

Vroege vonken onder de

De eerste stadia van elektrische doorslag worden gekenmerkt door het ontstaan en de ontwikkeling van *streamers*. Streamer zijn breed inzetbaar in industriële toepassingen en spelen een rol in natuurlijke verschijnselen. Ook zijn ze erg interessant vanuit het oogpunt van de plasmafysica en patroonvorming. Door hun complexe structuur is het een zware rekenkundige taak om de ontwikkeling van streamers op adequate wijze te simuleren, waardoor men tot nu toe gelimiteerd was in de keuze van de externe parameters zoals veldsterkte en systeemgrootte. Aan het Centrum voor Wiskunde en Informatica is er een numerieke methode ontwikkeld die op efficiënte wijze omgaat met de aan streamersimulaties inherente moeilijkheden. Daardoor is het nu mogelijk om de voortplanting en vertakking van streamers zeer nauwkeurig te voorspellen. Carolynne Montijn



Carolynne.Montijn@cwi.nl

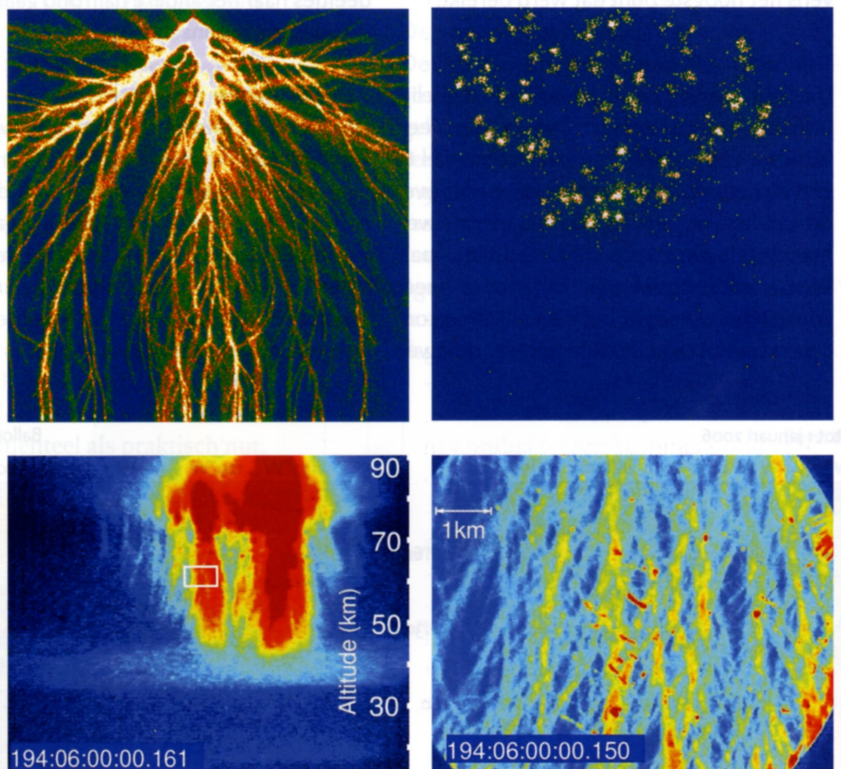
Carolynne Montijn (1977) heeft technische natuurkunde gestudeerd aan de Technische Universiteit Delft. Van 2001 tot 2005 voerde ze haar promotieonderzoek [7] naar numerieke methoden voor elektrische doorslag uit aan het Cen-

trum voor Wiskunde en Informatica (CWI) in Amsterdam. Dit project maakte deel uit van het NWO-programma Computational Science en werd uitgevoerd onder leiding van Ute Ebert en Willem Hundsdorfer.

