMA'S

- Programma 1. Simulatie van alarmkansen
2. Frequentieverdelingen van alarmkansen
  3. Berekening van optimistische en pessimistische vangstkansen
  4. Frequentieverdelingen van optimistische en pessimistische vangstkansen



PROGRAMMA 1

SIMULATIE VAN ALARMKANSEN

Deze alarmkansen worden op een file uitgevoerd,  
die als invoer dient voor programma 2.

```

"BEGIN" "INTEGER" I,N,NSERIES,KMAX,ORDE,BW,V,NØ,RAN,DAGNR;
"REAL" BETA;
"REAL" "ARRAY" GEM, SD[1:5], A, R[1:4], DEC[1:10];
"REF" (OUTFILE) OUT; "REF" (PRINTFILE) PRINT;

"PROCEDURE" LEES PARAMETERS IN;
"INSPECT" SYSIN "DO"
"BEGIN" "INTEGER" I,DAG; "TEXT" FILE;
FILE:- BLANKS(80);
OUTTEXT("UITVOERFILE : "); OUTIMAGE;
INIMAGE; FILE:- INTEXT(80).STRIP;
"IF" FILE ^= "SYSOUT" "AND" FILE ^= "OUTPUT" "THEN"
"BEGIN" OUT:- "NEW" OUTFILE(FILE); OUT.OPEN(BLANKS(80),-1)
"END" "ELSE" OUT:- SYSOUT;
OUTTEXT("PRINTFILE : "); OUTIMAGE;
INIMAGE; FILE:- INTEXT(80).STRIP;
"IF" FILE ^= "SYSOUT" "AND" FILE ^= "OUTPUT" "THEN"
"BEGIN" PRINT:- "NEW" PRINTFILE(FILE); PRINT.OPEN(BLANKS(80),-1)
"END" "ELSE" PRINT:- SYSOUT;
OUTTEXT("AANTAL SERIES : "); OUTIMAGE; NSERIES:= ININT;
OUTTEXT("BETA : "); OUTIMAGE; BETA:= INREAL;
OUTTEXT("MAXIMAAL AANTAL DAGEN IN EEN SERIE : "); OUTIMAGE;
KMAX:= ININT;
OUTTEXT("AANTAL BEWAARDAGEN : "); OUTIMAGE; BW:= ININT;
OUTTEXT("AANTAL DAGEN VERTRAGING : "); OUTIMAGE; V:= ININT;
OUTTEXT("AANTAL STUKS HANDWERK : "); OUTIMAGE; NØ:= ININT;
OUTTEXT("STARTWAARDE RANDOMGENERATOR : "); OUTIMAGE; RAN:= ININT;
OUTTEXT("ORDE VAN HET AUTOREGRESSIEF PROCES : "); OUTIMAGE;
ORDE:= ININT;
OUTTEXT("VECTOR A (MODELPARAMETERS) : "); OUTIMAGE;
"FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO" A[I]:= INREAL;
OUTTEXT("VECTOR R (AUTOCORRELATIES) : "); OUTIMAGE;
"FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO" R[I]:= INREAL;
OUTTEXT("DECOMPOSITIE VAN DE COV. MATRIX SIGMA ");
OUTTEXT(" (KOLOMSGEWIJS)"); OUTIMAGE;
"FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE * (ORDE + 1) // 2 "DO"
DEC[I]:= INREAL;
OUTTEXT("GEMIDDELDEN EN STANDAARDDEVIATIES : "); OUTIMAGE;
"FOR" I:= 1,2,3,4,5 "DO"
"BEGIN" DAG:= ININT; GEM[DAG]:= INREAL; SD[DAG]:= INREAL "END"
"END" *** LEES PARAMETERS IN ***;

"PROCEDURE" VOER PARAMETERS UIT;
"INSPECT" PRINT "DO"
"BEGIN" "INTEGER" I,J,K;
EJECT(1);
OUTTEXT("AANTAL SERIES : ");
OUTINT(NSERIES,4); OUTIMAGE;
OUTTEXT("BETA : ");
OUTFIX(BETA,3,6); OUTIMAGE;
OUTTEXT("MAX. AANTAL DAGEN IN EEN SERIE : ");
OUTINT(KMAX,4); OUTIMAGE;
OUTTEXT("AANTAL BEWAARDAGEN : ");
OUTINT(BW,4); OUTIMAGE;
OUTTEXT("AANTAL DAGEN VERTRAGING : ");
OUTINT(V,4); OUTIMAGE;
OUTTEXT("AANTAL STUKS HANDWERK : ");
OUTINT(NØ,4); OUTIMAGE;

