

MATHEMATISCH CENTRUM

2e BOERHAAVESTRAAT 49

AMSTERDAM

STATISTISCHE AFDELING

Leiding: Prof. Dr D. van Dantzig

~~Chef van de Statistische Consultatie: Prof. Dr J. Hemelrijk~~

Rapport S 213

(Vertrouwelijk)

Beantwoording van een aantal vragen  
van de Raad van Beroep (Sociale Ver-  
zekering) met betrekking tot toeken-  
ning van een verhoogd of verlaagd  
gevarencijfer aan ondernemingen in het  
algemeen en aan de N.V. Amsterdamsche  
Ballast Mij in het bijzonder.

door

Prof. Dr J. Hemelrijk

Februari 1957

The Mathematical Centre at Amsterdam, founded the 11th of February 1946, is a non-profit institution aiming at the promotion of pure mathematics and its applications, and is sponsored by the Netherlands Government through the Netherlands Organization for Pure Research (Z.W.O.) and the Central National Council for Applied Scientific Research in the Netherlands (T.N.O.), by the Municipality of Amsterdam and by several industries.

## 1. Inleiding

In dit rapport wordt verslag uitgebracht van onderzoeken, zowel van theoretische als van experimentele aard, die verricht zijn in opdracht van de politie te Amsterdam ten behoeve van de Raad van Beroep (Sociale verzekering) te Amsterdam. **Deze onderzoeken** hebben betrekking op een geschil tussen de N.V. Amsterdamsche Ballast Maatschappij en de Rijksverzekeringsbank en zij dienen ter beantwoording van de volgende vragen.

I. Hoe gaat de Rijksverzekeringsbank te werk, teneinde na te gaan, of aan enig in een onderneming uitgeoefend bedrijf ander dan normaal gevaar is verbonden?

II. Kan de door de Rijksverzekeringsbank toegepaste methode geacht worden te voldoen aan de eisen, die daaraan thans mogen en moeten worden gesteld op grond van de ontwikkeling, welke de wiskundige statistiek gedurende de jongste decennia heeft door-gemaakt?

III. Is het materiaal, waarop de Chef van de Afdeling Wiskunde en Statistiek der Rijksverzekeringsbank in zijn brief van 6 December 1955 doelt van zo grote omvang, dat daaruit, met behulp van statistische methoden, een aanvaardbare conclusie kan worden getrokken met betrekking tot de vraag, of aan de door klaagster in haar onderneming uitgeoefende bedrijven ander dan normaal gevaar was verbonden?

IV. Zo ja, was dit materiaal ook bruikbaar ter beantwoording van de vraag, of aan bedoelde bedrijven bepaaldelijk op 1 Januari 1955 ander dan normaal gevaar was verbonden?

V. Indien ook vraag IV bevestigend wordt beantwoord, hoe luidt dan het antwoord op de vraag, of aan vaker bedoelde bedrijven ander dan normaal gevaar was verbonden op 1 Januari 1955?

Ter beantwoording van deze vragen werd de medewerking ingeroepen van de Rijksverzekeringsbank voor het verschaffen van inlichtingen en statistische gegevens. De door de Rijksverzekeringsbank welwillend ter beschikking gestelde gegevens werden aan een statistische analyse onderworpen, die door mejuffrouw C. VAN EEDEN, wetenschappelijk medewerkster van de Statistische Afdeling van het Mathematisch Centrum te Amsterdam, onder leiding van de schrijver van dit rapport werd verricht.

De beantwoording van de bovenstaande vragen berust op een aantal principes van toegepast statistische aard, die niet zonder meer als bekend beschouwd kunnen worden. Dit maakt het noodzakelijk een uiteenzetting van deze principes te geven, hetgeen in de volgende paragraaf is gedaan. In de daarop volgende paragraaf wordt een globale beantwoording der gestelde vragen gegeven, terwijl verdere uitwerking en argumentering, afgesloten door een wiskundige appendix, het rapport voltooit. De appendix bevat een lijst van de gebruikte symbolen (par. A.3). Deze opbouw van het rapport heeft de bedoeling de antwoorden zo duidelijk mogelijk toe te lichten voor niet wiskundig geschoolde lezers, terwijl anderzijds de wiskundige statisticus de theoretische achtergrond in de appendix terug kan vinden. Het is bij deze opzet van het rapport niet te vermijden, dat ook een aantal opmerkingen van triviale aard worden gemaakt, die echter, teneinde de logische samenhang niet te verstoren, toch zijn ingevoegd.

## 2. Statistische principes

De eerste vraag, die men zich - nog voor het begin van een statistisch onderzoek - dient te stellen, is of de statistiek toepasbaar is op het terrein waarop men zich gaat bewegen en of van de statistiek een nuttige bijdrage verwacht kan worden tot de oplossing van de op dat terrein bestaande problemen. Daartoe is het nodig aan te geven, wat men in het beschouwde geval onder "nuttig" verstaat, m.a.w. wat het doel is dat men zou willen bereiken. Een duidelijke formulering van het gestelde doel - die veelal achterwege gelaten wordt - kan niet alleen veel bijdragen tot het vinden van een bevredigende oplossing, maar moet zelfs als onontbeerlijk beschouwd worden voor het opzetten van een logisch samenhangende redenering over de middelen, die tot het bereiken daarvan bij kunnen dragen. Om deze reden wordt hieronder puntsgewijze een beschrijving gegeven van de situatie waarop dit onderzoek betrekking heeft, en van de doelstelling, zoals deze bij het huidige onderzoek is opgevat.

a. De lasten ten gevolge van ongevallen<sup>1)</sup> in een onderneming zijn, ook indien deze onderneming niet van grootte en werkwijze verandert, van jaar tot jaar niet constant. De fluctuaties, die hierbij optreden kunnen niet in detail voorspeld worden.

Dit feit ligt ten grondslag aan de wenselijkheid van iedere verzekering. Waren de lasten constant, dan zou de netto premie daaraan gelijk zijn, zodat verzekering overbodig zou zijn. De bedoeling van de verzekering is de variabele lasten door een constante of vrijwel constante premie te vervangen, zodat de onvoorspelbaarheid van de lasten voor de onderneming geen nadelige gevolgen meer heeft.

De van jaar tot jaar variërende lasten vormen een typisch statistisch verschijnsel - de statistiek houdt zich nl. juist bezig met verschijnselen, die niet in detail voorspelbaar zijn - en de bepaling van de premie, die nodig is om de variërende lasten op te vangen, geschiedt dan ook met behulp van statistische methoden op grond van in het verleden waargenomen lasten. Zonder deze statistische basis zou verzekering niet mogelijk zijn.

-----  
1) Onder lasten zonder nadere aanduiding zal in dit rapport steeds verstaan worden de netto lasten per f 100,- uitgekeerd loon.

b. De lasten per onderneming verschillen niet alleen bij iedere onderneming van jaar tot jaar, maar zijn ook voor verschillende ondernemingen verschillend. Daarbij komen naast toevallige verschillen - die vergelijkbaar zijn met de verschillen van jaar tot jaar bij één onderneming - ook systematische verschillen voor: de ene onderneming kan gevaarlijker werk verrichten dan de andere.

Een ideale verzekering zou aan iedere onderneming een premie<sup>2)</sup> in rekening moeten brengen, die overeenkomt met de gemiddelde lasten, die deze onderneming, indien zij niet van karakter of grootte veranderde, over een zeer groot aantal jaren zou onder vinden. Daarbij wordt niet gedacht aan 20 of 50, maar aan bijv. 1000 jaar. Dit ideaal is uiteraard niet te verwezenlijken, daar geen onderneming 1000 jaar waargenomen kan worden alvorens de verzekering ingaat, terwijl bovendien uitbreiding, verandering der werkzaamheden, enz., het aan de onderneming verbonden gevaar telkens kunnen wijzigen. De verzekering richt zich daarom op een minder verstrekkend doel door de ondernemingen in groepen samen te vatten. Binnen iedere groep kan men nu op grond van de ervaring van een gering aantal, bijv. 5 jaar een premie berekenen, die in staat is de lasten binnen deze groep van ondernemingen op te vangen. Grofweg komen de cijfers over 5 jaar van 200 ondernemingen overeen met die van één onderneming over  $5 \times 200 = 1000$  jaar.

c. De vraag is nu op welk principe men de indeling van de ondernemingen in groepen wenst in te delen. De eenvoudigste - en zeer wel uitvoerbare - wijze zou zijn ze alle in één groep te verenigen en ze dus ook alle dezelfde premie te laten betalen. Dit zou echter betekenen, dat ondernemingen, die een veel geringer gevaar opleveren en dus doorgaans veel lagere lasten hebben dan bedrijven met een groter gevaar, toch dezelfde premie zouden betalen als deze bedrijven met groter gevaar. De ongevaarlijke bedrijven zouden dan dus (tezamen) boven hun eigen lasten ook nog een deel van de lasten der gevaarlijke bedrijven dragen, hetgeen onbillijk geacht wordt. Dit laatste blijkt uit het feit, dat de wet voorziet in een indeling van de ondernemingen in verschillende gevarenklassen met verschillende premies.

Hieruit volgt, dat aan deze wet een principe van billikheid ten grondslag ligt, dat erop gericht is het onder punt b gestelde ideaal althans zo dicht mogelijk te benaderen, echter onder behoud van het voordeel van een van jaar tot jaar constante of vrijwel constante premie.

2) Onder premie wordt in dit rapport, indien niet anders vermeld, verstaan de netto premie per f 100,- loon.

d. Daar enerzijds het samenvatten van alle ondernemingen in één groep (met één premie) onaanvaardbaar wordt geacht (punt c), terwijl anderzijds het gestelde ideaal alleen bereikt zou kunnen worden door iedere onderneming afzonderlijk te beschouwen (hetgeen onuitvoerbaar is; punt b), is het onvermijdelijk, dat men zal moeten volstaan met een aanvaardbaar en praktisch uitvoerbaar compromis tussen deze beide extremen. Dit compromis kan slechts één vorm hebben: het samenvatten van de ondernemingen in groepen op zodanige wijze, dat ondernemingen in één groep - die dus dezelfde premie betalen - bij goede benadering hetzelfde gevaar bezitten, d.w.z. over een lange reeks van jaren gemiddeld ongeveer dezelfde lasten zouden opleveren.

e. Het belangrijkste middel voor deze indeling van de ondernemingen in groepen bestaat op het ogenblik uit een indeling van de ondernemingen of onderdelen daarvan<sup>3)</sup> in bedrijven. Deze indeling in bedrijven geschiedt op technische gronden naar aanleiding van de verrichte werkzaamheden. Vervolgens worden de bedrijven ingedeeld in gevarenklassen. Deze methode heeft het grote voordeel, dat een bedrijf vele ondernemingen bevat, waardoor de variabiliteit van jaar tot jaar van de lasten (per f 100,- loon) voor een bedrijf veel geringer is dan bij de afzonderlijke ondernemingen, zodat de statistische bepaling van de premie aanzienlijk eenvoudiger en bovendien nauwkeuriger wordt. De indeling der bedrijven in gevarenklassen geschiedt niet op technische, doch op statistische wijze, naar aanleiding van de lasten der bedrijven in het verleden.

f. De vraag is vervolgens, of de zo verkregen classificatie in gevarenklassen reeds beschouwd kan worden als het aanvaardbare compromis, waarvan in punt d sprake was. Het antwoord op deze vraag is afhankelijk van het feit, of er nu binnen de gevarenklassen geen onbillikheden meer zijn van dezelfde aard als de onder punt c vermelde voor het extreme geval van slechts één klasse in totaal. Dergelijke onbillikheden treden op als bedrijven van in werkelijkheid verschillend gevaar in dezelfde klasse zijn ingedeeld en als ondernemingen van één bedrijf onderling systematisch in gevaar verschillen. In beide gevallen betalen

-----  
3) Onder een onderneming zal in dit rapport in de regel worden verstaan een enkelvoudig ingedeelde onderneming of een enkelvoudig ingedeeld onderdeel van een onderneming.

de minder gevaarlijke (dus gemiddeld minder lasten ondervindende) bedrijven resp. ondernemingen mede voor de gevaarlijkere. Verderop zal duidelijk blijken dat dit bij de huidige wijze van indelen inderdaad geschiedt en tevens zullen middelen aangegeven worden, die kunnen helpen aan dit bezwaar tegemoet komen.

g. De indeling der bedrijven in gevarenklassen vindt eens in de 5 jaar plaats op grond van de in voorafgaande jaren waargenomen lasten. Hierbij wordt het gebruik van statistische methoden algemeen aanvaard, zodat zich slechts de vraag voordoet of de gebruikte methoden wellicht voor verdere uitwerking en precisering vatbaar zijn.

h. Voor de ondernemingen binnen een bedrijf vormt indeling met gewijzigd gevarencijfer op grond van statistische overwegingen echter een punt, waarover de meningen verschillen en het is juist dit punt, dat het hoofdonderwerp van dit rapport vormt. Toekenning van een gewijzigd gevarencijfer op technische gronden is een algemeen erkend middel tot correctie van de onder punt f genoemde moeilijkheden.

i. Zou dit middel van toekenning van gewijzigde gevarencijfers op technische gronden voldoende zijn, om tot een aanvaardbare premiebepaling te leiden, dan zou er geen reden zijn nog verdere hulpmiddelen van welke aard dan ook te hulp te roepen. Uit het verderop te beschrijven statistische onderzoek blijkt echter, dat dit niet het geval is. Dit is ook begrijpelijk, daar een technische beschrijving van een onderneming verre van volledig is. Twee ondernemingen, die hetzelfde bedrijf uitoefenen met dezelfde technische uitrusting, kunnen nog zeer wel een verschillend gevaar opleveren, daar voor het gevaar zeer belangrijke psychologische factoren, zoals voorzichtigheid (tegenover zorgeloosheid), de aard van het toezicht, het werktempo, enz., niet onder de technische beschrijving vallen.

j. Tegen de indeling met gewijzigd gevaar op grond van statistische verwerking van in vroegere jaren waargenomen lasten is herhaaldelijk de tegenwerping gemaakt, dat deze methode erop gericht zou zijn iedere onderneming de eigen lasten achteraf te laten dragen, zodat dan eigenlijk van verzekering geen sprake meer zou zijn. Deze tegenwerping moet echter, bij juiste hantering van statistische methoden, van de hand gewezen worden.