STREAMERS EN SPRITES

Door een elektrisch veld aan te leggen op een aanvankelijk isolerend medium, zullen geladen deeltjes zich hierin verplaatsen en vermenigvuldigen waarbij een elektrische stroom wordt opgewekt, een *ontlading*. In een artikel elders in dit tijdschrift [1] is er gekeken naar gloeiontladingen die bij lage velden ontstaan. We richten ons hier op doorslag bij zeer hoge velden, waarbij geïoniseerde en geleidende kanalen ontstaan, zogeheten *streamers*. Door het beheersen van fotografische opnames en het opwekken van spanningen binnen nanoseconden, kunnen we nu nauwkeurige metingen aan streamers doen op de tijdschaal van

hun ontwikkeling [2]. De bovenste foto's van figuur 1 tonen de uitkomst van dergelijke experimenten. De linker foto laat de complexe en vertakkende ontwikkeling van streamers over een tijd van enkele honderden nanoseconden zien, terwijl de rechter foto de actieve kop van de streamer binnen een nanoseconde toont. Het zijn de hoog-energetische elektronen in de streamerkop die streamers zeer geschikt maken voor een breed scala aan industriële toepassingen, van het reinigen van verbrandingsgassen tot het aansturen van de stroming rond vliegtuigvleugels. Zeer vergelijkbare verschijnselen zijn ook waar te nemen in de hogere ge-



Figuur 1

Boven: foto van de ontwikkeling van streamerontladingen bij normale druk, links een belichtingstijd van 300 ns, rechts van 1 ns. Op een puntelektrode boven in het midden van de foto is een spanning van 30 kV gelegd. De streamers leggen een afstand van enkele centimeters af, en hun diameter is tientallen micrometers. [T. Briels, promotieonderzoek aan de TUE onder leiding van E. van Veldhuizen en U. Ebert] Onder: spriteontladingen in de atmosfeer. De rechter foto zoomt in de witte rechthoek van de linker foto en toont aan dat deze sprites uit een groot aantal streamers bestaan, die tientallen kilometers lang worden en honderden meters breed.