```

```

OUTTEXT("STARTWAARDE RANDOMGENERATOR      :");
OUTINT(RAN,15); OUTIMAGE;
OUTTEXT("ORDE VAN HET AUTOREGR. PROCES     :");
OUTINT(ORDE,4); OUTIMAGE; OUTIMAGE;
OUTTEXT("VECTOR A (MODELPARAMETERS)        :"); OUTIMAGE;
"FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO"
"BEGIN" OUTINT(I,3); OUTFIX(A[I],6,12); OUTIMAGE "END"; OUTIMAGE;
OUTTEXT("VECTOR R (AUTOCORRELATIES)       :"); OUTIMAGE;
"FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO"
"BEGIN" OUTINT(I,3); OUTFIX(R[I],6,12); OUTIMAGE "END"; OUTIMAGE;
OUTTEXT("DECOMP. VAN DE MATRIX SIGMA      :"); OUTIMAGE;
OUTTEXT("(RIJGEWIJS)"); OUTIMAGE;
K:= 0;
"FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO"
"BEGIN" OUTINT(I,3);
  "FOR" J:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" I "DO"
  "BEGIN" K:= K + 1; OUTFIX(DEC[K],6,12) "END"; OUTIMAGE
"END";
OUTIMAGE;
OUTTEXT("DAG          GEM.          S.D.  "); OUTIMAGE;
"FOR" I:= 1,2,3,4,5 "DO"
"BEGIN" OUTINT(I,3); OUTFIX(GEM[I],6,12); OUTFIX(SD[I],6,10);
  OUTIMAGE
"END"
"END" *** VOER PARAMETERS UIT ***;

```

SIMSET

```

"CLASS" SERIE(N); "INTEGER" N;
"BEGIN" "INTEGER" J,K,NK,NKMIN1,DAGNR;
  "REAL" UKMIN1,UKMIN2,TERM1,EXP3,F,FFK,VANGSTKANS,CUMKANS,
  EENMINBETA,PK,VARE;
  "REAL" "ARRAY" VECU[1:ORDE];

"REF" (HEAD) KLUIS;

LINK "CLASS" DAGONTVANGST;
"BEGIN" "INTEGER" HANDWERK; "REAL" DAGFRACTIE;
  "REF" (DAGONTVANGST) PTR;

  DAGFRACTIE:= GEM[DAGNR] + UK(VECU,A,VARE) * SD[DAGNR];
  "IF" UITG /= "NONE" "THEN"
  "BEGIN" PTR:= KLUIS.FIRST;
    NK:= NKMIN1 - PTR.HANDWERK + UITG.HANDWERK;
    PK:= 1;
    "FOR" PK:= PK - PTR.DAGFRACTIE "WHILE" PTR /= KLUIS.LAST "DO"
    PTR:= PTR.SUC;
    PK:= DAGFRACTIE / PK;
    HANDWERK:= BINOMIAL(NK,PK);
    NKMIN1:= NK
  "END" "ELSE" HANDWERK:= 0;
  DAGNR:= "IF" DAGNR = 5 "THEN" 1 "ELSE" DAGNR + 1;
"END" *** DAGONTVANGST ***;

"REF" (DAGONTVANGST) ONTV,UITG,PTR1;

```

```

"PROCEDURE" RANDOM MULTINORM(VEC,DIMENSION,COVDEC);
"INTEGER" DIMENSION; "REAL" "ARRAY" VEC,COVDEC;
"BEGIN" "INTEGER" I,J,K; "REAL" S; "REAL" "ARRAY" X[1:DIMENSION];
  K:= 0;
  "FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" DIMENSION "DO" X[I]:= NORMAL(0,1);
  "FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" DIMENSION "DO"
    "BEGIN" S:= 0;
      "FOR" J:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" I "DO"
        "BEGIN" K:= K + 1; S:= S + COVDEC[K] * X[J] "END";
      VEC[I]:= S
    "END"
"END" *** RANDOM MULTINORM ***;

"REAL" "PROCEDURE" UK(VECU,VECA,VARE);
"REAL" VARE; "REAL" "ARRAY" VECU,VECA;
"BEGIN" "INTEGER" I; "REAL" U;
  U:= NORMAL(0,VARE);
  "FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO"
    U:= U + VECU[ORDE - I + 1] * VECA[I];
  "FOR" I:= 2 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO" VECU[I - 1]:= VECU[I];
  UK:= VECU[ORDE]:= U
"END" *** UK ***;

"INTEGER" "PROCEDURE" BINOMIAL(N,P);
"INTEGER" N; "REAL" P;
"BEGIN" "INTEGER" I,K;
  K:= 0;
  "FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" N "DO"
    "IF" DRAW(P,RAN) "THEN" K:= K + 1;
  BINOMIAL:= K
"END" *** BINOMIAL ***;

"REAL" "PROCEDURE" NORMAL(M,S);
"REAL" M,S;
"BEGIN" "REAL" UI,U11;
  UI:= UNIFORM(0,1,RAN); U11:= UNIFORM(0,1,RAN);
  NORMAL:= M + SQRT(-2 * LN(UI)) * COS(2 * PI * U11) * S
"END" *** NORMAL ***;

"REAL" "PROCEDURE" FK(ONTV,TERM1,EXP3);
"NAME" TERM1,EXP3; "INTEGER" EXP3; "REAL" TERM1;
"REF" (DAGONTVANGST) ONTV;
"INSPECT" KLUIS "DO"
"BEGIN" "INTEGER" L,MINVBW; "REAL" TERM2,TERM2T,TERM2N,TERM3;
  "REF" (DAGONTVANGST) PTR2,PTR2EXP;

  PTR1:- PTR1.PRED; PTR2:- PTR1; PTR2EXP:- FIRST;
  ONTV.PRECEDE(FIRST); LAST.OUT; UITG:- LAST;
  TERM1:= TERM1 - ONTV.DAGFRACTIE + PTR1.DAGFRACTIE;
  TERM2T:= TERM1; TERM2N:= TERM1 + ONTV.DAGFRACTIE;
  TERM2:= TERM3:= 1; MINVBW:= "IF" V <= BW "THEN" V "ELSE" BW;
  "FOR" L:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" MINVBW "DO"
    "BEGIN" TERM2T:= TERM2T - PTR2.DAGFRACTIE;
      TERM2N:= TERM2N - PTR2.DAGFRACTIE;
      TERM2:= TERM2 * (TERM2T / TERM2N) ** PTR2EXP.HANDWERK;
      PTR2:- PTR2.SUC; PTR2EXP:- PTR2EXP.SUC
    "END";
    "IF" V < BW "THEN"
      "BEGIN" EXP3:= EXP3 + PTR2EXP.HANDWERK - PTR1.HANDWERK;
        TERM3:= (TERM2T / TERM2N) ** EXP3
      "END";
    FK:= TERM1 ** ONTV.HANDWERK * TERM2 * TERM3
"END" *** FK ***;

