

De lokaal zoekende Jan Karel

Tjark Vredeveld

Beste Jan Karel,

Nu je afscheid neemt als directeur van het CWI, en daarmee ook van je bestuurlijke carrière in de wetenschap, zal je weer tijd krijgen voor niet-bestuurlijke zaken, bijvoorbeeld voor onderzoek. Misschien wil je wel weer eens nadenken over de theoretische aspecten van lokaal zoeken, de richting waarin je mij hebt gestuurd tijdens mijn tijd als Onderzoeker-in-Opleiding. Ik wil je hierbij door middel van een kleine selectie van artikelen vertellen wat er in de laatste jaren zoal gebeurd is in de doorsnede van dit gebied met het terrein van scheduling. Bij mijn eerste artikel hierover [9, 10], dat ik samen met Petra heb geschreven, stond je nog toe dat we de door jou in [6] geïntroduceerde $(\alpha|\beta|\gamma)$ -notatie gebruikten – nu hadden we in dit artikel ook alleen maar standaard problemen bekeken en was deze notatie niets anders dan een eenvoudige afkorting. Enkele jaren geleden, tijdens een Dagstuhl workshop, werd je hier iets strikter in: voor iedere keer dat tijdens een presentatie de $(\alpha|\beta|\gamma)$ -notatie gebruikt werd, moest de spreker een boete van € 10 betalen. Als je belooft dat het geld dat je hiermee ophaalt naar een goed doel gaat, zal ik bij de eerst volgende gelegenheid een aantal keer zondigen.

Zowel tijdens als ook na mijn tijd als OiO heb ik veel plezier beleefd aan mijn onderzoek naar het slechtste geval gedrag van lokaal zoeken. Dat wij niet de eerste waren die lokaal zoek methoden vanuit een slechtste geval analyse onderzochten, wist ik natuurlijk wel. Jij hebt tijdens ons onderzoek Petra en mij toen al gewezen op een artikel uit 1998 [8], maar tijdens het schrijven van de inleiding van mijn proefschrift was ik toch enigszins onaangenaam verrast toen ik in de kelders van de bibliotheek een artikel van zo'n 20 jaar daarvoor uit het stof haalde. Onaangenaam, omdat Finn en Horowitz [5] namelijk toen al de eerste twee stellingen uit het IPCO artikel van Petra en mij hadden bewezen. Je vroeg je toen af of we konden schrijven dat we het onafhankelijk van hun hadden bewezen, wat inderdaad het geval was, maar al snel kwamen we tot de conclusie dat dit resultaat toch een van de kleinere resultaten was uit mijn proefschrift. Het artikel van Finn en Horowitz heeft uiteindelijk nog wel tot een artikel voor Cor en mij geleid: Zij beweerden namelijk dat een zogenaamde jump-optimale oplossing voor

$P||C_{\max}^1$ door een iteratief verbeteringsproces in $\mathcal{O}(n)$ jumps gevonden kan worden, waarbij n staat voor het aantal taken dat uitgevoerd moet worden. Hiervoor gaven zij een argument dat mij niet geloofwaardig over kwam. In ons artikel [7] hebben Cor en ik aangetoond dat zij het inderdaad fout hadden en dat de analyse in [1] de goede was en dat deze niet te verbeteren viel.

Hoewel wij dus niet de eerste waren die een slechtste geval analyse van lokaal zoek methoden onderzochten, denk ik dat ons werk wel een nieuwe impuls aan dit type onderzoek heeft geleverd. Gerhard heeft in Twente nog een Aio project besteed aan dit onderzoek. Tijdens MAPSP 2005 heb ik nog met deze Aio en Johann Hurink over het werk dat zij gedaan hadden [2] gepraat en een uitnodiging gekregen om eens in Twente langs te komen om samen verder te werken aan dit type onderzoek. Natuurlijk heb ik deze uitnodiging aangenomen en we hebben als uitgangspunt voor ons werk een vraag die Gerhard mij tijdens mijn verdediging gesteld had, genomen. Zijn vraag was of een bepaalde buurruimte die exponentieel veel buuroplossingen kan bevatten een betere garantie zou kunnen geven dan de eenvoudige jump-buurruimte. Tijdens mijn verdediging had ik al aangetoond dat dit niet het geval was. Aangezien het slechtste voorbeeld voor deze zogenaamde split buurruimte alles behalve jump-optimaal is en het slechtste voorbeeld van de jump buurruimte zeker niet split-optimaal is, rees de vraag of een gecombineerde buurruimte een betere prestatie garantie zou kunnen geven. Dit bleek inderdaad het geval te zijn, maar als het aantal machines erg groot zou zijn, was het verschil tussen de twee garanties verwaarloosbaar. Het opmerkelijke was dat als we de split buurruimte met een wat intelligentere versie van de jump buurruimte combineren, we dan wel de garantie van ongeveer 2 naar $3/2$ konden krijgen [3].

Een kleine tien jaar na mijn werk met Petra, heb ik twee van mijn promovendi, één uit Maastricht, de ander uit Quito, aan het werk gezet op basis van een resultaatje dat Petra en ik uiteindelijk niet opgenomen hebben in ons artikel. De vraag was hier hoe goed lokaal zoeken werkt voor scheduling problemen waarbij een taak slechts op een beperkte deelverzameling van de aanwezige machines uitgevoerd mag worden. Daar waar we een constante garantie konden bewijzen voor het standaard probleem op identieke machines, bleek dat voor het probleem met machine restricties, de garantie voor jump optimale oplossingen groeit met de wortel van het aantal machines.