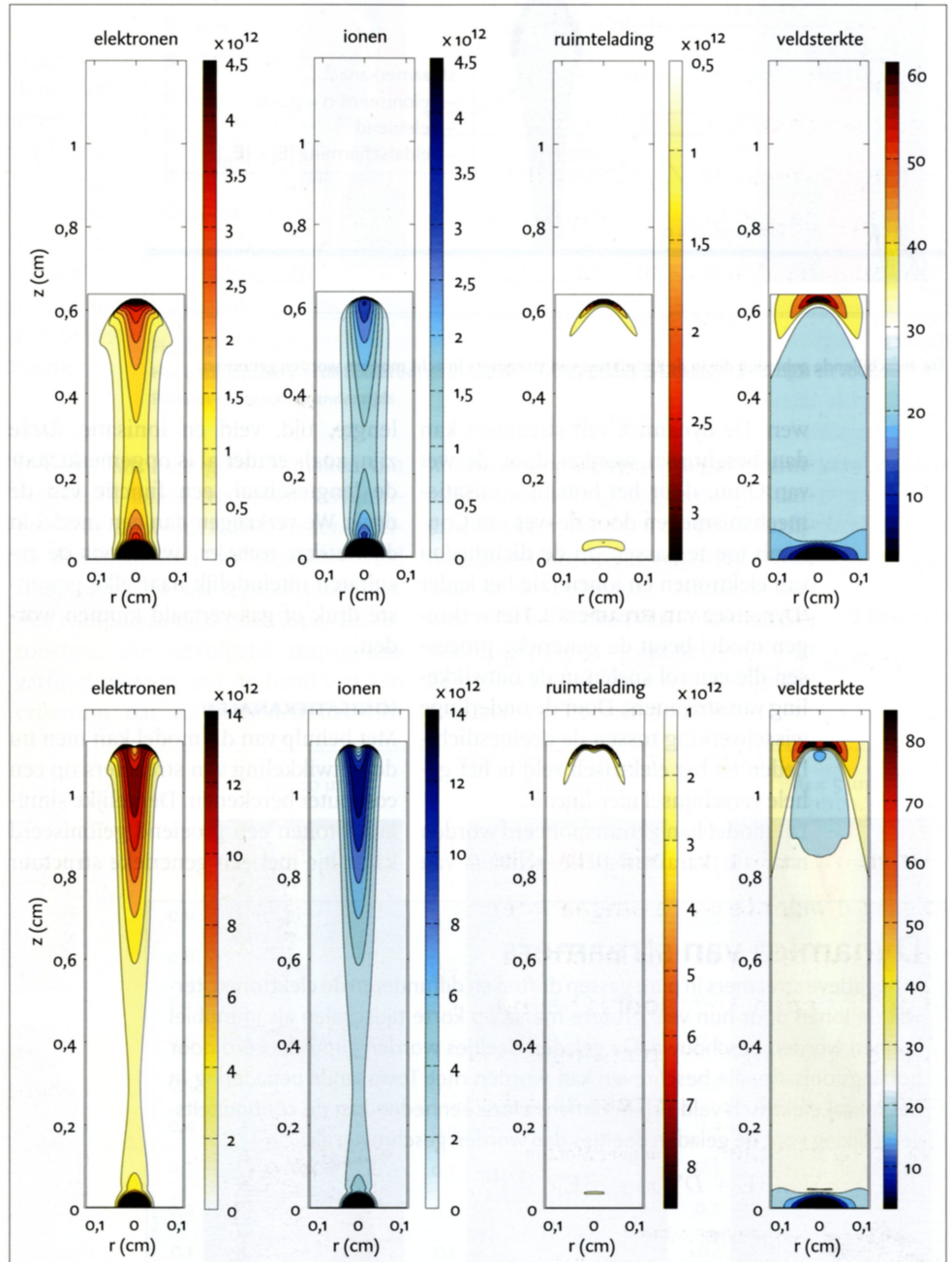
virtuele microscoop

deeltjes van de atmosfeer, in de vorm van zogeheten *sprites* en *blue jets* [3]. Doordat de karakteristieke lengteschalen omgekeerd evenredig zijn met de druk, zijn deze structuren vele ordes van grootte groter dan de streamers die bij normale druk worden waargenomen. Dit is duidelijk te zien in de onderste foto van figuur 1, die een sprite toont. Als men nu inzoomt op deze immense structuur, ziet men dat ze uit een grote hoeveelheid streamers bestaat (foto rechtsonder in figuur 1). Naast experimenteel is ook theoretisch en numeriek onderzoek noodzakelijk. Zo stellen numerieke simulaties ons in staat grootheden te bekijken waar experimenteel moeilijk of geen grip op te krijgen is. Door afzonderlijke processen artificieel in of uit te schakelen, kunnen we hun specifieke effecten nauwkeurig bestuderen.

HET FYSISCHE MODEL

De ingrediënten van een model voor de ontwikkeling van streamers zijn de wetten van Ohm en Coulomb, samen met botsingsionisatie.