```

```

"PROCEDURE" VOER RESULTATEN UIT(K,DAGFRACTIE,HANDWERK,P,CUMP);
"INTEGER" K,HANDWERK; "REAL" DAGFRACTIE,P,CUMP;
"BEGIN"
  "INSPECT" OUT "DO"
  "BEGIN" OUTINT(N,4); OUTINT(K,4); OUTINT(HANDWERK,5);
    OUTFIX(P,4,10); OUTFIX(CUMP,4,10); OUTIMAGE
  "END";
  "INSPECT" PRINT "DO"
  "BEGIN" OUTINT(K,4); OUTFIX(DAGFRACTIE,6,12); OUTINT(HANDWERK,5);
    OUTFIX(P,4,10); OUTFIX(CUMP,4,10); OUTIMAGE
  "END"
"END" *** VOER RESULTATEN UIT ***;

"COMMENT" **** STARTSITUATIE ****;

KLUIS:- "NEW" HEAD; UITG:- "NONE";
NKMIN1:= N0; DAGNR:= RANDINT(1,5,RAN);

VARE:= 1;
"FOR" J:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO" VARE:= VARE - A[J] * R[J];

RANDOM MULTINORM(VECU,ORDE,DEC);

"NEW" DAGONTVANGST.INTO(KLUIS);
"FOR" K:= - BW - V + 1 "STEP" 1 "UNTIL" 0 "DO"
"NEW" DAGONTVANGST.PRECEDE(KLUIS.FIRST);
K:= -1; UITG:- KLUIS.LAST;
"WHILE" K ^= 0 "DO"
"BEGIN" ONTV:- "NEW" DAGONTVANGST;
  "IF" ONTV.HANDWERK ^= 0 "THEN" K:= 0 "ELSE"
  "INSPECT" KLUIS "DO"
  "BEGIN" ONTV.PRECEDE(FIRST); LAST.OUT; UITG:- LAST "END"
"END";

"INSPECT" PRINT "DO"
"BEGIN"
  OUTTEXT("KLUISINHOUD :"); OUTIMAGE;
  OUTTEXT("-----"); OUTIMAGE;
  "INSPECT" KLUIS "DO"
  "FOR" PTR1:- FIRST,PTR1.SUC "WHILE" PTR1 /= "NONE" "DO"
  "INSPECT" PTR1 "DO"
  "BEGIN"
    OUTTEXT("DAGFRACTIE :"); OUTFIX(DAGFRACTIE,4,10);
    OUTTEXT("HANDWERK :"); OUTINT(HANDWERK,4); OUTIMAGE
  "END";
  OUTIMAGE;

  TERM1:= 1; EXP3:= 0;
  "INSPECT" KLUIS "DO"
  "BEGIN" "INTEGER" D,VBW;
    VBW:= "IF" V < BW "THEN" V "ELSE" BW;
    PTR1:- FIRST;
    "FOR" D:= 0 "STEP" 1 "UNTIL" VBW "DO"
    "BEGIN" TERM1:= TERM1 - PTR1.DAGFRACTIE; PTR1:- PTR1.SUC "END";
    "FOR" D:= V + 1 "STEP" 1 "UNTIL" BW "DO"
    "BEGIN" TERM1:= TERM1 - PTR1.DAGFRACTIE;
      EXP3:= EXP3 + PTR1.HANDWERK; PTR1:- PTR1.SUC
    "END"
  "END";