Deze methoden zijn er, evenals de indeling op technische gronden, uitsluitend op gericht zoveel mogelijk te bereiken dat iedere onderneming ingedeeld wordt in de juiste gevarenklasse, d.i. met het gevarencijfer, dat met de gemiddelde lasten van die onderneming, over vele jaren beschouwd, overeenkomt. De moderne statistiek beschikt over nieuwe hulpmiddelen, die het mogelijk maken dit doel dichter te benaderen dan vroeger het geval was.

k. Gewijzigde indeling op technische en op statistische gronden hebben dus hetzelfde doel: een verbetering van de verzekering in die zin dat de premie beter in overeenstemming gebracht wordt met het werkelijke gevaar, om op die wijze onbillijkheden bij de verzekering te vermijden. Aangezien uit de statistische analyse, die verderop beschreven wordt, blijkt dat statistische methoden naast technische een wezenlijke bijdrage kunnen leveren tot het bereiken van dit doel, wordt in dit rapport uitgegaan van het standpunt, dat er tegen het gebruik van statistische methoden geen principieel bezwaar gemaakt kan worden, doch dat zij integendeel zeer nuttig kunnen zijn en dat verdere invoering ervan op verantwoorde wijze uitermate wenselijk is.

l. Statistische methoden stellen ons echter, evenmin als technische, in staat foutloos te werken. Het is niet te vermijden, dat sommige ondernemingen van tijd tot tijd enige jaren in een andere gevarenklasse ingedeeld worden dan waarin zij eigenlijk thuis horen. Dit zou slechts vermeden kunnen worden, indien men de gemiddelde schade voor iedere onderneming nauwkeurig zou kunnen voorspellen, hetgeen echter (zie punt c) principieel onmogelijk geacht moet worden. Het streven zal daarom moeten zijn deze foute indelingen zo gering mogelijk in aantal te maken, gebruik makende van alle middelen, die daartoe ten dienste staan. Juist statistische methoden zijn uitermate geschikt voor dit doel, daar deze ons in staat stellen de kans op foute indelingen te berekenen en binnen grenzen te houden. Daardoor kan het aantal onjuiste indelingen kleiner gemaakt worden dan met technische middelen alleen mogelijk is.

m. Bij de opzet van dit rapport wordt ervan uitgegaan, dat de indeling van ondernemingen in bedrijven in de eerste plaats op technische gronden geschiedt - waaronder begrepen de indeling met gewijzigd gevaar op technische gronden -, terwijl vervolgens statistische methoden gebruikt worden om de zo verkregen situatie verder te corrigeren op nog aanwezige

onjuiste indelingen. Deze correcties worden alleen aanbevolen voor gevallen, waarvoor overtuigend blijkt, dat de op technische gronden verkregen indeling nog aanleiding geeft tot onbillijkheden.

n. De methoden, die geschikt zijn om te onderzoeken, of een gegeven indeling nog aanleiding geeft tot onbillijkheden, zijn statistische toetsen. Deze zullen verderop beschreven worden. Bij deze toetsen gaat men ervan uit, dat de bestaande indeling - bijv. verkregen op technische gronden - in eerste instantie als juist moet worden beschouwd en men toetst deze onderstelling aan de in het verleden waargenomen lasten. Zonder hier op details in te gaan, kan in het algemeen gezegd worden, dat men vervolgens een zodanig criterium aanlegt voor de (eventuele) verwerping van deze onderstelling, dat deze verwerping slechts zeer zelden ten onrechte, doch veel vaker terecht optreedt. Met andere woorden: het aantal der foute indelingen, die door toepassing van deze methoden ontstaan, zal aanzienlijk geringer zijn dan het aantal der bestaande foute indelingen, die erdoor worden verbeterd. Dit zijn echter precies de eisen, die men aan een nuttige correctiemethode dient te stellen.

o. De conclusie van de beschouwingen van deze paragraaf luidt, dat het uit een oogpunt van billijke vaststelling van de premie onverantwoord geacht moet worden statistische correctiemethoden op de toekenning van gevarencijfers af te wijzen, tenzij een bestaande indeling geen of vrijwel geen onbillijkheden meer zou bevatten. Dit laatste blijkt echter spoedig, indien men gaat onderzoeken of statistische methoden nog tot correcties leiden. Alleen als het aantal correcties, dat door deze methoden aangewezen wordt zeer gering is, is een goede indeling bereikt en dan hebben de statistische methoden zelf dit aangetoond. Zij dienen dan dus eigenlijk niet meer als correctie, maar in de eerste plaats als controle van de bestaande indeling. Voor het verkrijgen en in stand houden van een billijk toekenning van gevarencijfers moeten derhalve statistische hulpmiddelen als onmisbaar worden beschouwd.

### 3. Globale beantwoording der gestelde vragen

Vraag I. Hoe gaat de Rijksverzekeringsbank te werk, teneinde na te gaan, of aan enig in een onderneming uitgeoefend bedrijf ander dan normaal gevaar is verbonden?

Een uitvoerige beantwoording van deze vraag is vervat in par. 4 van dit rapport. Wij volstaan hier met het in woorden omschrijven van de gevolgde methoden, onder vermelding van de onderstellingen, waarop deze berust.

In het kader van de in par. 2 vermelde punten kan de gebruikte methode beschreven worden als een statistische toets, waarmee de onderstelling getoetst wordt, dat het aan de onderneming bij de huidige indeling toegekende gevarencijfer juist is, d.w.z. dat de bijbehorende premie inderdaad het aan de onderneming verbonden gevaar dekt, in de zin van punt b van par. 2.

Deze toets wordt gebaseerd op de veronderstelling, dat de lasten een z.g. normale kansverdeling bezitten, d.w.z. op een bepaalde wijze symmetrisch gespreid liggen ten opzichte van een gemiddelde waarde. Daar deze veronderstelling zeker niet geldt indien de onderneming klein is, wordt de methode alleen toegepast op grote ondernemingen. Daarbij worden onderdelen van één onderneming, die in verschillende bedrijven zijn ingedeeld, tezamen genomen.

De verdere uitwerking van de toets berust op de gedachte, dat bij toepassing ervan de kans op een juiste indeling minstens even groot moet zijn als de kans op een onjuiste indeling. Dit leidt er echter toe, dat een onderneming, waaraan reeds het juiste gevarencijfer is toegekend, bij toepassing van deze toets een vrij grote kans op veranderen dus onjuiste indeling loopt. Deze kans kan tot de waarde  $\frac{1}{2}$  oplopen.

De methode is ontwikkeld door J.H. PEEK, "On the application of the calculus of probabilities in calculating the amount of securities and in utilising statistical data for the sake of classification of legal accident-insurance risks in the practice of the Dutch State Insurance Office", Proc. of the fifth int. congress of Mathematicians, Cambridge Univ. Press 1913, p. 395-406. Afgezien van een betrekkelijk ondergeschikte wijziging wordt de door PEEK aanbevolen methode nog steeds gebruikt.

Vraag II. Kan de door de Rijksverzekeringsbank toegepaste methode geacht worden te voldoen aan de eisen, die daaraan thans mogen en moeten worden gesteld op grond van de ontwikkeling, welke de wiskundige statistiek gedurende de jongste decennia heeft doorgemaakt?

Het antwoord op deze vraag moet ontkennend luiden. Daarbij zij echter vooropgesteld, dat het boven aangehaalde artikel van PEEK, vooral voor de tijd waarin het verscheen, als een zeer goed artikel en als een waardevolle bijdrage ter introductie van verfijnde statistische methoden in de schadeverzekering moet worden beschouwd. De bezwaren, die er heden ten dage tegen zijn in te brengen kunnen slechts als zodanig gelden naar aanleiding van de ontwikkeling van nieuwe statistische methoden, die pas na het einde van de tweede wereldoorlog in Nederland zijn doorgedrongen.

Deze bezwaren zijn de volgende. De onderstelling, dat de lasten een normale kansverdeling bezitten, is in de regel niet vervuld. Deze onderstelling wordt in par. 5 onderzocht voor de ondernemingen, die in het huidige statistische onderzoek betrokken zijn. PEEK was daardoor genoodzaakt zich te beperken tot grote ondernemingen. Deze zijn echter vaak niet enkelvoudig ingedeeld en dan valt er bezwaar te maken tegen behandeling als één eenheid, daar het zeer goed mogelijk is, dat sommige onderdelen juist en andere wellicht onjuist zijn ingedeeld. De grens, die PEEK trok voor de grootte van een onderneming, die nog op statistische gronden ingedeeld kan worden, is bovendien in hoge mate willekeurig. Er zijn heden ten dage statistische methoden beschikbaar, die ook voor andere dan normale verdelingen gelden en die voor toepassing op kleinere ondernemingen geschikt zijn. Deze methoden waren in de tijd, toen PEEK zijn methode ontwikkelde, nog niet bekend.

Een tweede bezwaar tegen de methode van PEEK is de bij de beantwoording van vraag I reeds vermelde grote kans op onjuiste indeling, die door hem toegelaten wordt. Volgens punt m van par. 2 houden wij gewijzigde indeling op statistische gronden slechts dan voor verantwoord, indien uit de schade cijfers overtuigend blijkt, dat de bestaande indeling onjuist is. Dit betekent echter, dat men de kans op ten onrechte wijzigen van de indeling veel kleiner dan de door PEEK toegelaten waarde  $\frac{1}{2}$  zal moeten maken. Men zou bijv. kunnen stellen, dat een onderneming gemiddeld hoogstens eens in de 50 jaar ten gevolge van de statistische correcties verkeerd mag worden ingedeeld.

Deze wijziging kan in de methode van PEEK gemakkelijk aan-  
gebracht worden, maar daarmee wordt aan de eerstgenoemde  
bezwaren niet tegemoet gekomen.

Billijkheidshalve dient hierbij opgemerkt te worden,  
dat wij, bij het maken van deze laatste tegenwerping tegen  
PEEK's methode, van een ander standpunt dan het zijne uit-  
gaan. Wij zien statistisch onderzoek van een bestaande indeling  
als een onmisbaar middel ter correctie van onbillijkheden in  
die indeling, terwijl PEEK blijkens zijn artikel de gehele  
indeling op zijn statistische methode wilde baseren. Stelt  
men zich op zijn standpunt - hetgeen echter, daar zijn methode  
voor kleine ondernemingen niet van toepassing is, niet con-  
sequent uitvoerbaar is -, dan valt de door hem toegelaten  
grotere kans op onjuiste indeling zeer goed te verdedigen.  
Prefereert men echter een voorafgaande indeling, op technische  
gronden, van de ondernemingen in bedrijven en een daarop  
volgende indeling, op statistische gronden, van de bedrijven  
in gevarenklassen, met eventuele correcties op technische  
gronden van de zo verkregen indeling met betrekking tot  
bepaalde ondernemingen (dit is de huidige, algemeen aanvaarde,  
methode), dan dient men verdere statistische bewerking als  
controle- en correctie-middel te hanteren, daar de hoofd-  
zaken van de indeling reeds vastliggen. Dit is dan ook het  
standpunt, waarop wij ons zullen stellen.

Een uitvoerige beantwoording van deze vraag treft men  
aan in par. 5.

Vraag III. Is het materiaal, waarop de Chef van de Afdeling  
Wiskunde en Statistiek der Rijksverzekeringsbank in zijn brief  
van 6 December 1955 doelt van zo grote omvang, dat daaruit, met  
behulp van statistische methoden, een aanvaardbare conclusie  
kan worden getrokken met betrekking tot de vraag, of aan de  
door klaagster in haar onderneming uitgeoefende bedrijven ander  
dan normaal gevaar was verbonden?

Het antwoord op deze vraag is tweeledig. Enerzijds is bij  
de beantwoording van vraag II reeds opgemerkt, dat moderne  
statistische methoden ook van toepassing zijn op kleine onder-  
nemingen of delen van ondernemingen. In dit opzicht moet de  
vraag dus bevestigend beantwoord worden. Anderzijds heeft de  
Chef van de Afdeling Wiskunde en Statistiek der Rijksverzeke-  
ringsbank, in navolging van PEEK, alleen onderzocht of de  
waargenomen lasten voor de betrokken onderneming zo aanzienlijk

afweken van het aan die onderneming toegekende gevarencijfer, dat herziening gerechtvaardigd geacht kon worden. Daarbij werd dus gebruik gemaakt van de methode van PEEK met de daaraan verbonden bezwaren. Deze bezwaren kunnen slechts vermeden worden, indien men de onderdelen van de betrokken onderneming, die ieder één bedrijf uitoefenen, ieder afzonderlijk vergelijkt met andere ondernemingen (of onderdelen daarvan), die hetzelfde bedrijf uitoefenen. Immers het feit, dat een bepaalde onderneming meer gevaar oplevert dan met het toegekende gevarencijfer overeenkomt, betekent nog niet, dat deze onderneming gevaarlijker is dan andere ondernemingen uit hetzelfde bedrijf. De mogelijkheid bestaat (vergelijk par. 6), dat ook andere ondernemingen uit dit bedrijf, of zelfs het merendeel daarvan (vergelijk par. 5), in dezelfde situatie verkeren en in dat geval zou het onbillijk zijn alleen de ene beschouwde onderneming hoger in te delen. Men heeft dus niet alleen de schade-cijfers van de ene beschouwde onderneming nodig, doch ook die van andere ondernemingen uit hetzelfde bedrijf (of uit dezelfde bedrijven). Dit additionele waarnemingsmateriaal is door de Chef van de Afdeling Wiskunde en Statistiek niet in de genoemde brief vermeld en ook niet in zijn beschouwingen betrokken. Het is echter door hem aan ons verstrekt, toen wij daarom verzochten en ter beantwoording der volgende vragen geanalyseerd.

Zie verder par. 6.

Vraag IV. Zo ja, was dit materiaal ook bruikbaar ter beantwoording van de vraag, of aan bedoelde bedrijven bepaaldelijk op 1 Januari 1955 ander dan normaal gevaar was verbonden?

Het antwoord op deze vraag loopt parallel met dat op vraag III. Het materiaal is voldoende na aanvulling met gegevens uit dezelfde jaren over andere ondernemingen uit dezelfde bedrijven.

Zie ook par. 6.

Vraag V. Indien ook vraag IV bevestigend wordt beantwoord, hoe luidt dan het antwoord op de vraag, of aan vaker bedoelde bedrijven ander dan normaal gevaar was verbonden op 1 Januari 1955?

Op deze vraag kan slechts een gedifferentieerd antwoord gegeven worden, daar uit het in par. 6 beschreven onderzoek blijkt, dat van de 7 onderdelen van de Amsterdamsche Ballast Mij, die in de 9 jaren direct voorafgaande aan 1 Januari 1955 7 verschillende bedrijven hebben uitgeoefend, een tweetal

verhoogd gevaar bezitten en één verlaagd gevaar, terwijl bij overige 4 geen afwijking van normaal gevaar geconstateerd kon worden.

De onderdelen met verhoogd gevaar oefenen de bedrijven 40 en 50 uit, het onderdeel met verlaagd gevaar bedrijf no 6 en de overige 4 de bedrijven 39, 221, 299 en 328.

Gezien dit verschil tussen de onderdelen, die verschillende bedrijven uitoefenen, lijkt het onjuist ze alle over één kam te scheren.