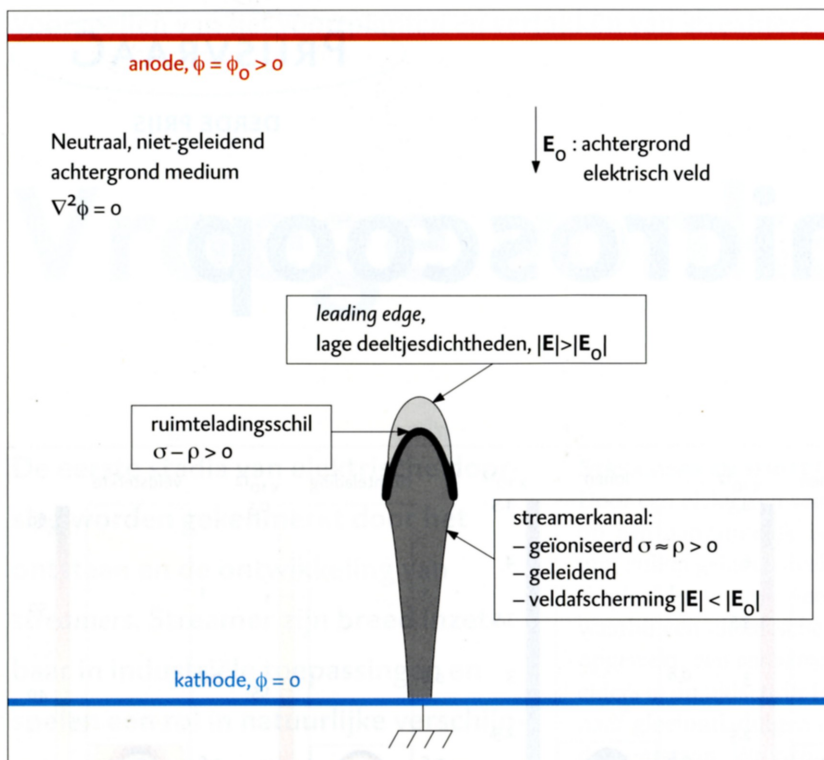
De wet van Ohm geeft de bewegingsnelheid en -richting van geladen deeltjes in een elektrisch veld. De snelheid is evenredig aan de veldsterkte, de richting hangt af van de lading van het deeltje. Een elektron in een elektrisch veld zal op zijn pad tegen neutrale deeltjes aan botsen die hij, mits hij voldoende energie bezit, kan ioniseren. Hierdoor ontstaan dan een positief ion en een nieuw elektron. Dit proces herhaalt zich, en er ontstaat een geïoniseerd kanaal waarin de elektronen en de ionen in tegengestelde richting lopen onder invloed van het opgelegde elektrisch veld. Daarnaast wekken de geladen deeltjes zelf ook, volgens de wet van Coulomb, een elektrisch veld op, waardoor ze onderling kracht uitoefenen (denk aan de repulsie tussen twee gelijk geladen deeltjes).



Figuur 2

De dichtheidsverdelingen van de geladen deeltjes en de ruimtelading (in cm^{-3}) en de elektrische veldsterkte (in kV/cm) voor een streamer in een achtergrondveld van 30 kV/cm na 22 ns (bovenste rij) en 34 ns (onderste rij). Het veld is in tegenstelling tot het potentiaal alleen berekend daar waar de deeltjesdichtheid niet nul is.

Door de grote hoeveelheid elektronen en ionen die zich in streamers bevinden, kunnen we beide deeltjessoorten in een continuüm benadering beschouwen. Omdat de dichtheid van de neutrale deeltjes wel vijf ordes groter is dan die van de geladen deeltjes, kunnen we deze dichtheid als constant beschou-



Figuur 3

De verschillende gebieden die in de simulaties van streamers in acht moeten worden genomen.

wen. De dynamica van streamers kan dan beschreven worden door de wet van Ohm, door het botsingsionisatiemechanisme, en door de wet van Coulomb toe te passen op de dichtheden van elektronen en ionen (zie het kader 'Dynamica van streamers'). Het verkregen model bevat de generieke processen die een rol spelen in de ontwikkeling van streamers. Door de onderlinge wisselwerking tussen de deeltjesdichtheden en het elektrische veld is het gehele verschijnsel niet-lineair. Dit model kan getransponeerd worden naar de karakteristieke schalen van

lengte, tijd, veld en ionisatie. Deze zijn, zoals eerder al is opgemerkt voor de lengteschaal, een functie van de druk. We verkrijgen dan een model in *dimensieloze eenheden*, waardoor de resultaten uiteindelijk naar elke gewenste druk of gas vertaald kunnen worden.