```

```

F:= FK(ONTV,TERM1,EXP3);
VANGSTKANS:= CUMKANS:= 1 - F;
OUTTEXT("EERSTE DAG : ");
OUTINT("IF" DAGNR=1 "THEN" 5 "ELSE" DAGNR-1,4); OUTIMAGE;
VOER RESULTATEN UIT(K,ONTV.DAGFRACTIE,ONTV.HANDWERK,
  VANGSTKANS,CUMKANS);

"COMMENT" **** BEREKEN VANGSTKANSEN ****;

EENMINBETA:= 1 - BETA;
"FOR" K:= K + 1 "WHILE" CUMKANS <= EENMINBETA
  "AND" K <= KMAX "DO"
"BEGIN" ONTV:- "NEW" DAGONTVANGST;
  FFK:= F * FK(ONTV,TERM1,EXP3);
  VANGSTKANS:= F - FFK; CUMKANS:= CUMKANS + VANGSTKANS; F:= FFK;
  VOER RESULTATEN UIT(K,ONTV.DAGFRACTIE,ONTV.HANDWERK,
    VANGSTKANS,CUMKANS)
"END";
OUTTEXT("LAATSTE DAG : ");
OUTINT("IF" DAGNR=1 "THEN" 5 "ELSE" DAGNR-1,4); OUTIMAGE
"END"

"END" *** SERIE ***;

LEES PARAMETERS IN; VOER PARAMETERS UIT;

"FOR" N:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" NSERIES "DO"
"INSPECT" PRINT "DO"
"BEGIN" EJECT(1);
  OUTTEXT("SERIENUMMER :"); OUTINT(N,4); OUTIMAGE; OUTIMAGE;
  "NEW" SERIE(N)
"END"
"END"

```

PROGRAMMA 2

## FREQUENTIEVERDELINGEN VAN DE ALARMKANSEN

De uitvoer van programma 1 dient als invoer voor dit programma. Tevens worden de momenten berekend.

```

"BEGIN" "INTEGER" NDAGEN,NKLASSEN,NSERIES; "REAL" EENMINBETA;
NDAGEN:= ININT; NKLASSEN:= ININT; NSERIES:= ININT;
EENMINBETA:= INREAL;

"BEGIN" "INTEGER" K; "REAL" "ARRAY" FREQ[0:NDAGEN,1:NKLASSEN+3];
"REF" (DAG) D; "TEXT" TABELTEKST; "REF" (INFILE) IN;

"INTEGER" "PROCEDURE" KLASSE(KANS); "REAL" KANS;
KLASSE:= ENTIER(KANS * NKLASSEN + 0.00001) + 1;

"INTEGER" "PROCEDURE" MIN(A,B); "INTEGER" A,B;
MIN:= "IF" A < B "THEN" A "ELSE" B;

"CLASS" DAG;
"BEGIN" "INTEGER" SERIENR,DAGNR,HANDWERK; "REAL" P,CUMP;
"INSPECT" IN "DO"
"BEGIN" SERIENR:= ININT; DAGNR:= ININT; HANDWERK:= ININT;
P:= INREAL; CUMP:= INREAL; INIMAGE
"END"
"END" DAG;

"PROCEDURE" TABEL(F,ND,NKL); "INTEGER" ND,NKL; "REAL" "ARRAY" F;
"INSPECT" SYSOUT "DO"
"BEGIN" "INTEGER" D,K,D0,D1;

"PROCEDURE" KOP;
"BEGIN" "INTEGER" K; "REAL" KB,KLASSEBREEDTE;
EJECT(2); OUTTEXT(TABELTEKST); OUTIMAGE; OUTIMAGE;
OUTTEXT(" ");
KLASSEBREEDTE:= 1.00 / NKL;
"FOR" KB:= 0.00 "STEP" KLASSEBREEDTE "UNTIL" 1.001 "DO"
OUTFIX(KB,2,6); OUTIMAGE; OUTIMAGE;
OUTTEXT(" KLASSE ");
"FOR" K:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" NKL "DO" OUTINT(K,6);
OUTIMAGE; OUTIMAGE; OUTTEXT(" DAGNR"); OUTIMAGE; OUTIMAGE
"END" KOP;

D0:= 0; D1:= MIN(ND,24);
"WHILE" D0 <= ND "DO"
"BEGIN" KOP;
"FOR" D:= D0 "STEP" 1 "UNTIL" D1 "DO"
"BEGIN" OUTINT(D,4); OUTTEXT(" ");
"FOR" K:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" NKL "DO"
"IF" F[D,K] = 0 "THEN" OUTTEXT(" ") "ELSE"
OUTINT(F[D,K],6); OUTIMAGE; OUTIMAGE
"END";
D0:= D1 + 1; D1:= MIN(ND,D0+ 24)
"END"
"END" TABEL;