Bij de beantwoording van de vraag, of het wel gerechtvaardigd is aan de onderdelen, die bedrijf 40 en 50 uitoefenen, een verhoogd gevarencijfer toe te kennen, kan men mede in de overwegingen betrekken, dat uit het onderzoek bleek, dat verschillende andere ondernemingen uit dezelfde bedrijven in een soortgelijke positie verkeren als de Amsterdamsche Ballast Mij, nl. verhoogd gevaar vertonen in vergelijking met andere ondernemingen. Sommige vertonen ook verlaagd gevaar, waaronder het (kleine) onderdeel van de Ballast Mij, dat bedrijf 6 uitoefent. Dit laatste onderdeel zou dan in ieder geval lager ingedeeld moeten worden dan tot nu toe.

Volgens de in par. 2 uiteengezette principes dienen al deze onjuistheden (en de bij een verder onderzoek, van andere bedrijven, nog aan het licht komende) gecorrigeerd te worden. De juridische vraag, of het verantwoord is alleen de 3 onderdelen van de Amsterdamsche Ballast Mij, die afwijkend gevaar vertonen, gewijzigd in te delen, kan in een statistische rapport niet beantwoord worden. De gegevens, waarop deze beslissing genomen moet worden, zijn hier echter uiteengezet. Een uitvoerigere beantwoording van deze vraag is te vinden in par. 6 en 7.

4. Antwoord op vraag I. De methode van PEEK

De grootheid, waar het bij de verzekering van een onderneming om gaat is:

$s$  = de netto lasten per  $f$  100,- loon,

genomen over de één of andere periode, bijv. één jaar.

Was  $s$  van jaar tot jaar constant, dan was verzekering overbodig. Het variabele en onzekere karakter van  $s$  kan het beste beschreven worden door  $s$  te beschouwen als een z.g. stochastische grootheid, d.w.z. een grootheid, die een kansverdeling bezit. Dit betekent, dat  $s$  wel - voor de beschouwde onderneming - telkens een bepaalde orde van grootte zal bezitten, doch van jaar tot jaar toevallige fluctuaties zal vertonen, die wiskundig op soortgelijke wijze beschreven kunnen worden met behulp van de kansrekening.

PEEK onderstelde nu, dat voor grote ondernemingen deze kansverdeling een z.g. normale verdeling zou zijn, d.i. een verdeling van bepaalde vorm, symmetrisch ten opzichte van een centraal punt dat de verwachting of het gemiddelde genoemd wordt. In fig. 1 is een normale kromme getekend.

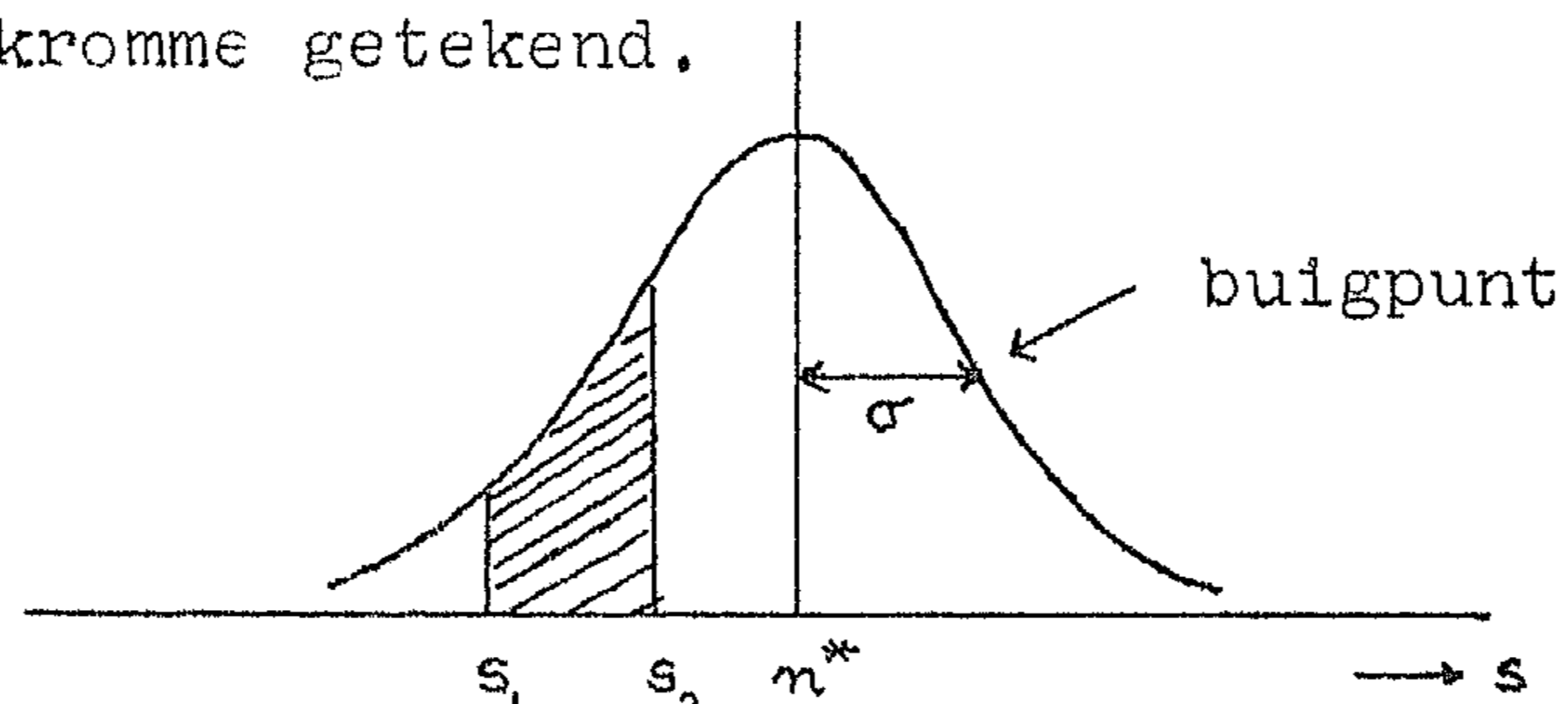


fig. 1. Een normale verdeling

De betekenis van deze figuur is de volgende. Indien men één waarneming van de grootheid  $s$  verricht (bijv. de netto lasten per  $f$  100,- loon in het volgende jaar), dan is de kans, dat de gevonden waarde in een bepaald interval (bijv. tussen  $s_1$  en  $s_2$ ) ligt, gelijk aan het oppervlak onder de kromme boven dit interval.

Indien men nu deze kromme voor een bepaalde onderneming zou kennen, zou het probleem van de premie-bepaling opgelost zijn. De ideale netto premie (per  $f$  100,- loon), in de zin van punt b van par. 2, zou dan  $n^*$  zijn. Immers de kans, dat  $s$  een bepaald bedrag groter dan  $n^*$  zal zijn is even groot als de kans dat  $s$  door  $n^*$  met ditzelfde bedrag overtroffen zal worden. Laat men de onderneming dus een premie  $n^*$  betalen, dan is aan alle eisen van billigheid precies voldaan en het risico, dat aan de variabiliteit van  $s$  verbonden is, is volledig door de verzekering opgevangen. Dus:



$n^*$  = verwachting van  $s$  = de ideale netto premie per f 100,- loon

Nu is het echter, zoals in punt b van par. 2 reeds is opgemerkt, onmogelijk  $n^*$  voor iedere onderneming afzonderlijk te bepalen en men berekent daarom een schatting van  $n^*$  voor groepen van ondernemingen, die op technische gronden gelijkwaardig geacht worden, nl. voor bedrijven. Daarbij gaat men dus uit van de veronderstelling, dat voor alle ondernemingen van één bedrijf de waarde van  $n^*$  dezelfde is. Is dit niet zo, dan wordt in feite aan alle ondernemingen van dat bedrijf een gemiddelde premie in rekening gebracht, zodat die ondernemingen, waarvoor  $n^*$  boven dit gemiddelde ligt te weinig premie betalen ten koste van de ondernemingen, waarvoor  $n^*$  beneden het gemiddelde ligt, en die teveel betalen. De theorie van PEEK is er nu op gericht om, door een nader onderzoek van de kansverdeling van  $s$  die ondernemingen uit een bedrijf aan te wijzen, die een zoveel grotere of kleinere  $n^*$  bezitten dan de overige, dat gewijzigde indeling gerechtvaardigd en gewenst geacht moet worden.

Een kansverdeling als de in fig. 1 geschetste wordt volledig bepaald door twee kengetallen (of parameters), nl.  $n^*$  (het cent de verwachting) en een kengetal  $\sigma$  (sigma), dat de spreiding genoemd wordt en dat de breedte van de verdeling aangeeft. De laatstgenoemde is in figuur 1 terug te vinden als de afstand van het midden tot het buigpunt van de kromme.

Voor goed begrip van de situatie is het gewenst erop te wijzen, dat  $\sigma$  van verschillende factoren afhangt. Eén van de belangrijkste daarvan is de grootte van  $n^*$ . Naarmate  $n^*$  groter is zijn ook de fluctuaties om deze centrale waarde groter. Het verband tussen  $\sigma$  en  $n^*$  is door PEEK onderzocht en wordt verderop in dit rapport (zie par. 5) opnieuw aan een statistisch onderzoek onderworpen. Bovendien is  $\sigma$  afhankelijk van de lengte van de beschouwde periode, die geenszins gelijk aan één jaar hoeft te worden genomen. Indien wij, om de gedachten te bepalen, aannemen dat de kromme van fig. 1 behoort bij een bepaalde onderneming over één jaar beschouwd, dan neemt de breedte ervan af, indien wij een periode van twee of meer jaar beschouwen. Indien de onderneming gedurende die jaren niet van karakter en grootte verandert, blijft ook  $n^*$  ongewijzigd, maar beschouwen wij een periode van  $k$  jaar, dan gaat  $\sigma$  over in  $\frac{\sigma}{\sqrt{k}}$ . Hetzelfde geschiedt als wij niet één onderneming gedurende één jaar, maar  $k$  even grote ondernemingen van hetzelfde karakter en met dezelfde  $n^*$  gedurende één jaar beschouwen. De fluctuaties worden nl. geringer, naarmate men een groter aantal arbeidsuren (of -jaren) tegelijk beschouwt. Dit verschijnsel is in fig. 2 geschetst.

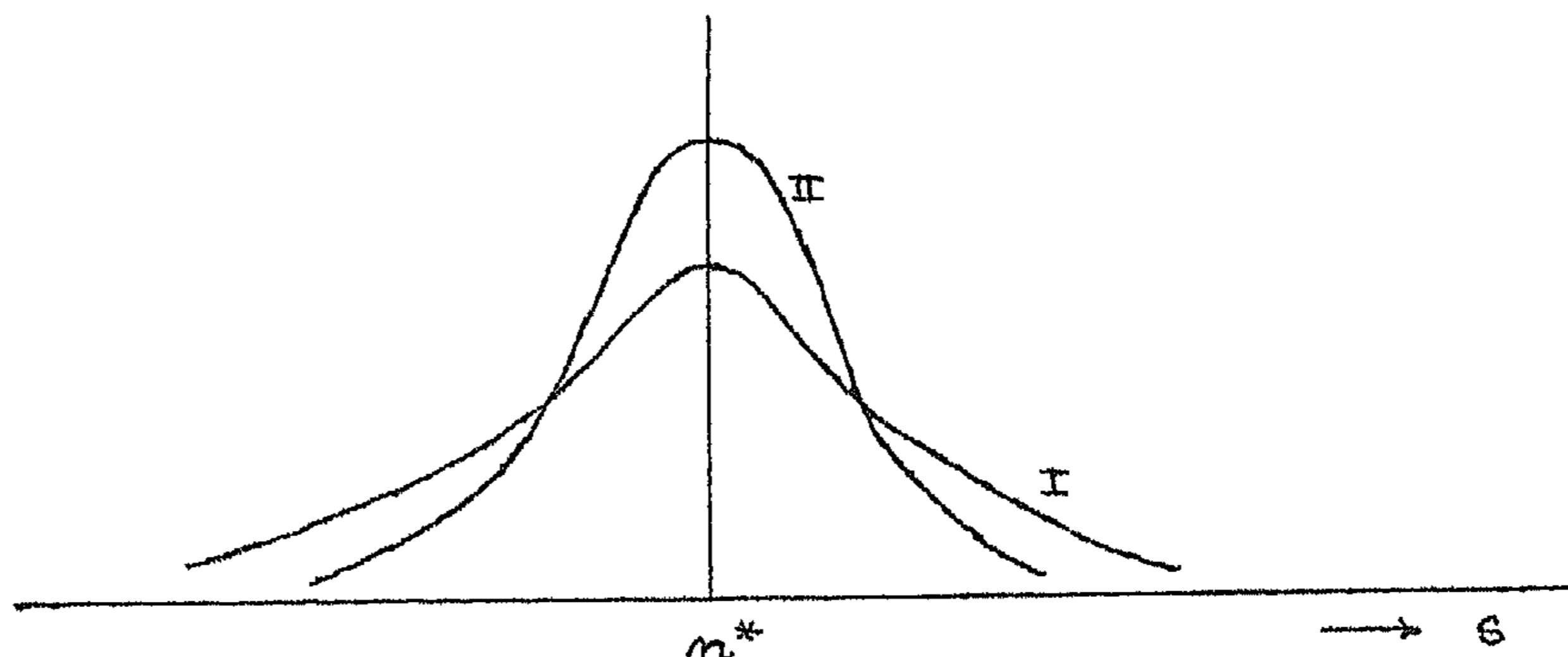


Fig. 2. Afname van de spreiding bij beschouwing van meer jaren (of meer ondernemingen) tegelijk.

I : één onderneming gedurende één jaar.

II: dezelfde onderneming over meer dan één jaar.

Deze geringere fluctuatie van  $s$  betekent, dat  $n^*$  beter uit waarnemingsmateriaal geschat kan worden naarmate dit uitgebreider van omvang is. De gedachtengang van PEEK is nu de volgende.

Laat  $n$  de netto premie per  $f$  100, loon zijn, die een bepaalde onderneming volgens de bestaande indeling moet betalen:

$n =$  netto premie per  $f$  100,- loon volgens toegekend gevarencijfer (kortweg: de werkelijke premie)

Is  $n = n^*$ , dan is de indeling juist, maar is  $n^* > n$ , dan is de werkelijke premie te laag en is  $n^* < n$ , dan betaalt de onderneming te veel. Indien nu gedurende een aantal jaren  $s > n$  is, kan dit doen vermoeden, dat ook  $n^* > n$  is. Indien het aantal jaren met  $s > n$  en de grootte der verschillen  $s - n$  over die jaren nu van die aard zijn, dat ook in de toekomst het verschil  $s - n$  positief zal zijn en van niet geringe grootte, dan is aangetoond, dat bij de huidige toestand van de onderneming  $n^* > n$  is en dat wijziging der indeling noodzakelijk is om onbillikheden te vermijden. Analoog, indien  $s < n$  gedurende een aantal jaren. Een precisering van deze redenatie - de typische taak van de statistiek - kan nu gebaseerd worden op een onderzoek van de grootte van  $\sigma$ .