IONISATIEKANALEN

Met behulp van dit model kan men nu de ontwikkeling van streamers op een computer berekenen. Dergelijke simulaties tonen een groeiend geïoniseerd kanaaltje met een generieke structuur

zoals getoond in de bovenste rij van figuur 2. De dichtheid van vrije elektronen in de streamer is hoog, waardoor het kanaal geleidend en elektrisch afgeschermd is. Om deze afscherming van het veld te bewerkstelligen is er ruimtelading nodig aan het uiteinde van het kanaal. Deze ruimtelading zit in een dunne schil en heeft naast de elektrische afscherming in het kanaal ook een veldversterking vóór het kanaal tot gevolg. Dit gefocuste veld versterkt op zijn beurt de processen van drift en ionisatie, waardoor de streamer groeit.

Er hoopt zich dan ruimtelading op in een almaar dunner wordend schilletje, dat uiteindelijk instabiel wordt en vertakt, zoals gezien kan worden in de onderste rij van figuur 2. Als we nu de staat van de streamer beschouwen vlak voor het moment van vertakken, dan kunnen we drie kenmerken waarnemen:

- 1 De snelheid van het streamerfront is een groeiende functie van het elektrisch veld.
- 2 De binnenkant van de streamer is elektrisch afgeschermd.
- 3 De kromtestraal van de ruimteladingsschil is veel groter dan zijn dikte, waardoor het front bijna vlak is. Bernard Meulenbroek heeft tijdens zijn promotieonderzoek aan het CWI analytisch bewezen dat een streamer met deze drie kenmerken inderdaad een instabiliteit vertoont [5].

REKENKUNDIGE UITDAGINGEN

Het optreden van deze vertakkende ionisatiekanalen in de laboratorium- en computerexperimenten is dus theoretisch te verklaren. Ze waren echter tot dusver alleen gesignaleerd in simulaties op relatief grove, uniforme rekenroosters. Door gebrek aan rekengeheugen was het nog niet mogelijk om fijnere roosters te gebruiken, en door het (nog) niet-convergerende gedrag

Dynamica van streamers

In negatieve streamers in pure gassen driften en diffunderen de elektronen, terwijl de ionen door hun veel grotere massa op korte tijdschalen als immobiel kunnen worden beschouwd. De geladen deeltjes worden geproduceerd door botsingsionisatie, die beschreven kan worden met Townsends benadering in het lokaal elektrisch veld [4]. In dimensieloze eenheden kan de continuïteitsvergelijking voor de geladen deeltjes dan worden geschreven als:

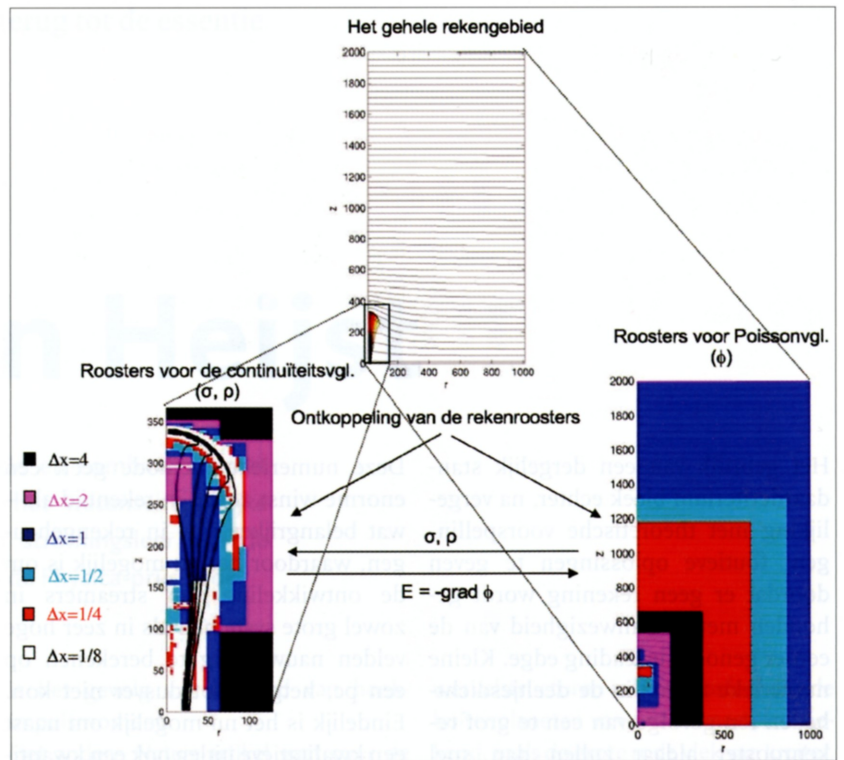
$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = \nabla \cdot (\sigma \mathbf{E} + D \nabla \sigma) + \sigma |\mathbf{E}| e^{-1/|\mathbf{E}|},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \sigma |\mathbf{E}| e^{-1/|\mathbf{E}|},$$