```



```

"PROCEDURE" MOMENTEN (F,ND,NKL);
"INTEGER" ND,NKL;"REAL" "ARRAY" F;
"INSPECT" SYSOUT "DO"
"BEGIN" "INTEGER" D,D0,D1,N; "REAL" S1OND,S2OND,S1BOV,S2BOV;

"PROCEDURE" KOP;
"BEGIN" EJECT(2); OUTTEXT(TABELTEKST); OUTIMAGE; OUTIMAGE;
IMAGE.SETPOS(11); OUTTEXT("GEMIDDELDE ST. DEVIATIE");
OUTTEXT(" AANTAL"); OUTIMAGE;
IMAGE.SETPOS(45); OUTTEXT("AANGEVULD TOTAAL");
OUTIMAGE; OUTIMAGE; OUTTEXT(" DAGNR"); OUTIMAGE; OUTIMAGE
"END" KOP;

D0:= 0; D1:= MIN(ND,24);
"WHILE" D0 <= ND "DO"
"BEGIN" KOP;
"FOR" D:= D0 "STEP" 1 "UNTIL" D1 "DO"
"BEGIN" OUTINT(D,4); OUTTEXT(" ");
N:= NSERIES - F[D,NKL+3] + F[D,NKL];
S1OND:= F[D,NKL+1] + N * EENMINBETA; S1BOV:= F[D,NKL+1] + N;
S2OND:= F[D,NKL+2] + N * EENMINBETA * EENMINBETA;
S2BOV:= F[D,NKL+2] + N;
OUTFIX(S1OND / NSERIES,4,6); OUTTEXT(" -");
OUTFIX(S1BOV / NSERIES,4,6); OUTTEXT(" ");
"IF" NSERIES > 1 "THEN"
"BEGIN"
OUTFIX(SQRT((S2OND - S1OND * S1OND / NSERIES) /
(NSERIES - 1)), 4,6);
OUTTEXT(" -");
OUTFIX(SQRT((S2BOV - S1BOV * S1BOV / NSERIES) /
(NSERIES - 1)), 4,6)
"END" "ELSE" OUTTEXT(" ");
OUTTEXT(" "); OUTINT(NSERIES - F[D,NKL+3], 4);
OUTTEXT(" "); OUTINT(NSERIES,4); OUTIMAGE; OUTIMAGE
"END";
D0:= D1 + 1; D1:= MIN(ND,D0 + 24)
"END"
"END" MOMENTEN;

"INSPECT" SYSIN "DO"
"BEGIN" INIMAGE; TABELTEKST:= BLANKS(80); TABELTEKST:= INTEXT(80)
"END";
IN:= "NEW" INFILE("IN");
"INSPECT" IN "DO"
"BEGIN" OPEN(BLANKS(80),-1); INIMAGE;
"WHILE" "NOT" ENDFILE "DO"
"BEGIN" D:= "NEW" DAG;
"INSPECT" D "DO"
"BEGIN" K:= KLASSE(CUMP);
"IF" CUMP < EENMINBETA "THEN"
"BEGIN"
FREQ[DAGNR,NKLASSEN+1]:= FREQ[DAGNR,NKLASSEN+1] + CUMP;
FREQ[DAGNR,NKLASSEN+2]:= FREQ[DAGNR,NKLASSEN+2] +
CUMP * CUMP
"END";
FREQ[DAGNR,NKLASSEN+3]:= FREQ[DAGNR,NKLASSEN+3] + 1;
FREQ[DAGNR,K]:= FREQ[DAGNR,K] + 1;
"END"
"END"
"END"
"END";