Veronderstel nl. eens, dat  $\sigma$  bekend was en dat voor een periode van bijv. 5 jaar een waarde  $s_w$  van  $s$  is waargenomen. Indien nu de ligging van  $s_w$  ten opzichte van  $n$  is als in fig. 3 is aangegeven, dan is dit op te vatten als een overtuigende aanwijzing, dat de betaalde premie te laag is. Een waarneming als  $s'_w$  betekent anderzijds, dat de betaalde premie te hoog is.

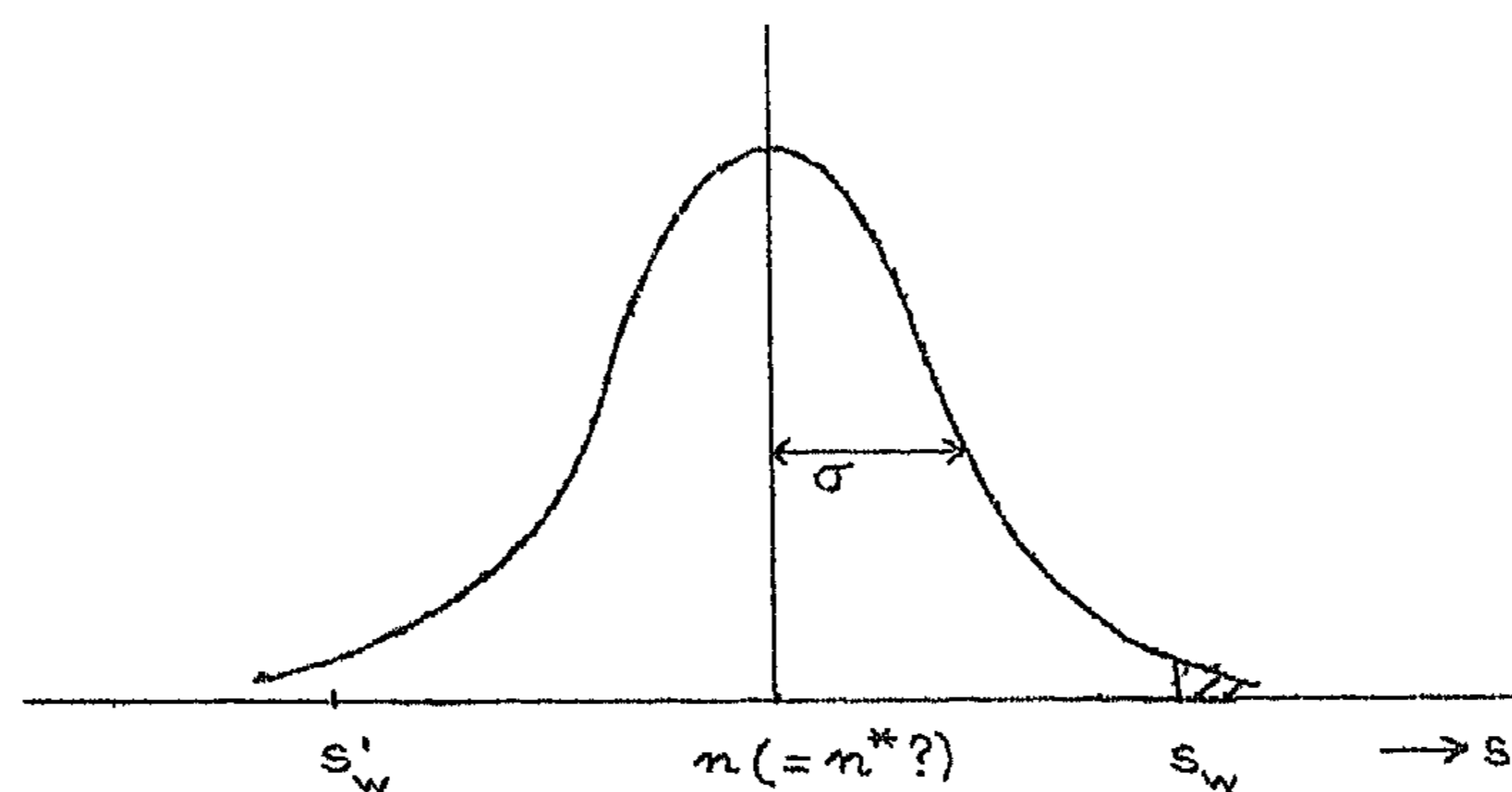


Fig. 3. Verwerping van de werkelijke premie op grond van waargenomen waarden van  $s$ .

Immers, als  $n = n^*$  zou zijn, dan zou een waarde als  $s_w$  wel zeer onwaarschijnlijk zijn en hetzelfde geldt voor  $s'_w$ . (Wij moeten er hier nogmaals op wijzen, dat volstrekte zekerheid nooit te verkrijgen is. Een te star vasthouden daaraan zou slechts leiden tot veel meer onbillijkheden dan het aanvaarden van een goed onderzochte en naar zijn grootte beheerste onzekerheid.) Het in fig. 3 gearceerde oppervlakje stelt de zg. overschrijdingskans van  $s_w$  voor. Dit is de kans om, als  $n = n^*$  zou zijn, een waarde voor  $s$  te vinden, die even groot als of groter dan de werkelijk gevonden waarde  $s_w$  is.

Deze overschrijdingskans wordt nu in de moderne statistiek als maat genomen, om te beslissen of men de oorspronkelijke onderstelling, waarop de bestaande toekenning van het gevarencijfer berust, wenst te handhaven of te verwerpen. Deze onderstelling houdt in, dat het toegekende gevarencijfer juist is, dus dat  $n = n^*$  is. PEEK stelt nu in feite voor deze onderstelling te verwerpen en dus tot gewijzigde indeling over te gaan, indien de bedoelde overschrijdingskans kleiner dan  $\frac{1}{4}$  is. Dit betekent dus dat enerzijds tot gewijzigde indeling met verhoogd gevaar wordt overgegaan als  $s_w > n$ , terwijl de kans op een waarde minstens gelijk aan  $s_w$ , gelijk aan of kleiner dan  $\frac{1}{4}$  is, en anderzijds tot gewijzigde indeling met verlaagd gevaar, indien  $s_w < n$  is, terwijl de kans op een waarde hoogstens gelijk aan  $s_w$  gelijk aan of kleiner dan  $\frac{1}{4}$  is. Indien het waarnemingsmateriaal van grote omvang is, kan deze aanwijzing voor gewijzigde indeling reeds optreden bij waarden  $s_w$ , die in absolute zin zo weinig van  $n$  verschillen, dat in feite toch niet tot wijziging overgegaan wordt, daar het gewijzigde gevarencijfer gelijk aan het oorspronkelijke wordt. Dit geval doet zich echter bij toepassing niet voor.

Nu is  $\sigma$  in feite niet bekend, daar de grootte van dit kengetal, zoals boven opgemerkt, van verschillende factoren afhangt. De theorie van PEEK, tezamen met statistische analyses van waarnemingsmateriaal, leidde hem echter tot het opstellen van de volgende formule:

$$(4;1) \quad \sigma^2 = \frac{10.000 M^2 n^*}{N},$$

waarin

N = totale aantal type-werkjaren van de onderneming in de beschouwde periode (te berekenen als het aantal jaren vermenigvuldigd met het gemiddelde aantal type-werklieden, dat in die periode in dienst was),

M = een constante, die door de Rijksverzekeringsbank op 0,23 gesteld wordt,

en

n\* = de ideale netto premie per f 100,- loon.

De afleiding van deze formule vindt men in par. A.1 van de appendix. Werkt men liever met

U = de totale netto lasten in de beschouwde periode,

dan gaat de formule over in

$$(4;2) \quad \sigma^2(U) = 100 M^2 l U^*,$$

waarin

U\* = de "theoretische" totale netto lasten over de beschouwde periode,

en

l = het gemiddelde jaarloon van een type-werkman in de beschouwde periode.

De samenhang tussen U\* en n\* wordt gegeven door

$$(4;3) \quad U^* = \frac{N l n^*}{100}.$$

Is nu de veronderstelling, die PEEK wil onderzoeken juist, d.w.z. is de werkelijke premie de juiste:

$$(4;4) \quad n = n^*,$$

dan volgt  $\sigma^*$  dus formule (4;1) en de bij een waargenomen waarde  $s_w$  van  $s$  behorende overschrijdingskans kan dan gemakkelijk berekend worden. Dit geschiedt door het quotient

$$(4;5) \quad \frac{s_w - n^*}{\sigma}$$

te berekenen en de bijbehorende overschrijdingskans in een tabel van de zg. gestandaardiseerde normale kansverdeling op te zoeken. Een dergelijke tabel is aan het einde van dit rapport toegevoegd.

Is  $u_w$  het bedrag van de waargenomen totale lasten, dan kan men ook berekenen:

$$(4;6) \quad \frac{u_w - u^*}{\sigma(u)},$$

hetgeen dezelfde uitkomst geeft als (4;5).

#### Toelichting aan een voorbeeld

De Chef van de Afdeling Wiskunde en Statistiek der Rijksverzekeringsbank verstrekt in zijn brief van 6 December 1955 de volgende inlichtingen over lasten en lonen van de Amsterdamsche Ballast Maatschappij, over de jaren 1946 t/m 1951.

Theoretische netto lasten =  $u^* = f$  387.951.  
Werkelijke netto lasten =  $u_w = f$  455.250.  
Gemiddelde jaarloon =  $l = f$  2900,- .

Nemen wij voor  $M$  de door de Rijksverzekeringsbank gebruikte waarde 0,23, dan geeft formule (4;2):

$$\sigma^2(u) = 100 \times 0,0529 \times 387.951 \times 2900 = 5.951.556.291,$$

of

$$\sigma(u) = \sqrt{\sigma^2(u)} = 7,7 \cdot 10^4 .$$

Vullen wij nu  $u^*$ ,  $u_w$  en  $\sigma(u)$  in (4;6) in, dan komt er als uitkomst 0,87. De daarbij behorende eenzijdige overschrijdingskans, d.w.z. de kans op een waarde van  $u$ , die gelijk aan of groter dan  $u_w$  is, bedraagt volgens de tabel van de normale verdeling ongeveer 0,19. Dit is kleiner dan  $\frac{1}{4}$ , zodat volgens het criterium van PEEK tot gewijzigde indeling besloten moet worden.

5. Antwoord op vraag II. Onderzoek van de onderstellingen van PEEK en critiek op zijn methode

Zoals PEEK zelf reeds heeft opgemaakt is de onderstelling, dat  $u$  (of  $s$ ) een normale verdeling bezit, zeker niet gerechtvaardigd indien men met een kleine onderneming te maken heeft. Vandaar dat de Rijksverzekeringsbank de methode alleen op grote ondernemingen toepast en de onderdelen daarvan, die in verschillende bedrijven zijn ingedeeld, niet afzonderlijk behandelt. Dit laatste heeft echter twee nadelen.

Ten eerste is deze wijze van samennemen van onderdelen slechts dan gerechtvaardigd, als ofwel het gemiddelde jaarloon voor de onderdelen hetzelfde is, ofwel de onderdelen alle evenveel verzekerde werklieden in dienst hebben, daar anders de formules (4;1) en (4;2) niet zonder wijziging van toepassing zijn. Deze wijziging bestaat daarin, dat men formule (4;2) - waarmee men gewoonlijk werkt - niet voor de gehele onderneming ineens moet toepassen, maar de grootheid  $\sigma^2(u)$  voor ieder der onderdelen afzonderlijk behoort te berekenen en de uitkomsten bij elkaar op dient te tellen om de overeenkomstige grootheid voor de gehele onderneming te verkrijgen. De consequenties, die dit voor het gebruik van formules (4;1) heeft kunnen hier gevoegelijk buiten beschouwing blijven.

Aan deze eerste opmerking is dus gemakkelijk tegemoet te komen. Van meer belang is de tweede die reeds eerder genoemd is: het is zeer wel mogelijk, dat aan sommige onderdelen van een onderneming het juiste gevarencijfer is toegekend en aan andere niet. Aan deze mogelijkheid wordt door het samennemen van alle onderdelen niet voldoende recht gedaan. Inderdaad zal verderop blijken, dat sommige onderdelen van de Amsterdamsche Ballast Mij in vergelijking met andere ondernemingen, die hetzelfde bedrijf uitoefenen geen, maar andere wel een verhoogd gevaar tonen, terwijl één onderdeel verlaagd gevaar bezit. Een behandeling, die ook bij de statistische verwerking splitsing in onderdelen toelaat, is daarom, uit een oogpunt van billijkheid, verre te prefereren.

Enkelvoudig ingedeelde bedrijven of onderdelen van bedrijven zijn echter in de regel niet zeer groot. De grootste onderdelen van de Amsterdamsche Ballast Mij, ingedeeld in de bedrijven 40 en 50, hadden in de jaren 1946-t/m 1954 gemiddeld ongeveer 200 resp. 400 type-werklieden in dienst. De Rijksverzekeringsbank

verschafte ons bovendien gegevens van 10 der grootste enkelvoudig ingedeelde ondernemingen uit de bedrijven 40 en 50, die gedurende de laatste en de daaraan voorafgaande 5-jaarlijkse periode met normaal gevaar waren ingedeeld. De grootte van deze bedrijven liep uiteen van gemiddeld 50 tot 700 man. Zet men nu de netto lasten per jaar, over de jaren 1946 t/m 1954 van deze 10 ondernemingen van bedrijf 50 en het onderdeel van de Ballast Mij dat in bedrijf 50 is ingedeeld, in een histogram uit, dan verkrijgt men uit deze 99 waarnemingen (11 waarnemingen over 9 jaar) figuur 4.