waarin σ en ρ de dichtheidsverdelingen van elektronen respectievelijk ionen zijn, D de diffusiecoëfficiënt en \mathbf{E} het elektrische veld. Deze kan worden bepaald met behulp van de Poisson-vergelijking voor de (dimensieloze) elektrische potentiaal ϕ ,

$$\nabla^2 \phi = \sigma - \rho, \quad \mathbf{E} = -\nabla \phi.$$

Het achtergrond elektrisch veld wordt opgelegd door het potentiaal ϕ op de externe elektrodes vast te leggen.



Figuur 4
Het ontkoppelen van de rekenroosters voor de continuïteitsvergelijkingen enerzijds en voor de Poisson-vergelijking anderzijds.

van de resultaten kon men dan ook geen nauwkeurige voorspelling doen over het optreden van de instabiliteit. Hierdoor was het noodzakelijk een code te ontwikkelen die wél in staat was convergerende resultaten op te leveren.

Er zijn verschillende redenen waarom het moeilijk – zo niet onmogelijk – is om streamers op eenvoudige uniforme rekenroosters te simuleren. Allereerst is er de verscheidenheid aan lengteschalen: het uitwendige gebied waarin het potentiaal berekend moet worden is veel groter dan het geïoniseerde kanaal zelf, dat op zijn beurt veel groter is dan het kleine actieve gebied in de streamerkop. Bovendien worden de ruimtelijke dichtheidsgradiënten in de kop steiler naarmate de streamer zich verder voortplant, en vereisen daarmee een steeds hogere nauwkeurigheid van de numerieke methode. Tenslotte komt er een moeilijkheid bij door de instabiele natuur van streamers: elke geïoniseerde verstoring in de leading edge, het niet-geïoniseerde gebied met hoge veldsterktes vlak voor de streamerkop, zal groeien [6]. Figuur 3 geeft een schematisch overzicht van elk van de gebieden in het model.