```

```
TABEL (FREQ,NDAGEN,NKLASSEN); MOMENTEN (FREQ,NDAGEN,NKLASSEN)  
"END"  
"END"
```

PROGRAMMA 3

BEREKENING VAN OPTIMISTISCHE EN PESSIMISTISCHE VANGSTKANSEN

Deze vangstkansen worden op een file uitgevoerd,  
die als invoer dient voor programma 4.

```

"BEGIN" "INTEGER" NPROB, NP, NSERIES, BW, RAN, ORDE;
"REAL" "ARRAY" GEM, SD[1:5], A, R[1:4], DEC[1:10];
"TEXT" NAAM;
"REF" (OUTFILE) OUT; "REF" (PRINTFILE) PRINT;

"PROCEDURE" LEES PARAMETERS IN;
"BEGIN" "INTEGER" I, DAG; "TEXT" FILE;
  NAAM:- BLANKS(80); FILE:- BLANKS(80);
  OUTTEXT("NAAM VAN HET PROBLEEM : "); OUTIMAGE;
  NAAM:- INTEXT(80).STRIP;
  OUTTEXT("NAAM VAN DE PRINTFILE : "); OUTIMAGE;
  FILE:- INTEXT(80).STRIP;
  "IF" FILE ^= "SYSOUT" "AND" FILE ^= "OUTPUT" "THEN"
  "BEGIN" PRINT:- "NEW" PRINTFILE(FILE); PRINT.OPEN(BLANKS(80), -1)
  "END";
  OUTTEXT("NAAM VAN DE UITVOERFILE : "); OUTIMAGE;
  FILE:- INTEXT(80).STRIP;
  "IF" FILE ^= "SYSOUT" "AND" FILE ^= "OUTPUT" "THEN"
  "BEGIN" OUT:- "NEW" OUTFILE(FILE); OUT.OPEN(BLANKS(80), -1) "END";
  OUTTEXT("AANTAL PROBLEMEN : "); OUTIMAGE; NPROB:= ININT;
  OUTTEXT("AANTAL SERIES : "); OUTIMAGE; NSERIES:= ININT;
  OUTTEXT("STARTWAARDE RANDOMGENERATOR : "); OUTIMAGE;
  RAN:= ININT;
  OUTTEXT("ORDE VAN HET AUTOREGRESSIEF PROCES : "); OUTIMAGE;
  ORDE:= ININT;
  OUTTEXT("VECTOR A (MODELPARAMETERS) : "); OUTIMAGE;
  "FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO" A[I]:= INREAL;
  OUTTEXT("VECTOR R (AUTOCORRELATIES) : "); OUTIMAGE;
  "FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO" R[I]:= INREAL;
  OUTTEXT("DECOMPOSITIE VAN DE COV. MATRIX SIGMA ");
  OUTTEXT(" (KOLOMSGEWIJS) : "); OUTIMAGE;
  "FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE * (ORDE + 1) // 2 "DO"
  DEC[I]:= INREAL;
  OUTTEXT("GEMIDDELDEN EN STANDAARDDEVIATIES : "); OUTIMAGE;
  "FOR" I:= 1,2,3,4,5 "DO"
  "BEGIN" DAG:= ININT; GEM[DAG]:= INREAL; SD[DAG]:= INREAL "END"
"END" *** LEES PARAMETERS IN ***;

"PROCEDURE" VOER PARAMETERS UIT;
"INSPECT" PRINT "DO"
"BEGIN" "INTEGER" I, J, K;
  EJECT(1);
  OUTTEXT(NAAM); OUTIMAGE; OUTIMAGE;
  OUTTEXT("AANTAL SERIES : ");
  OUTINT(NSERIES, 4); OUTIMAGE;
  OUTTEXT("STARTWAARDE RANDOMGENERATOR : ");
  OUTINT(RAN, 15); OUTIMAGE;
  OUTTEXT("ORDE VAN HET AUTOREGRESSIEF PROCES : ");
  OUTINT(ORDE, 4); OUTIMAGE; OUTIMAGE;
  OUTTEXT("VECTOR A (MODELPARAMETERS) : "); OUTIMAGE;
  "FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO"
  "BEGIN" OUTINT(I, 3); OUTFIX(A[I], 6, 12); OUTIMAGE "END"; OUTIMAGE;
  OUTTEXT("VECTOR R (AUTOCORRELATIES) : "); OUTIMAGE;
  "FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO"
  "BEGIN" OUTINT(I, 3); OUTFIX(R[I], 6, 12); OUTIMAGE "END"; OUTIMAGE;