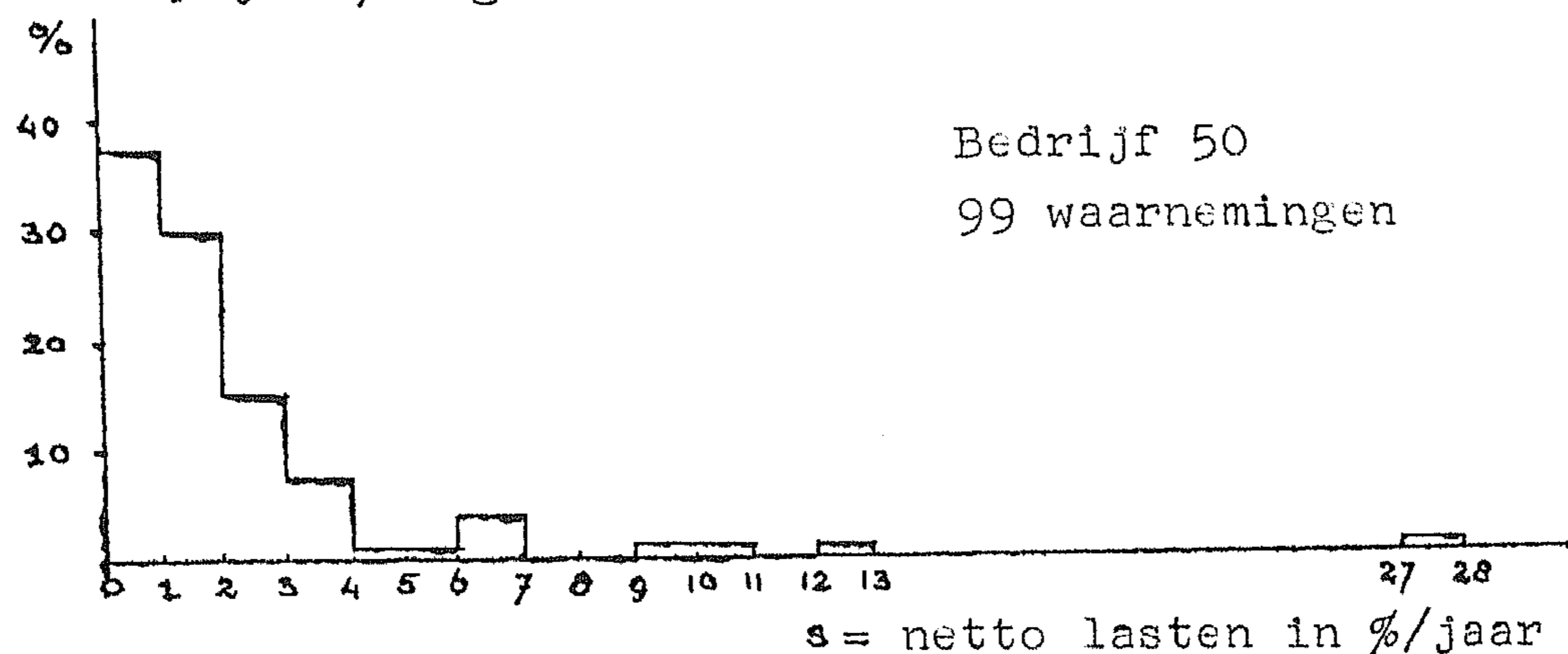


Fig. 4. De netto jaarlasten per  $f$  100,- loon; 99 waarnemingen

Het beeld van fig. 4 wijkt sterk van de normale verdeling af, zoals bij deze grootte der ondernemingen ook niet te verwonderen is. Daar bovendien de meeste der zeer grote waarnemingen (bijv. de tussen 27 en 28 gelegen waarneming) niet van de Ballast Mij afkomstig zijn, is de methode van PEEK op dit soort materiaal niet toepasbaar. Voor bedrijf 40 en enkele andere bedrijven werden geheel analoge resultaten verkregen.

Een volgend bezwaar tegen de methode van PEEK is, dat hij de waargenomen netto lasten  $u_w$  van een onderneming vergelijkt met een theoretische waarde  $u^*$ , die berekend wordt uit het toegekende gevarencijfer, nl. door in de formules van par. 4 voor de ideale netto premie  $n^*$  de op grond van het gevarencijfer opgelegde premie  $n$  in te vullen. Hiertegen zou geen enkel bezwaar bestaan indien deze werkelijke premie  $n$  voor het merendeel der ondernemingen in een klasse overeen zou komen met  $n^*$ . Met andere woorden, is de indeling in zijn geheel juist doch slechts voor enkele ondernemingen onjuist, dan is het volkomen verantwoord voor afzonderlijke ondernemingen een vergelijking te

treffen tussen netto lasten en gevarencijfer. Indien echter de mogelijkheid bestaat dat gehele bedrijven te hoog of te laag zijn ingedeeld zou het onbillijk zijn zo te werk te gaan. Immers, als een bedrijf te laag is ingedeeld zullen voor het merendeel der ondernemingen in dat bedrijf de lasten de premie overtreffen en dan hangt het er dus maar vanaf welke onderneming men toevalligerwijze (of om zijn grootte) gaat onderzoeken. De onderzochte onderneming wordt dan met verhoogd gevaar ingedeeld en de niet onderzochte ondernemingen niet, hoewel daar evenveel reden voor zou zijn.

De vraag, of dit verschijnsel zich in de praktijk voordoet, is onderzocht aan de hand van de gegevens van 63 bedrijven (zonder onderscheiding van de ondernemingen binnen deze bedrijven) over 1948. Van deze 63 bedrijven, die ieder 1000 - 5000 man besloegen, waren er 61, waarbij de netto lasten de premie overtroffen, terwijl slechts bij 2 ervan de premie (iets) hoger dan de lasten was. Het bedrag, waarmee de lasten de premie overtrof, was in vele gevallen aanzienlijk: in meer dan de helft van de gevallen waren de lasten meer dan 100% hoger dan de premie. Het lijkt derhalve geen twijfel, dat aan vele bedrijven in 1948 een te laag gevarencijfer was toegekend (tenzij dat jaar, om welke reden dan ook, voor vrijwel alle bedrijven exceptioneel gevaarlijk zou zijn geweest, hetgeen weinig aannemelijk lijkt). Men moet derhalve ernstig rekening houden met de mogelijkheid, bij het huidige indelingssysteem, van verkeerde indeling van gehele bedrijven. Is echter een bedrijf bijv. te laag ingedeeld, dan gaat het niet aan één enkele onderneming uit dit bedrijf hoger in te delen en de overige ondernemingen niet. Het gehele bedrijf behoort dan hoger ingedeeld te worden.

Aan deze moeilijkheid is alleen tegemoet te komen door onderlinge vergelijking van de ondernemingen uit één bedrijf of met hetzelfde gevarencijfer, zonder op de grootte van dit gevarencijfer te letten. De gemiddelde netto lasten van alle ondernemingen met eenzelfde gevarencijfer dienen dan met dit gevarencijfer vergeleken te worden. Eén onderneming dient echter alleen dan door verhoging of verlaging van het gevarencijfer van de overige ondernemingen uit hetzelfde bedrijf gescheiden te worden, indien hij van deze ondernemingen ook werkelijk verschilt.



Ook aan dit bezwaar zou tegemoetgekomen kunnen worden, nl. door voor  $m^*$  in de formules van par. 4 niet het netto gevarencijfer  $m$  in te vullen, maar de gemiddelde netto lasten  $s$  van alle ondernemingen van het bedrijf. De grote moeilijkheid blijft echter dat de onderstelling van normaliteit in het geheel niet vervuld is.

Een ander bezwaar, dat op zichzelf ook nog te ondervangen zou zijn, is dat de onderstelling van een constante  $M$  bij onderzoek van de gegevens van 1948 niet juist blijkt te zijn. Deze onderstelling houdt in feite in (vgl. formule (A.1;6) van de appendix), dat

$$(5;1) \quad \frac{\mu_2}{100 \ell \mu_1}$$

voor de verdeling van de lasten per ongeval constant is. Beschikt men over gegevens voor afzonderlijke ongevallen, dan kan men voor ieder bedrijf afzonderlijk schattingen van de momenten  $\mu_1$  en  $\mu_2$  berekenen. Voor ieder bedrijf beschikt men over de gegevens van een aantal ongevallen. Geven wij de lasten bij deze ongevallen voor een bepaald bedrijf aan met

$$(5;2) \quad m_1, m_2, \dots, m_k$$

(voor  $k$  ongevallen), en noemen wij

$$(5;3) \quad \Sigma m = m_1 + m_2 + \dots + m_k$$

de totale netto lasten over deze ongevallen, en

$$(5;4) \quad \Sigma m^2 = m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_k^2,$$

dan zou

$$(5;5) \quad \frac{\Sigma m^2}{\ell \Sigma m},$$

waarin  $\ell$  het gemiddelde jaarloon is, voor alle bedrijven (ongeveer) dezelfde waarde moeten bezitten, ook al zijn de tellers en de noemers apart voor de bedrijven zeer verschillend. Immers, op een factor  $\frac{1}{k}$  na, zijn teller en noemer zuivere schattingen van  $\mu_2$  en  $\ell \mu_1$  uit (5;1).

Zet men nu de teller, in een rechthoekig assenstelsel, uit tegen de noemer - waarbij dus voor ieder bedrijf één punt verkregen wordt - dan zouden deze punten, op toevallige afwijkingen na, op een rechte lijn door de oorsprong moeten liggen. Daar echter de bedrijven sterk uiteenlopen in grootte, waardoor sommige punten in vergelijking met andere zeer ver weg zouden komen te liggen, omdat zowel de teller als de noemer van (5;5)

zeer groot kunnen worden, wordt een beter overzicht verkregen als men (5;5) schrijft in de vorm

$$(5;6) \quad \frac{\sum m^2}{k l^2} / \frac{\sum m}{k l},$$

waarin  $k$  het aantal ongevallen voorstelt. De punten komen dan dichter bij elkaar te liggen.

Bij de ons verschaftte gegevens, voor 63 bedrijven over 1948, was  $k$  echter niet vermeld, wel  $N$ , het totale aantal type-werkjaren per bedrijf. Daarom hebben wij in plaats van (5;6) geschreven

$$(5;7) \quad \frac{\sum m^2}{N l^2} / \frac{\sum m}{N l}$$

een vorm, die nauw verwant is aan (5;6) en op dezelfde gedachte berust: het verschil in grootte tussen de bedrijven te elimineren.<sup>4)</sup>

Voeren wij dit procédé uit voor de gegevens, die voor 1948 beschikbaar zijn, dan wordt een figuur van het type van figuur 5 verkregen.

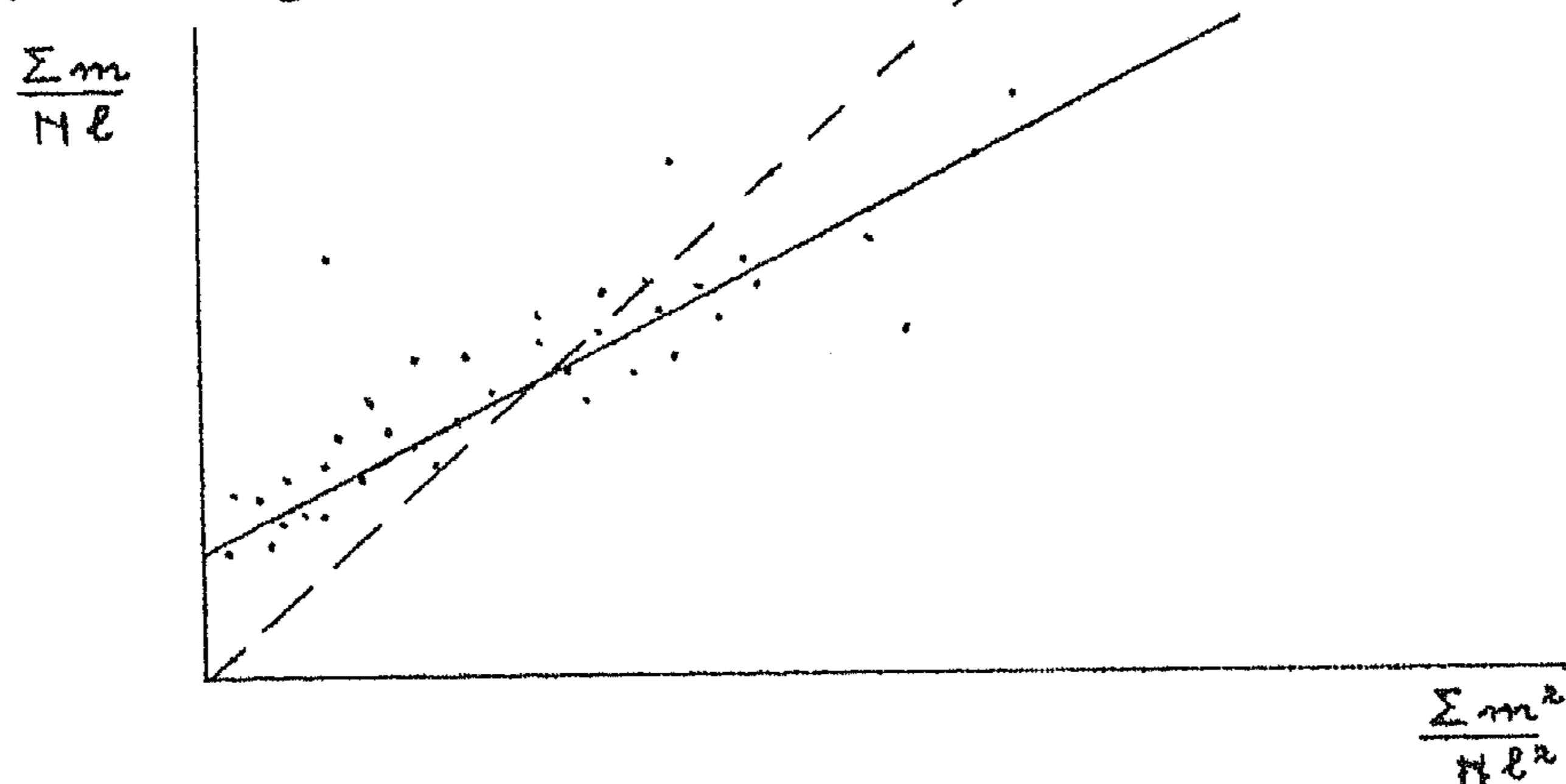


Fig. 5. Onderzoek van  $M$  bij 63 bedrijven in 1948.

Uit de gegevens blijkt duidelijk, dat een lijn door de oorsprong (bijv. de stippellijn) in het geheel niet past. Dit betekent dat bij de methode van PEEK, waarbij het quotiënt (5;7) als constant beschouwd wordt, bij kleine gevarencijfers (of netto schaden) de waarde van de spreiding wordt overschat en bij grote onderschat.

4) Het verschil tussen deling door  $N$  en door  $k$  is, dat bij deling door  $k$  niet alleen het verschil in grootte, maar ook het verschil in kans op een ongeval geëlimineerd is. De deling door  $l^2$  en  $l$  dient, om niveauverschillen in het loon te elimineren.

Bovendien bleek, althans voor dit jaar (1948) de door de Rijksverzekeringsbank gebruikte waarde  $M = 0,23$  veel te hoog te zijn. Deze waarde leidde niet alleen bij kleine gevarencijfers (of netto schaden) tot overschatting van  $\sigma$ , maar bij vrijwel alle voorkomende waarden.

Het is dan ook beter niet vast te houden aan een constante waarde van het quotiënt (5;7), maar te werken met een regressielijn, die niet door de oorsprong gaat. Voor 1948 werd het fraaiste resultaat verkregen door tegen elkaar uit te zetten

$$(5;8) \quad x = \sqrt{\frac{\sum m}{N \ell}} \quad \text{en} \quad y = \sqrt{\frac{\sum m^2}{N \ell^2}}.$$

De regressielijn bleek dan tot vergelijking te hebben

$$(5;9) \quad y = 3,48x - 0,43.$$

Om nu de waarde van  $M$  voor een bepaald bedrijf te berekenen neemt men de bij dit bedrijf behorende waarde van  $x$  en berekent de bijbehorende  $y$  met behulp van (5;9).  $M$  wordt dan berekent uit

$$(5;10) \quad M = \frac{y}{10x} = 0,348 - \frac{0,043}{x}.$$

Voor  $x < 0,36$  (en dit is in 1948 voor alle bedrijven op één na) wordt nu  $M < 0,23$ . De door de Rijksverzekeringsbank aangehouden waarde 0,23 is dus te groot, hetgeen in haar nadeel werkt.