¹ Graag hoor ik van je naar welk goed doel ik het bedrag van € 10 over moet maken

Tijdens de verdediging van mijn proefschrift kreeg ik – ik geloof van Kees Roos – een vraag over of slechtste geval analyse de goede maatstaf is om het theoretisch gedrag van lokaal zoek methoden te analyseren. Hierbij werd voorgesteld om, in plaats van het slechtste geval, te kijken naar het tweede slechtste lokale optimum. Ik zag aan je gezicht – of althans ik dacht toen aan je gezicht te zien – dat je dat geen goed idee vond en ook ik zag hier niet echt het heil van in. Ik denk dat ik toen heb geantwoord dat we dan beter een gemiddelde analyse konden maken. In het afgelopen jaar, heb ik hier dan eindelijk werk van gemaakt, samen met een aantal collega's [4]. Voor de scheduling problemen waarin de jump buurruimte een prestatie garantie heeft die groter wordt naarmate het aantal machines groter is, hebben we een zogenaamde smoothed analyse uitgevoerd – helaas heb ik hier geen goede Nederlandse vertaling voor. *Smoothed* analyse ligt ergens tussen slechtste geval en gemiddelde analyse in: voor de slechtste instantie wordt de verwachte prestatie geanalyseerd als deze instantie onderhevig is aan een aantal toevallige veranderingen. Het interessante hier is dat als de taken op alle machines uitgevoerd mogen worden, de verwachte prestatie garantie van $\Theta(\sqrt{m})$ of $\Theta(\log m / \log \log m)$ in het slechtste geval naar een constante in het gemiddelde geval gaat, terwijl in het geval van gerespecteerde machines, de slechtste gevallen robuust blijken te zijn en dat de prestatie garantie niet veranderd in de orde van grootte.

Ik denk dat de smoothed analyse een interessante nieuwe methode is om lokaal zoekmethoden te onderzoeken. Interessant zou het zijn om te weten of het voorbeeld waarmee we bewezen hebben dat het gegeneraliseerde graafkleuringsprobleem exponentieel veel verbeteringsstappen nodig heeft om tot een flip optimale oplossing te komen [11], stand houdt als het een aantal toevallige veranderingen ondergaat, waarbij ik voorstel dit toch echt eerst te bestuderen voor het max-cut probleem, aangezien dat vele malen interessanter is. Tenslotte, is er ook nog veel onderzoek te doen naar de berekenbaarheid van lokale optima, aangezien hier weinig over bekend is. Zelfs voor de swap buurruimte voor de scheduling problemen die we onderzocht hebben, weten we niet of we in polynomiale tijd een lokaal optimale oplossing kunnen vinden of dat dit misschien PLS-compleet is.

References

- [1] P. Brucker, J.L. Hurink, and F. Werner. Improving local search heuristics for some scheduling problems II. *Discrete Applied Mathematics*, 72:47–69, 1997.

- [2] T. Brueggemann, J.L. Hurink, and W. Kern. Quality of move-optimal schedules for minimizing total weighted completion time. *Operations Research Letters*, 34(5):583–590, 2006.
- [3] T. Brueggemann, J.L. Hurink, T. Vredeveld, and G.J. Woeginger. Very large-scale neighborhoods with performance guarantees for minimizing makespan on parallel machines. In C. Kaklamins and M. Skutella, editors, *Approximation and Online Algorithms (WAOA 2007)*, volume 2909 of LNCS, pages 41–55. Springer, Berlin, 2008.
- [4] T. Brunsch, H. Röglin, C. Ruten, and T. Vredeveld. Smoothed performance guarantees for local search. In *Proceedings of the 19th European Symposium on Algorithms (ESA 2011)*, 2011. To appear.
- [5] G. Finn and E. Horowitz. A linear time approximation algorithm for multiprocessor scheduling. *BIT*, 19:312–320, 1979.
- [6] R.L. Graham, E.L. Lawler, J. K. Lenstra, and A.H.G. Rinnooy Kan. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. *Annals of Discrete Mathematics*, 5:287–326, 1979.
- [7] C.A.J. Hurkens and T. Vredeveld. Local search for multiprocessor scheduling: How many moves does it take to a local optimum? *Operations Research Letters*, 31:137–141, 2003.
- [8] M.R. Korupolu, C.G. Plaxton, and R. Rajaraman. Analysis of a local search heuristic for facility location problems. In *Proceedings of 9th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, pages 1–10, 1998.
- [9] P. Schuurman and T. Vredeveld. Performance guarantees of local search for multiprocessor scheduling. In K. Aardal and B. Gerards, editors, *Proceedings of 8th Integer Programming and Combinatorial Optimization Conference*, volume 2081 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 370–382. Springer, Berlin, Germany, 2001.
- [10] P. Schuurman and T. Vredeveld. Performance guarantees of local search for multiprocessor scheduling. *Inform Journal on Computing*, 19(1):52–63, 2007.
- [11] T. Vredeveld and J.K. Lenstra. On local search for the generalized graph coloring problem. *Operations Research Letters*, 31:28–34, 2003.