```

```

OUTTEXT("DECOMPOSITIE VAN DE MATRIX SIGMA ");
OUTTEXT("(RIJGEWIJS) : "); OUTIMAGE;
K:= 0;
"FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO"
"BEGIN" OUTINT(I,3);
  "FOR" J:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" I "DO"
  "BEGIN" K:= K + 1; OUTFIX(DEC[K],6,12) "END"; OUTIMAGE
"END"; OUTIMAGE;
OUTTEXT("DAG      GEM.      S.D. "); OUTIMAGE;
"FOR" I:= 1,2,3,4,5 "DO"
"BEGIN" OUTINT(I,3); OUTFIX(GEM[I],5,12); OUTFIX(SD[I],5,10);
  OUTIMAGE
"END"
..END" *** VOER PARAMETERS UIT ***;

LEES PARAMETERS IN; VOER PARAMETERS UIT;
..FOR" NP:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" NPROB "DO"
..BEGIN" OUTTEXT("AANTAL BEWAARDAGEN : "); OUTIMAGE; BW:= ININT;

"BEGIN" "INTEGER" J,D,N,DAG0,L,U;
"REAL" OPTP,PESSP,PJ,TERM,SJ,SOMSJ,VARE;
"REAL" "ARRAY" P[-BW : BW], VECU[1 : ORDE];

"REAL" "PROCEDURE" UK(VECU,VECA,VARE);
"REAL" VARE; "REAL" "ARRAY" VECU,VECA;
"BEGIN" "INTEGER" I; "REAL" U;
  U:= NORMAL(0,VARE);
  "FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO"
  U:= U + VECU[ORDE - I + 1] * VECA[I];
  "FOR" I:= 2 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO" VECU[I - 1]:= VECU[I];
  UK:= VECU[ORDE]:= U
"END" *** UK ***;

"REAL" "PROCEDURE" NORMAL(M,S);
"REAL" M,S;
"BEGIN" "REAL" UI,U11;
  UI:= UNIFORM(0,1,RAN); U11:= UNIFORM(0,1,RAN);
  NORMAL:= M + SQRT(-2 * LN(UI)) * COS(2 * PI * U11) * S
"END" *** NORMAL ***;

"PROCEDURE" RANDOM MULTINORM(VEC,DIMENSION,COVDEC);
"INTEGER" DIMENSION; "REAL" "ARRAY" VEC,COVDEC;
"BEGIN" "INTEGER" I,J,K; "REAL" S; "REAL" "ARRAY" X[1:DIMENSION];
  K:= 0;
  "FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" DIMENSION "DO" X[I]:= NORMAL(0,1);
  "FOR" I:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" DIMENSION "DO"
  "BEGIN" S:= 0;
    "FOR" J:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" I "DO"
    "BEGIN" K:= K + 1; S:= S + COVDEC[K] * X[J] "END";
    VEC[I]:= S
  "END"
"END" *** MULTINORM ***;

```

```

"PROCEDURE" VOER RESULTATEN UIT(SERIE,BW,OPTP,PESSP);
"INTEGER" SERIE,BW; "REAL" OPTP,PESSP;
"BEGIN"
  "INSPECT" PRINT "DO"
  "BEGIN" "IF" MOD(SERIE,25) = 1 "THEN"
    "BEGIN" EJECT(1); OUTTEXT(NAAM); OUTIMAGE; OUTIMAGE;
    OUTTEXT("AANTAL BEWAARDAGEN : ");
    OUTINT(BW,3); OUTIMAGE; OUTIMAGE;
    OUTTEXT("SERIENUMMER OPT. VANGSTKANS ");
    OUTTEXT("PESS. VANGSTKANS"); OUTIMAGE; OUTIMAGE
  "END";
  OUTINT(SERIE,7); OUTTEXT(" ");
  OUTFIX(OPTP,4,7); OUTTEXT(" ");
  OUTFIX(PESSP,4,7); OUTIMAGE; OUTIMAGE;
"END";
"INSPECT" OUT "DO"
"BEGIN" OUTINT(SERIE,5); OUTINT(BW,3); OUTFIX(OPTP,4,8);
  OUTFIX(PESSP,4,8); OUTIMAGE
"END"
"END" *** VOER RESULTATEN UIT ***;

VARE:= 1;
"FOR" J:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" ORDE "DO"
VARE:= VARE - A[J] * R[J];

"FOR" N:= 1 "STEP" 1 "UNTIL" NSERIES "DO"
"BEGIN" OPTP:= PEPP:= 0;
  RANDOM MULTINORM(VECU,ORDE,DEC);
  DAG0:= D:= RANDINT(1,5,RAN);
  "FOR" J:= -1 "STEP" -1 "UNTIL" -BW "DO"
  "BEGIN" D:= "IF" D = 1 "THEN" 5 "ELSE" D - 1;
    PJ:= P[J]:= GEM[D] + UK(VECU,A,VARE) * SD[D];
    OPTP:= OPTP + PJ
  "END";
  D:= DAG0;
  "FOR" J:= 0 "STEP" 1 "UNTIL" BW "DO"
  "BEGIN" PJ:= P[J]:= GEM[D] + UK(VECU,A,VARE) * SD[D];
    OPTP:= OPTP + PJ;
    D:= "IF" D = 5 "THEN" 1 "ELSE" D + 1
  "END";
  "IF" BW = 1 "THEN" PEPP:= OPTP "ELSE"
  "BEGIN" L:= -BW; U:= 1; TERM:= 1;
    "FOR" J:= L "STEP" 1 "UNTIL" U "DO" TERM:= TERM - P[J];
    SOMSJ:= SJ:= P[U + 1] * P[L] / (TERM + P[L]);
    "FOR" U:= 3 "STEP" 1 "UNTIL" BW "DO"
    "BEGIN" TERM:= TERM - P[U - 1] + P[L]; L:= L + 1;
      SJ:= P[U] * (SJ * TERM / P[U - 1] + P[L]) / (TERM + P[L]);
      SOMSJ:= SOMSJ + SJ
    "END";
    PEPP:= OPTP - SOMSJ;
  "END";

VOER RESULTATEN UIT(N,BW,OPTP,PESSP)

"END"
"END"
"END"
"END"