De hier beschreven verfijning van de methode van PEEK zou nog een nader onderzoek vergen, daar het niet juist zou zijn op de gegevens van 1948 alleen af te gaan, terwijl bovendien het gebruik van  $k$  in plaats van  $N$  vermoedelijk te prefereren is.

Tenslotte nog een opmerking over de grote kans op onjuiste herindeling van een reeds goed ingedeelde onderneming. Aan dit bezwaar is in principe gemakkelijk tegemoet te komen, door pas bij een kleine overschrijdingskans tot gewijzigde indeling over te gaan. Men heeft op die wijze het risico van onjuiste herindeling geheel in de hand. Wij komen daarop in latere paragrafen nog terug.

Samenvatting

De tegen de methode van PEEK ingebrachte bezwaren kunnen als volgt worden samengevat.

- a. Het is niet juist onderdelen van een onderneming, die tot verschillende bedrijven behoren, bij de statistische behandeling tezamen te nemen.
- b. Enkelvoudig ingedeelde bedrijven of onderdelen van bedrijven zijn niet groot genoeg om de onderstelling van een normale verdeling te rechtvaardigen.
- c. Zolang gehele bedrijven onjuist zijn ingedeeld, dienen ondernemingen van één bedrijf onderling vergeleken te worden en niet met hun gevarencijfer. De lasten van het gehele bedrijf dienen met het gevarencijfer vergeleken te worden.
- d.  $M$  is niet constant, maar voor verschillende bedrijven verschillend.
- e. PEEK laat een te grote kans op onjuiste herindeling toe.

Aan alle bezwaren, behalve de afwijkingen van normaliteit, kan tegemoet gekomen worden door de methode enigszins te wijzigen. Dit betekent dat de methode geschikt gemaakt kan worden voor toepassing op grote groepen werklieden, bijv. gehele bedrijven, doch slechts na een grondig onderzoek van de normaliteit van de verdeling van de lasten. Voor enkelvoudig ingedeelde ondernemingen en onderdelen daarvan is dit niet mogelijk, daar deze geen van alle of vrijwel geen van alle groot genoeg zijn. Daar de indeling van gehele bedrijven niet het onderwerp van dit rapport vormt, zijn de verbeteringen wel aangegeven, doch niet volledig uitgewerkt.

6. Antwoord op de vragen III en IV. Omvang van het materiaal

Zoals in het voorafgaande is opgemerkt zou het niet billijk zijn voor één onderneming het gevarencijfer te wijzigen op grond van het feit dat de lasten daarvan sterk afwijken, indien dezelfde wijziging eigenlijk ook voor andere (of zelfs alle) ondernemingen uit het betrokken bedrijf nodig is. De beschouwde onderneming zou dan, omdat juist deze onderzocht is, in een onrechtvaardige uitzonderingspositie komen te verkeren in vergelijking met de andere ondernemingen van hetzelfde bedrijf. Daar tevens gebleken is - en ook verderop nog zal blijken - dat dit gevaar geenszins denkbeeldig is, hebben wij ons op het standpunt gesteld, dat indeling van een onderneming in afwijking van de indeling van het bedrijf, waartoe hij behoort, slechts plaats dient te vinden als uit de waargenomen lasten overtuigend blijkt, dat het gevaar voor deze ondernemingen verschilt van dat van andere ondernemingen uit hetzelfde bedrijf.

Het materiaal, dat nodig is om over een eventuele herindeling te beslissen, moet dus vergelijking van de betrokken onderneming met andere ondernemingen uit hetzelfde bedrijf mogelijk maken. Aan deze eis - die door PEEK niet gesteld wordt - voldeed het door de Chef van de Afdeling Wiskunde en Statistiek van de Rijksverzekeringsbank oorspronkelijk niet. Op ons verzoek heeft hij echter welwillend vergelijkingsmateriaal ter beschikking gesteld, waardoor het wél voldoende werd.

Ons boven onderstreepte standpunt houdt tevens in, dat de toe te passen methode geschikt moet zijn voor niet zeer grote aantallen type-werkjaren, daar anders toepassing ervan op enkelvoudig ingedeelde ondernemingen of onderdelen daarvan om dezelfde reden onmogelijk zou zijn als bij de methode van PEEK het geval is. Dit betekent, dat een methode gebruikt moet worden, die niet op de onderstelling van normale verdeling van de schade berust. Een dergelijke methode wordt in de volgende paragraaf beschreven. De grootte van de ondernemingen speelt daarbij slechts een ondergeschikte rol, zodat in het algemeen gezegd kan worden, dat die methode in principe toepasbaar is op alle niet zeer kleine ondernemingen of onderdelen daarvan. In de praktijk zal men zich, omdat het werk anders te groot van omvang zou worden, wel in de eerste plaats tot de grotere ondernemingen moeten beperken. Niettemin kan men stellen, dat de omvang der ondernemingen niet van groot belang is en dat het ons nu ter beschikking staande materiaal van voldoende omvang is, om de vragen III en IV bevestigend te beantwoorden.

Tevens vervalt, bij toepassing van de nieuwe methode, de ietwat arbitraire grens, die door PEEK aangegeven wordt voor de voor toepassing van zijn methode noodzakelijke grootte van het waarnemingsmateriaal.<sup>5)</sup>

-----  
5) Deze voorwaarde is in dit rapport niet behandeld, daar hij ook bij de methode van PEEK wel weggelaten kan worden. De voorwaarde van normaliteit - waarvoor hij een onvolmaakte vervanging is - moet bij die methode als fundamenteel beschouwd worden.

7. Antwoord op vraag V. Is gewijzigde indeling van de Amsterdamsche Ballast Mij gerechtvaardigd?

Alvorens deze vraag te beantwoorden is een beschrijving van de statistische methode, die wij gebruikt hebben, nodig.

Deze methode berust op de volgende gedachtengang.

- a. Gewijzigde indeling is slechts gerechtvaardigd voor die onderdelen van de Ballast Mij, die in gevaar duidelijk afwijken van andere ondernemingen van hetzelfde bedrijf.
- b. Een dergelijke duidelijke afwijking manifesteert zich daarin, dat voor ieder van een aantal op elkaar volgende jaren de lasten van de Ballast Mij hoger (of lager) zijn dan die van de meeste of alle andere ondernemingen uit hetzelfde bedrijf. De gegevens van één jaar kunnen daarvoor bijv. niet voldoende geacht worden. Persisteert de afwijking echter gedurende 3 of 5 (of zelfs nog meer) jaren, terwijl de kans, dat dit per toeval zou gebeuren, zeer gering is, dan is dit een overtuigende aanwijzing voor de wenselijkheid van gewijzigde indeling.
- c. De vergelijkingsmethode moet zodanig zijn, dat wel correcties op onjuiste indelingen optreden, doch dat ongerechtvaardigde herindelingen niet of slechts zeer zelden optreden.

De Amsterdamsche Ballast Mij is door de Rijksverzekeringsbank op technische gronden in 8 onderdelen verdeeld, die de bedrijven met nummers 6, 39, 40, 50, 221, 291, 299 en 328 uitoefenen. Een kleine rest van het verzekerde personeel, die niet ondubbelzinnig bij één van deze onderdelen ingedeeld kan worden, is buiten beschouwing gelaten. Het onderdeel uit bedrijf 291 is in de jaren 1946-1954, waarop de gegevens betrekking hebben, niet of vrijwel niet uitgeoefend en kan dus buiten beschouwing blijven. Het onderdeel uit bedrijf no 6 is alleen in de jaren 1948-1951 en 1954 in beperkte mate uitgeoefend, no 39 alleen in de jaren 1950-1954 en no 221 in 1946-1949. De grootste onderdelen, die in alle jaren 1946-1954 in ruime mate werden uitgeoefend, droegen de bedrijfsnummers 40, 50, 299 en 328.

De statistische methode zal beschreven worden aan de hand van het onderdeel uit bedrijf 50. Voor de andere onderdelen werd de methode op soortgelijke wijze toegepast. De resultaten zijn aan het einde van deze paragraaf samengevat.

Van het onderdeel van de Ballast Mij van bedrijf 50 zijn ons door de Rijksverzekeringsbank verschaft de waarden, die voor

$s$  = de netto lasten per  $f$  100,- loon

waargenomen zijn voor de jaren 1946-1954.

Op ons verzoek verschafte de Rijksverzekeringsbank ons dezelfde gegevens eveneens voor 10 der grootste enkelvoudig in bedrijf 50 ingedeelde ondernemingen, die bovendien aan de eis voldeden, dat zij in de genoemde jaren en in de aan 1946 voorafgaande periode met normaal gevaar waren ingedeeld. Deze voorzorgen maken het aannemelijk, dat deze 10 vergelijkingsondernemingen representatief voor het bedoelde bedrijf zijn. Bij een systematische toepassing op alle of een groot deel van de verzekerde ondernemingen is deze eis niet stringent, maar daar het er op het ogenblik niet om gaat de methode systematisch doch incidenteel toe te passen, zou het tegenover de Ballast Mij niet billijk zijn, aan deze eis van representativiteit niet zo goed mogelijk te voldoen. Dat speciaal de grootste representatieve vergelijkingsondernemingen werden uitgezocht vindt zijn oorzaak in het feit, dat de toe te passen statistische methode - zoals alle statistische methoden - een groter onderscheidingsvermogen bezit voor grote dan voor kleine ondernemingen.

De 10 vergelijkingsondernemingen zijn bij de Rijksverzekeringsbank geregistreerd onder de volgende nummers:

- (a) G 97913 v/h G 80340
- (b) G 87365
- (c) Ze 24389
- (d) Z 116255 v/h Z 38238
- (e) Z 62806
- (f) L 26513
- (g) G 101491 v/h G 63267
- (h) O 27906
- (i) F 33606
- (j) F 57419 v/h F 55427, F 52507, F 40062.

Wij beschouwen nu één bepaald jaar, bijv. 1946. Voor dat jaar zijn 11 waarden van de lasten  $s$  bekend, 10 van de vergelijkingsondernemingen, 1 van de Ballast Mij. Nummeren wij deze 11 waarden naar opklimmende grootte, dan zijn, als de 11 bedrijven hetzelfde of vrijwel hetzelfde gevaar bezitten, alle verdelingen van de 11 nummers 1,2,...,11 over de 11 ondernemingen ten naaste bij even waarschijnlijk. De nummering wordt dan nl. bepaald door toevallige verschillen, die in dat jaar optreden tussen de lasten der beschouwde bedrijven.



De Ballast Mij bijv. kan dan dus even goed een hoog als een laag nummer krijgen. Aan deze onderstelling, dat het gevaar voor de 11 beschouwde ondernemingen gelijk of vrijwel gelijk is, houden wij vast, tenzij zou blijken, dat de waarnemingen ermee in strijd zijn. Dit is in overeenstemming met de opzet: de statistische analyse der waargenomen lasten te beschouwen als een correctiemethode voor de indeling op technische gronden.

Deze nummering kan nu uitgevoerd worden voor ieder der jaren 1946-1954 en dit geeft het in tabel 1 vermelde resultaat.<sup>6)</sup>

Tabel 1

Rangnummers voor s in bedrijf 50 (A.B.= Amsterdamsche Ballast Mij)

jaren	ondernemingen										A.B.
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)	(j)	
1946	7	8	5	6	2	4	11	1	9	3	10
1947	7	8	2	4	11	5	9	1	3	6	10
1948	2	11	8	10	1	6	4	5	3	7	9
1949	5	2	8	9	3	7	1	11	4	6	10
1950	3	10	11	7	4	1	5	6	2	8	9
1951	4	3	2	6	1	10	11	5	7	8	9
1952	1	5	7	8	9	10	6	4	3	2	11
1953	4	1	8	2	5	10	9	7	3	6	11
1954	2	4	1	6	5	3	7	9	8	11	10
totaal	35	52	52	58	41	56	63	49	42	57	89

Uit deze tabel blijkt, dat de lasten van de Ballast Mij in alle beschouwde jaren hoger zijn dan die van het merendeel der 10 vergelijkingsondernemingen. Weliswaar zijn zij niet steeds het allerhoogst, maar bij de overige ondernemingen, die af en toe hoge nummers hebben is dit verschijnsel niet zo persistent als bij de Ballast Mij.

Als criterium, om na te gaan of één of meer der beschouwde ondernemingen op zodanige persistente wijze hoge of lage lasten heeft gehad, dat dit niet meer toevallig genoemd dient te worden, wordt nu van de onderaan de tabel vermelde kolomtotalen gebruik gemaakt. Een kolomtotaal wordt nl. alleen dan zeer groot of zeer klein in vergelijking met de anderen, als er een grote persistentie in de betrokken kolom heerst.

6) Het komt soms voor dat twee of meer lastencijfers gelijk zijn. Zij krijgen dan eenzelfde rangnummer en wel het gemiddelde van de rangnummers, die zij tezamen gehad zouden hebben als zij niet gelijk geweest waren. Dus: zijn de 3e en 4e gelijk, dan krijgen beide rangnummer  $3\frac{1}{2}$ , etc.

Nu kan de kansverdeling van een kolomtotaal, die voor iedere kolom dezelfde is, gemakkelijk berekend worden. Deze berekening staat in par. A.2 van de appendix beschreven. Is nu een kolomtotaal zo groot, dat de rechteroverschrijdingskans  $\leq 0,01$  is, dan betekent dit, dat een zo groot kolomtotaal gemiddeld slechts eens in de 100 jaar op toevallige gronden voor deze onderneming op zou treden, indien het onderzoek eens per jaar wordt verricht en de onderneming in gevaar niet van de andere ondernemingen afwijkt. Het is dan niet aannemelijk meer, dat deze onderstelling van gelijk gevaar juist is en gewijzigde indeling met verhoogd gevaar (in vergelijking met de andere ondernemingen van hetzelfde bedrijf) is niet alleen gerechtvaardigd, maar zelfs aangewezen. Analoog voor een laag kolomtotaal met een linkeroverschrijdingskans  $\leq 0,01$ ; dit leidt tot de conclusie, dat gewijzigde indeling met lager gevarencijfer dan de andere ondernemingen uit hetzelfde bedrijf gewenst is. Toepassing van deze methode zal dus voor iedere onderneming slechts gemiddeld eens in de 100 jaar tot onjuiste herindeling met verhoogd gevaar leiden en gemiddeld even vaak tot onjuiste herindeling met verlaagd gevaar. En dat geldt dan nog alleen voor die ondernemingen, waarop deze controle jaarlijks zou worden toegepast. Bij minder veelvuldige toepassing blijft, per controle, de kans op onjuiste herindeling gelijk, maar in totaal wordt deze nog geringer.