```

PROGRAMMA 4

## FREQUENTIEVERDELINGEN VAN OPTIMISTISCHE EN PESSIMISTISCHE VANGSTKANSEN

De uitvoer van programma 3 dient als invoer voor dit programma. Tevens worden de momenten berekend.

```

"BEGIN" "INTEGER" NDAGEN, NKLASSEN, INDEX;

NDAGEN := ININT; NKLASSEN := ININT; INDEX := ININT;
"BEGIN" "INTEGER" K; "REAL" "ARRAY" FREQ[1:NDAGEN, 1:NKLASSEN+3];
  "REF" (DAG) D; "TEXT" TABELTEKST; "REF" (INFILE) IN;

  "INTEGER" "PROCEDURE" KLASSE(KANS); "REAL" KANS;
  KLASSE := ENTIER(KANS * NKLASSEN / 0.5) + 1;

  "INTEGER" "PROCEDURE" MIN(A,B); "INTEGER" A,B;
  MIN := "IF" A < B "THEN" A "ELSE" B;

"CLASS" DAG;
"BEGIN" "INTEGER" SERIENR, NBW; "REAL" P;
  "INSPECT" IN "DO"
  "BEGIN" SERIENR := ININT; NBW := ININT; P := INREAL;
  "IF" INDEX = 2 "THEN" P := INREAL; INIMAGE
  "END"
"END" DAG;

"PROCEDURE" TABEL(F, ND, NKL); "INTEGER" ND, NKL; "REAL" "ARRAY" F;
"INSPECT" SYSOUT "DO"
"BEGIN" "INTEGER" D, K, D0, D1, N; "REAL" S;

  "PROCEDURE" KOP;
  "BEGIN" "INTEGER" K; "REAL" KB, KLASSEBREEDTE;
  EJECT(2); OUTTEXT(TABELTEKST); OUTIMAGE; OUTIMAGE;
  OUTTEXT(" " " ");
  KLASSEBREEDTE := 0.5 / NKL;
  "FOR" KB := 0.00 "STEP" KLASSEBREEDTE "UNTIL" 0.501 "DO"
  OUTFIX(KB, 2, 6); OUTIMAGE; OUTIMAGE;
  OUTTEXT(" " "KLASSE " " ");
  "FOR" K := 1 "STEP" 1 "UNTIL" NKL "DO" OUTINT(K, 6);
  OUTTEXT(" " " " "GEM. " "S.D. " "AANTAL" " ");
  OUTIMAGE; OUTIMAGE; OUTTEXT(" " "BEW. " " "); OUTIMAGE; OUTIMAGE
"END" KOP;

D0 := 1; D1 := MIN(ND, 24);
"WHILE" D0 <= ND "DO"
"BEGIN" KOP;
  "FOR" D := D0 "STEP" 1 "UNTIL" D1 "DO"
  "IF" F[D, NKL+3] ^= 0 "THEN"
  BEGIN OUTINT(D, 4); OUTTEXT(" " " ");
  "FOR" K := 1 "STEP" 1 "UNTIL" NKL "DO"
  "IF" F[D, K] = 0 "THEN" OUTTEXT(" " " ") "ELSE"
  OUTINT(F[D, K], 6);
  N := F[D, NKL+3]; S := F[D, NKL+1];
  OUTTEXT(" " " " " "); OUTFIX(S / N, 5, 7);
  OUTTEXT(" " " " " ");
  "IF" N > 1 "THEN"
  OUTFIX(SQRT((F[D, NKL+2] - S * S / N) / (N - 1)), 5, 7)
  "ELSE" OUTTEXT(" " " " " ");
  OUTTEXT(" " " " " "); OUTINT(N, 4); OUTIMAGE; OUTIMAGE
  "END";
  D0 := D1 + 1; D1 := MIN(ND, D0 + 24)
"END"
"END" TABEL;

```



```
"INSPECT" SYSIN "DO"
"BEGIN" INIMAGE; TABELTEKST:= BLANKS(80); TABELTEKST:= INTEXT(80)
"END";
IN:- "NEW" INFILE ("IN");
"INSPECT" IN "DO"
"BEGIN" OPEN(BLANKS(80),-1); INIMAGE;
  "WHILE" "NOT" ENDFILE "DO"
    "BEGIN" D:- "NEW" DAG;
      "INSPECT" D "DO"
        "BEGIN" K:= KLASSE(P);
          FREQ[NBW,K]:= FREQ[NBW,K] + 1;
          FREQ[NBW,NKLASSEN+1]:= FREQ[NBW,NKLASSEN+1] + P;
          FREQ[NBW,NKLASSEN+2]:= FREQ[NBW,NKLASSEN+2] + P * P;
          FREQ[NBW,NKLASSEN+3]:= FREQ[NBW,NKLASSEN+3] + 1
        "END"
      "END"
    "END"
  "END";

  TABEL(FREQ,NDAGEN,NKLASSEN)
"END"
"END"
```