De in par. A.2 van de appendix beschreven berekeningen leiden ertoe, dat voor het schema van tabel 1 kolomtotaal  $\geq 77$  leiden tot indeling met verhoogd gevaar, en kolomtotaal  $\leq 31$  tot indeling met verlaagd gevaar. Alleen de Amsterdamsche Ballast Mij valt buiten deze grenzen, daar het bijbehorende kolomtotaal 89 bedraagt, hetgeen aanzienlijk groter is dan 77. Voor dit onderdeel (bedrijf 50 uitoefenende) is dus indeling met verhoogd gevaar gerechtvaardigd en zelfs gewenst.

De grenzen 77 en 31 gelden alleen voor een schema met 9 rijen en 11 kolommen. Noemen wij

S = kolomtotaal,

a = aantal rijen,

b = aantal kolommen,

dan worden de grenzen (zg. kritieke waarden) voor S gegeven in tabel 2.

Tabel 2

Kritieke waarden voor S voor een schema met 11 kolommen en a rijen

a	verhoogd gevaar als $S \geq$	verlaagd gevaar als $S \leq$
3	31	5
4	40	8
5	47	13
6	55	17
7	62	22
8	70	26
9	77	31

Voor niet te kleine waarden van a en b, bijv.  $a \geq 5$  en  $b \geq 10$ , kan de volgende berekeningsmethode gebruikt worden (die ook toegepast is bij de berekening van tabel 2, behalve voor de eerste twee regels).

Voor een hoog kolomtotaal S wordt berekend

$$(6;1) \quad \frac{S - \frac{1}{2} a(b+1) - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{12} a(b^2-1)}}$$

en in de tabel van de gestandaardiseerde normale verdeling (toegevoegd aan het eind van dit rapport) wordt de bij de uitkomst behorende overschrijdingskans opgezocht. Is deze  $\leq 0,01$  (hetgeen het geval is als de breuk  $(6;1) \geq 2,33$  is), dan wordt tot verhoogd gevaar geconcludeerd.

Voor een laag kolomtotaal S wordt berekend

$$(6;2) \quad \frac{\frac{1}{2} a(b+1) - S - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{12} a(b^2-1)}}$$

en de daarbij behorende overschrijdingskans wordt in de tabel van de gestandaardiseerde normale verdeling opgezocht. Is deze  $\leq 0,01$  (weer als de breuk  $\geq 2,33$  is), dan wordt geconcludeerd tot verlaagd gevaar.

In tabel 3 zijn, tenslotte, de kolomtotalen vermeld van telkens 10 vergelijkingsondernemingen en het desbetreffende onderdeel van de Ballast Mij, voor de 6 bedrijven, die voor deze

vergelijking in aanmerking komen.<sup>7)</sup> In alle gevallen is  $b = 11$ , maar het aantal rijen  $a$  (dus het aantal jaren, waarover de vergelijking plaats vond) is verschillend en in een aparte kolom vermeld. Soms komt dit, omdat het beschouwde onderdeel van de Ballast Mij in bepaalde jaren niet heeft gewerkt, een enkele keer ook, omdat voor een bepaald jaar niet van alle vergelijkingsondernemingen de gegevens beschikbaar waren (of dat één of meer ervan het betrokken bedrijf in een bepaald jaar niet hadden uitgeoefend). De eerste 10 ondernemingen in iedere regel van tabel 3 zijn dus voor iedere regel andere. De laatste kolom heeft steeds betrekking op de Ballast Mij. De volgorde der kolommen is van geen enkel belang; wijziging ervan heeft geen invloed op het resultaat.

Tabel 3

Kolomtotaal voor 6 onderdelen van de Amsterdamsche Ballast Mij (A.B.), telkens met 10 vergelijkingsondernemingen uit hetzelfde bedrijf ( $a$  = aantal jaren).

bedr.nr	a	vergelijkingsondernemingen	A.B.	kritieke waarden	
6	5	<u>51</u> 29 42 28 31 24 31 19 37 33	<u>5</u>	47	13
40	8	65 63 55 48 34 56 33 35 32 35	<u>72</u>	70	26
50	9	35 52 52 58 41 56 63 49 42 57	<u>89</u>	77	31
221	3	11 12 11 23 16 8 27 11 22 27	30	31	5
299	9	65 61 <u>19</u> 61 62 <u>28</u> 35 <u>81</u> 56 64	62	77	31
328	9	42 38 61 <u>82</u> 55 73 51 46 38 45	63	77	31

In deze tabel zijn de kolomtotaal, die boven de grootste der twee bijbehorende kritieke waarden liggen, onderstreept. Dit zijn:

in bedrijf 6: onderneming A 68789,  
 " " 40: de Amsterdamsche Ballast Mij,  
 " " 50: de Amsterdamsche Ballast Mij,  
 " " 221: geen,  
 " " 299: onderneming Gr 55823,  
 " " 328: onderneming G 42335.

7) Van de 8 bedrijven, die opgegeven zijn voor de Ballast Mij valt bedrijf 291 uit, daar dit door deze maatschappij vrijwel niet is uitgeoefend in de jaren 1946-1954. Eén bedrijf, no 39, neemt om nader uiteen te zetten redenen een aparte plaats in en wordt verderop apart behandeld.

Deze komen dus voor gewijzigde indeling met verhoogd gevaar in aanmerking.

Bovendien zijn enkele kolomtotalen kleiner dan de kleinste der twee bijbehorende kritieke waarden, nl.

in bedrijf 6: de Amsterdamsche Ballast Mij  
 " " 299: de ondernemingen Z 80406 en Nb 77377.

Deze komen dus in aanmerking voor gewijzigde indeling met verlaagd gevaar.

Bij bedrijf 39, niet opgenomen in tabel 3, waren om min of meer toevallige redenen 19 vergelijkingsondernemingen uitgezocht, die hetzelfde bedrijf uitoefenen en normaal zijn ingedeeld. In dit geval werden dus 20 kolomtotalen verkregen ( $b = 20$ ). Er waren 5 vergelijkingsjaren ( $a = 5$ ) en de kritieke waarden voor  $a = 5$  en  $b = 20$  zijn 84 en 21. Geen van de 20 kolomtotalen viel buiten deze waarden; het kolomtotaal van de Ballast Mij was 45, hetgeen dus ongeveer in het midden ligt.

In tabel 4 worden voor die ondernemingen, die volgens tabel 3 ander dan normaal gevaar vertonen, de gemiddelde lasten over de jaren 1946-1954 vergeleken met de gemiddelde lasten van de gehele groep van ondernemingen, waarvan zij deel uitmaken. Verder is het netto gevarencijfer vermeld.

Tabel 4

Lasten van ondernemingen, die in 1946-1954 van de overige afwijken

bedrijf no:	onderneming	netto gevaren cijfer in %	gemiddelde lasten	
			groep van 11 ondern.	beschouwde ondern.
6	{ A.B. A 68789	2,24	1,82	{ 0,08 3,18
40	A.B.	2,24	3,26	5,38
50	A.B.	2,40	2,72	3,81
299	{ Gr 55823 Z 80406 Nb 77377	2,08	1,61	{ 2,16 0,40 0,49
328	G 42335	3,20	3,04	4,57

In tabel 4 ziet men duidelijk het verlaagde gevaar van de A.B. in bedrijf 6 en van de ondernemingen Z 80406 en Nb 77377, zowel in vergelijking met het netto gevarencijfer (dat, om vergelijking mogelijk te maken in procenten uitgedrukt is, evenals de lasten) als met de gemiddelde netto lasten van de groep van 11

ondernemingen. Ook het verhoogde gevaar der andere ondernemingen vindt men duidelijk in de cijfers terug, behalve bij Gr 55823, waar de gemiddelde lasten slechts weinig meer bedragen dan het netto gevarencijfer. Voor dit bedrijf (no 299) zijn echter de gemiddelde lasten voor de gehele groep vrij veel lager dan het netto gevarencijfer en die van onderneming Gr 55823 zijn vrij veel groter dan dit laatstgenoemde gemiddelde. Het is in dit geval niet uitgesloten, dat het gewenst zou zijn het gehele bedrijf lager in te delen en Gr 55823 onveranderd te laten. Een nader onderzoek zou hiervoor nodig zijn en deze vraag gaat buiten het bestek van dit rapport.

Concluderend kunnen wij zeggen, dat uit de cijfers over de 9 jaren direct voorafgaande aan 1 Januari 1955 blijkt, dat:

a. De onderdelen van de Amsterdamsche Ballast Mij, die de bedrijven 40 en 50 uitoefenen in vergelijking met andere ondernemingen van die bedrijven verhoogd gevaar vertonen.

b. Het onderdeel, dat bedrijf 6 uitoefent, verlaagd gevaar bezit.

c. Ook andere der onderzochte ondernemingen ander dan normaal gevaar met zich meebrengen, met name de ondernemingen A 68789, Gr 55823 en G 42335 verhoogd gevaar en Z 80406 en Nb 77377 verlaagd gevaar.

8. Diverse opmerkingen en toelichtingen

a. In tabel 3 valt op te merken, dat voor bedrijf 221 het kolomtotaal van de Amsterdamsche Ballast Mij het hoogste der 11 kolomtotalen is, terwijl het bovendien vlak onder de grens 31 ligt. Dit betekent in feite, dat het niet onaannemelijk geacht moet worden, dat ook dit onderdeel verhoogd gevaar oplevert, doch dit is, volgens de gestelde normen, nog niet overtuigend genoeg gebleken om tot verhoogde indeling over te gaan.

b. Het onder punt a opgemerkte hangt samen met het feit, dat bij de voorgestelde methode een zeer grote mate van voorzichtigheid betracht wordt. De onbetrouwbaarheidsdrempel van 1%, die gebruikt is, betekent, dat de kans op ten onrechte verhoging van het gevarencijfer als gevolg van toepassing van deze correctiemethode, niet groter dan 1 op 100 is; hetzelfde geldt voor verlaging. Deze kans is zeker niet te groot, daar uit het onderzoek voldoende duidelijk blijkt, dat het percentage ondernemingen, dat bij de huidige methode van indeling verkeerd is ingedeeld, aanzienlijk groter dan 1 is. Zou men de onbetrouwbaarheidsdrempel verhogen tot bijv. 5%, een waarde die in de statistiek ook zeer vaak wordt gebruikt, dan zou ook het onderdeel van de Ballast Mij, dat bedrijf 221 uitoefent, met verhoogd gevaar ingedeeld moeten worden. Grensgevallen zullen echter ook dan blijven optreden. Het komt ons voor, dat het werken met een zeer kleine onbetrouwbaarheid het voordeel heeft, dat de ondernemingen erop kunnen vertrouwen slechts zeer zelden of nooit ten gevolge van de statistische correlatiemethode verkeerd te zullen worden ingedeeld, hetgeen het vertrouwen in de methode ten goede komt. Anderzijds is er nog zoveel te corrigeren, dat systematische toepassing van de methode zonder twijfel zeer vruchtbaar zal zijn, ook indien men deze grote voorzichtigheid handhaaft.

c. De door de Rijksverzekeringsbank uitgevoerde berekeningen hadden betrekking op de jaren 1946-1951. Daar echter intussen de gegevens voor de jaren 1952-1954 beschikbaar gekomen waren en de gestelde vragen betrekking hadden op 1 Januari 1955, hebben wij deze nieuwe gegevens in onze beschouwingen betrokken. Door deze vergroting van het materiaal wordt het onderscheidingsvermogen van de methode verhoogd, d.w.z. bij groter materiaal kunnen bestaande verschillen gevonden worden, die bij kleiner materiaal wellicht nog verborgen blijven. Dit blijkt bijv. uit

het feit, dat bij toepassing van de beschreven methode op de jaren 1946-1951 het onderdeel van de Ballast Mij, dat bedrijf 40 uitoefent, nog wel een hoog kolomtotaal vertoont, maar niet meer zo hoog, dat daaruit tot afwijkend gevaar geconcludeerd zou worden. Voor de onderdelen, die de bedrijven 6 en 50 uitoefenen, is voor die 6 jaren het resultaat hetzelfde als voor 1946-1954. In dit verband valt op te merken, dat het onderdeel, dat bedrijf 221 uitoefent, en dat onder a reeds ter sprake kwam, in de jaren 1952-1954 niet werkzaam is geweest.

d. De vervanging der lastencijfers door hun rangnummer naar volgorde van grootte, waarop de toegepaste methode berust, heeft voor en nadelen. Een nadeel is, dat niet alle aspecten van deze cijfers in de beschouwingen betrokken worden, of anders gezegd dat een gedeelte der beschikbare informatie verloren gaat. Hiertegenover staan echter belangrijke voordelen.

Een van de belangrijkste is wel, dat deze vervanging door rangnummers ons in staat stelt tot een verantwoorde statistische verwerking der gegevens, ook voor ondernemingen en onderdelen daarvan, die niet zeer groot zijn. De onderstelling van normaliteit van de kansverdeling van de lasten is niet meer nodig. De normale verdeling wordt bij deze methode alleen gebruikt als een zuiver wiskundige benaderingsmethode voor de kansverdeling der kolomtotalen en de nauwkeurigheid van deze benadering is bekend (vgl par. A.2 van de appendix). Alleen voor kleine schema's, in het bijzonder als er slechts over enkele jaren gegevens zijn, is deze benadering niet betrouwbaar, maar dan kan deze ook gemakkelijk door een exacte berekening vervangen worden. Hiermede wordt dus het grootste bezwaar, dat tegen de methode van PEEK ingebracht is (zie par. 5), opgeheven.

Een tweede voordeel is, dat een onderneming, die door ongelukkige omstandigheden gedurende één enkel jaar exceptioneel hoge lasten heeft gehad, hierdoor alléén niet verhoogd ingedeeld zal worden. Immers, weliswaar zal deze onderneming voor dat jaar wellicht het hoogste rangnummer hebben, maar de exceptionele hoogte, die de lasten incidenteel aan kunnen nemen, kunnen dit rangnummer toch nooit hoger dan  $b$  (het aantal kolommen van het schema maken). En als de rangnummers voor de overige jaren niet ook hoog zijn, zal geen aanwijzing tot verhoogde indeling verkregen worden. Alleen persistentie door de jaren heen kan daartoe leiden, hetgeen juist overeenkomt met de wensen op dit



punt. Hoewel dus enige informatie wordt prijsgegeven, kan gesteld worden, dat op deze wijze juist de relevante informatie bewaard blijft.

e. Een enigszins precair punt van de gevolgde methode is de keuze en het aantal der vergelijkingsondernemingen. Hoe meer men er neemt, hoe onderscheidender de methode wordt, maar ook de bewerkelijkheid neemt snel toe. Zoals uit dit gehele rapport wel duidelijk zal zijn is het incidenteel toepassen van de methode om één bepaalde onderneming te vergelijken met andere, die representatief zijn voor het bedrijf, waarbij deze is ingedeeld, wel mogelijk, maar het is eigenlijk wenselijk de methode systematisch toe te passen op bijv. de 10 of 20 grootste ondernemingen van ieder bedrijf. Zodoende saneert men dan systematisch de gehele indeling, zonder dat bepaalde ondernemingen in een uitzonderingspositie komen, omdat zij toevalligerwijze worden onderzocht.

f. Ontwerpt men echter een standaardprocedure, die op deze methode berust en die met behulp van een ponskaarteninstallatie kan worden uitgevoerd, dan kan men beginnen met voor ieder bedrijf de grote ondernemingen (of onderdelen daarvan), die afwijkend gevaar hebben, af te zonderen. Vervolgens worden de bedrijven in gevarenklassen ingedeeld. De ondernemingen met afwijkend gevaar kunnen dan ingedeeld worden in de dichtstbijzijnde gevarenklasse, waarin zij, wederom volgens deze standaard procedure, wel passen. Deze methodiek kan vermoedelijk in verregaande mate geautomatiseerd worden.

g. Met behulp van soortgelijke methoden als de in par. 6 beschrevene is voor enkele gevallen onderzocht of twee bedrijven, die bij de huidige indeling in dezelfde gevarenklasse zijn ingedeeld, hetzelfde of verschillend gevaar bezitten. Daarbij werden herhaaldelijk duidelijke aanwijzingen gevonden voor verschillend gevaar van bedrijven, die hetzelfde gevarencijfer hebben. In het bijzonder bleek, dat bedrijf 40 gevaarlijker was dan 412 (netto gevarencijfer, in procenten, voor beide 2,24), 299 gevaarlijker dan 147 (netto gevarencijfer voor beide 2,08) en 328 gevaarlijker dan 249 (netto gevarencijfer voor beide 3,20). Dit is de reden, waarom in par. 6, voor alle gevallen, die beschouwd zijn, de vergelijkingsondernemingen uit hetzelfde bedrijf als het betrokken onderdeel van de Amsterdamsche Ballast Mij genomen zijn. De onbillijkheden, die voortvloeien uit verkeerde indeling van gehele bedrijven dienen bestreden te worden door deze bedrijven opnieuw in te delen en niet door afzonderlijke ondernemingen te onderzoeken.

h. Voor ieder der groepen ondernemingen, waarop het in par. 6 beschreven onderzoek werd uitgevoerd, werd ook onderzocht, of er verschil in gevaar was tussen de beschouwde jaren. Daartoe werd een soortgelijke methode toegepast, waarbij de kolommen met de jaren corresponderen en de rijen met de ondernemingen. In enkele gevallen werden ook hier aanwijzingen voor verschillen gevonden, doch in veel zwakkere mate dan bij vergelijking van de ondernemingen onderling.

i. Conclusie. Uit deze onderzoeken blijkt wel, dat het probleem van een billijke classificatie van vrij ingewikkelde aard is. Een classificatiemethode op technische gronden, zoals deze momenteel in hoofdzaak wordt toegepast, blijkt verre van volmaakt te zijn en vele gebreken te vertonen, die in de vorm van onjuiste indelingen tot onbillijkheden aanleiding geven. Een incidentele vergelijking van de lasten van bepaalde ondernemingen met hun gevarencijfer volgens de methode van PEEK kan hier niet aan tegemoet komen. Een systematische toepassing van een statistisch controle- en correctiesysteem, gebaseerd op methoden als de hier geschetste en toegepaste, houdt echter wel de mogelijkheid van aanzienlijke verbeteringen in. Een volledige beschrijving van een dergelijk controlesysteem is hier niet gegeven. Dit valt buiten het kader van het rapport en zou bovendien op nader onderzoek en praktijkbeproeving gebaseerd moeten worden.

Appendix

A.1. Verkorte en vereenvoudigde afleiding van de formules van I)

Laat, in een bepaalde onderneming, de kans, dat een type-werkman in een bepaald jaar een ongeval overkomt, gelijk zijn aan  $p$  (een onbekend constant getal). Korter uitgedrukt:  $p$  stelt de kans op een ongeval gedurende één type-werkjaar voor.

Laat verder, bij een ongeval, de netto lasten  $m$  bedragen. Dan bezit  $m$  een kansverdeling, waarvan wij de eerste twee momenten voorstellen door

$$(A.1;1) \quad \mu_1 = \mathcal{E} m \quad \text{en} \quad \mu_2 = \mathcal{E} m^2, \quad \text{I)}$$

waarin  $\mathcal{E}$  het symbool voor de mathematische verwachting is.

Stellen wij nu de netto lasten voor een type-werkman in een bepaald jaar voor door  $u$ , dan geldt

$$(A.1;2) \quad \mathcal{E} u = p \mu_1 \quad \text{en} \quad \mathcal{E} u^2 = p \mu_2.$$

Voor de variantie van  $u$  geldt dus

$$\sigma^2(u) = \mathcal{E} u^2 - (\mathcal{E} u)^2 = p \mu_2 - p^2 \mu_1^2 \approx p \mu_2$$

als  $p$  klein is, daar dan  $p^2 \ll p$  is. Met deze veronderstelling verkrijgen wij dus

$$(A.1;3) \quad \mathcal{E} u = p \mu_1 \quad \text{en} \quad \sigma^2(u) = p \mu_2.$$

Deze formules gelden dus voor één type-werkman gedurende één jaar. Wij noemen dat een type-werkjaar. Wij beschouwen nu  $N$  dergelijke type-werkjaren, die gedeeltelijk van dezelfde werklieden in op elkaar volgende jaren afkomstig kunnen zijn. Dus bijv.  $N$  werklieden gedurende 1 jaar, of  $\frac{1}{2} N$  werklieden gedurende 2 jaar, enz. Veronderstellen wij nu, dat de ongevallen onafhankelijk van elkaar optreden (toetsing aan de practijk leert, dat deze veronderstelling vrijwel steeds gerechtvaardigd geacht kan worden), dan geldt voor de totale netto lasten over deze  $N$  type-werkjaren:

$$(A.1;4) \quad \mathcal{E} u = N p \mu_1 \quad \text{en} \quad \sigma^2(u) = N p \mu_2.$$

Hieruit laat de onbekende  $p$  zich elimineren door het quotiënt te vormen:

$$(A.1;5) \quad \frac{\sigma^2(u)}{\mathcal{E} u} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$

I) Stochastische grootheden, d.w.z. grootheden die een kansverdeling bezitten, worden in deze appendix van algebraïsche variabelen en waarden, die zij aan kunnen nemen onderscheiden door onderstreping.

De kengetallen  $\mu_1$  en  $\mu_2$  kunnen statistisch geschat worden op grond van gegevens uit het verleden omtrent de lasten van individuele ongevallen. Deze lasten zullen o.a. in sterke mate afhangen van het gemiddelde jaarloon  $l$  en het is niet onaannemelijk, dat zij daarmee ongeveer evenredig zullen zijn. Dit betekent echter, daar  $\mu_2$  kwadratisch en  $\mu_1$  lineair is, dat

$$\frac{\mu_2}{l^2} / \frac{\mu_1}{l} = \frac{\mu_2}{l\mu_1}$$

ongeveer constant zal zijn, d.w.z. voor verschillende ondernemingen en voor verschillende jaren wellicht ongeveer dezelfde waarde aan zal nemen. PEEK voert nu de volgende grootheid in

$$(A.1;6) \quad M^2 = \frac{\mu_2}{100 l \mu_1}$$

en neemt aan dat  $M^2$  een constante is. Op grond van statistische analyses van waargenomen lasten wordt door de Rijksverzekeringsbank gesteld

$$(A.1;7) \quad M = 0,23.$$

Uit (A.1;5) en A.1;6) volgt nu

$$(A.1;8) \quad \sigma^2(\underline{u}) = 100 M^2 l \mathcal{E} \underline{u}.$$

hetgeen overeenkomt met (4;2), waarin  $\mathcal{E} \underline{u}$  aangegeven is door  $u^*$

Tezamen met formule (4;3), die geen toelichting behoeft, volgt formule (4;1) direct.

A.2. De kansverdeling van kolomtotalen in een schema van  $a$  rijen en  $b$  kolommen

De kansverdeling van een kolomtotaal van een schema als dat van tabel 1 in par. 6 wordt berekend in de onderstelling, dat de vergeleken ondernemingen niet in gevaar verschillen. Alleen indien, op grond van de zo berekende kansverdeling, zou blijken, dat het gevonden resultaat zeer onwaarschijnlijk is, wordt dit opgevat als een overtuigende aanwijzing voor de onjuistheid van de gemaakte onderstelling. Deze gedachtengang komt dus ongeveer overeen met een bewijs uit het ongerijmde.

De rangnummers van één regel (dus bij één jaar behorende) zijn  $1, 2, \dots, b$  ( $b =$  aantal kolommen) en, als de gemaakte onderstelling juist is, zijn alle permutaties van deze rangnummers over de kolommen even waarschijnlijk.<sup>II)</sup> Voor iedere kolom (onderneming) afzonderlijk betekent dit, dat de mathematische verwachting van het rangnummer, dat in die kolom valt, gelijk aan  $\frac{1}{2}(b+1)$  is. Daar deze redenatie voor iedere regel (jaar) van het schema afzonderlijk geldt en er  $a$  regels zijn, geldt voor een kolomtotaal  $\underline{S}$

$$(A.2;1) \quad E \underline{S} = \frac{1}{2} a (b+1).$$

Op analoge wijze valt de variantie van  $\underline{S}$  af te leiden:

$$(A.2;2) \quad \sigma^2(\underline{S}) = \frac{1}{12} a (b^2 - 1).$$

Deze formules, en de redenatie die hieronder volgt, gelden voor ieder kolomtotaal afzonderlijk.

Is  $a$  niet te klein, dan is de verdeling van  $\underline{S}$  bovendien bij goede benadering normaal. Dit volgt uit het feit, dat  $\underline{S}$  een som is van  $a$  onafhankelijk verdeelde rangnummers, die ieder de waarden  $1, 2, \dots, b$  met gelijke kansen aan kunnen nemen. Deze redenatie leidt regelrecht tot de formules (6;1) en (6;2), waarin de term  $-\frac{1}{2}$  in de teller een continuïteitscorrectie is.

Voor kleine waarden van  $a$  kan de exacte verdeling van  $\underline{S}$  gemakkelijk berekend worden uit de bekende verdeling der rangnummers, waarvan  $\underline{S}$  de som is.

-----  
II) Strict genomen geldt dit alleen voor ondernemingen van gelijke grootte, doch bij benadering ook voor ondernemingen van ongeveer gelijke grootte. Het verdient dan ook aanbeveling de methode zoveel mogelijk toe te passen op ondernemingen, die zo weinig mogelijk van grootte verschillen.

Deze beide methoden zijn gebruikt om tabel 2 te berekenen. Voor  $\alpha \leq 3$  is de exacte methode gebruikt en voor  $\alpha > 3$  de normale benadering. De benaderingsgraad is gecontroleerd. Daarbij bleek, dat de normale benadering reeds bij  $\alpha = 3$  vrijwel precies met de exacte berekening overeenstemde, althans voor het punt met een overschrijdingskans van 1%, waar het hier om gaat. Voor  $\alpha > 3$  is de normale benadering "voorzichtig" in die zin, dat wellicht in sommige gevallen minder snel tot gewijzigde indeling overgegaan zal worden dan met de exacte berekening, doch in de regel zullen beide methoden tot dezelfde conclusie leiden. De grootte van  $b$  heeft hierop niet veel invloed.

De hier beschreven methode vertoont verwantschap met de zg. "methode van  $m$  rangschikkingen" van M. FRIEDMAN (vgl. bijv. M.G. KENDALL, Rank correlation methods, Charles Griffin and Co, London, 1948, hoofdstuk 6). De vereenvoudiging, die in dit rapport is aangebracht door ieder kolomtotaal afzonderlijk te beschouwen in plaats van de variantie der kolomtotaal gezamenlijk - zoals FRIEDMAN doet - dient, om precies aan te kunnen wijzen welke kolomtotaal te groot of te klein zijn. De stochastische afhankelijkheid der kolomtotaal, die optreedt omdat zij tezamen gelijk zijn aan  $\frac{1}{2} a b (b+1)$ , levert geen moeilijkheden op, daar de in par. 6 gegeven interpretatie van de methode in termen van de verwachte frequentie van het voorkomen van onjuist herindelingen daardoor niet verstoord wordt.

Tenslotte valt op te merken dat door de keuze van een kleine onbetrouwbaarheidsdrempel (0,01) tegemoet gekomen wordt aan het feit, dat de veronderstellingen van permutabiliteit der rangnummers en onafhankelijkheid van de jaren een vereenvoudiging van de werkelijkheid inhouden. De methode leent zich bovendien ook voor toepassing op bedrijven in plaats van ondernemingen en is gemakkelijk aan gewijzigde wensen of omstandigheden aan te passen. Ook is verdere uitwerking en verfijning in principe zeer goed mogelijk.

A.3. Lijst van symbolen

Hieronder volgen de in dit rapport gebruikte symbolen in volgorde van eerste voorkomen. Zij hebben alle betrekking op "een bepaalde onderneming gedurende een bepaalde periode, bijv. één jaar".

- $s$  = netto lasten per f 100,- loon,
- $n^*$  = verwachting van  $s$  = ideale netto premie per f 100,- loon,
- $n$  = werkelijke netto premie per f 100,- loon, gebaseerd op het toegekende gevarencijfer,
- $\sigma^2$  = variantie van  $s$ ,
- $N$  = totale aantal type werkjaren,
- $M$  = constante van PEEK, door de Rijksverzekeringsbank op 0,23 gesteld,
- $U$  = totale netto lasten,
- $\sigma^2(U)$  = variantie van  $U$ ,
- $U^*$  = verwachting van  $U$  = "theoretische totale netto lasten",
- $s_w$  = waargenomen waarde van  $s$ ,
- $U_w$  = waargenomen waarde van  $U$ ,
- $L$  = totale loon,
- $l$  = gemiddelde jaarloon van een type-werkman,
- $\mu_1$  = eerste moment van de netto lasten van een ongeval,
- $\mu_2$  = tweede moment van de netto lasten van een ongeval,
- $m, m_i$  = lasten van één ongeval,
- $k$  = aantal ongevallen,
- $S$  = kolomtotaal,
- $a$  = aantal rijen (jaren),
- $b$  = aantal kolommen (ondernemingen) } in een vergelijkings-  
schema.
- $p$  = kans op een ongeval gedurende één type werkjaar,
- $u$  = netto lasten voor één type werkjaar.

Tabel normale verdeling

argument	overschrij- dingskans	argument	overschrij- dingskans
0,5	0,3085	2,33	0,01
1,0	0,1587	2,05	0,02
1,5	0,0668	1,88	0,03
2,0	0,0228	1,75	0,04
2,5	0,0062	1,64	0,05
3,0	0,0013	1,28	0,10
3,5	0,0002	0,84	0,20

De breuken (4;5), (4;6), (6;1) en (6;2) zijn het argument in bovenstaande tabel.