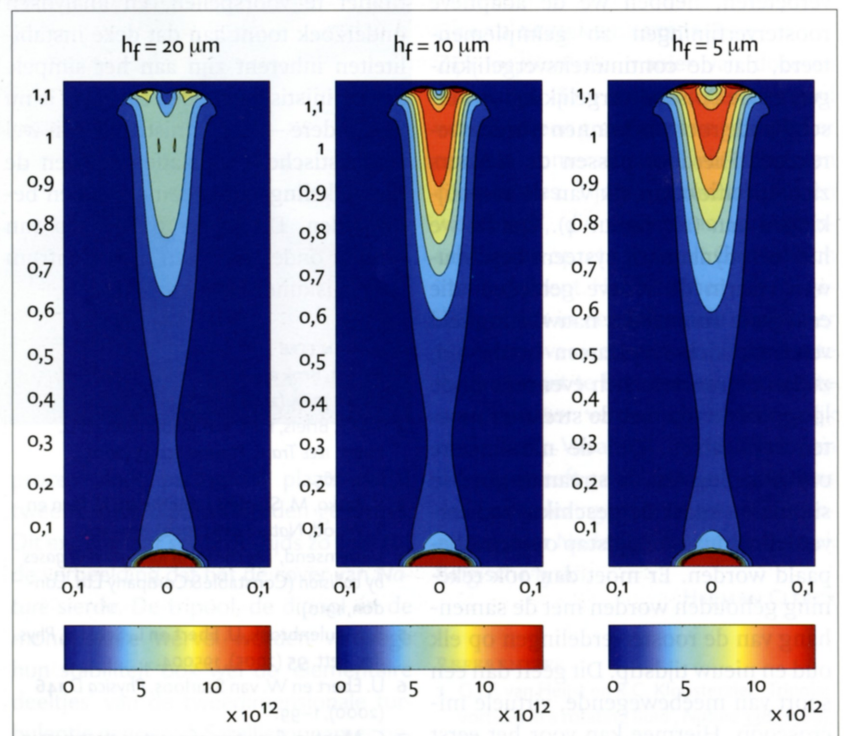
Simpele rekenmethoden zijn dus niet adequaat voor het simuleren van streamers, in de eerste plaats omdat ze heel veel rekengeheugen vergen. Een veld van enkele tientallen kV/cm vereist bijvoorbeeld een ruimtelijke resolutie van $5 \mu\text{m}$ in het ionisatiefront. Voor een realistische streamer in een volume van $(2,5 \text{ cm})^3$ zijn er al meer dan $2 \cdot 10^7$ roosterpunten nodig als we een cilindrisch symmetrisch coördinatenstelsel gebruiken. Volledig driedimensionale simulaties zijn met zo'n aanpak dan ook uitgesloten.

SLIMME REKENROOSTERS

Om de simulaties van streamers – die we hier als cilindrisch symmetrisch beschouwen – op efficiënte wijze aan te

pakken, kan men gebruik maken van zogeheten adaptieve roosterverfijningen. Hierin worden de geladen deeltjesdichtheden en het elektrisch veld eerst berekend op relatief grove (en dus computationeel goedkope) rekenroosters, die vervolgens stapsgewijs verfijnd worden aan de hand van een criterium dat de gebieden aanwijst

waarin de oplossingen een grote ruimtelijke nauwkeurigheid vereisen. Standaard baseert men een dergelijk verfijningscriterium op een schatting van de fout in de oplossing. Hiervoor kan men gebruik maken van de kromming van de oplossing, of van het verschil in de oplossing op twee opeenvolgende roosters.



Figuur 5
De vertakkende streamer op steeds fijnere roosters berekend, het fijnste rekenrooster is van links naar rechts, 20, 10 en $5 \mu\text{m}$ in elke richting. In de drie gevallen is het tijdstip van de opname 34 ns.

Het gebruik van een dergelijk standaardcriterium bleek echter, na vergelijking met theoretische voorspellingen, foutieve oplossingen te geven doordat er geen rekening wordt gehouden met de aanwezigheid van de eerder genoemde leading edge. Kleine numerieke fouten in de deeltjesdichtheden ten gevolge van een te grof rekenrooster aldaar zullen dan snel groeien en grote gevolgen hebben voor de verdere ontwikkeling van de streamer. Het is daarom noodzakelijk het verfijningscriterium niet alleen rekening te laten houden met de fout in de oplossing, maar ook met de elektrische veldsterkte, die de groei van de fouten aangeeft. Dit is een nieuw inzicht in het simuleren van niet alleen streamers, maar alle dynamische systemen die zich in een instabiele toestand ontwikkelen.

Om de efficiëntie van de verfijningen te verbeteren, hebben we de adaptieve roosterverfijningen zo geïmplementeerd, dat de continuïteitsvergelijkingen en de Poisson-vergelijking op verschillende roosters kunnen worden berekend. Hierdoor passen de roosters zich specifiek aan elk van de vergelijkingen aan (zie figuur 4). Omdat we hier een dynamisch systeem beschouwen waarin de actieve gebieden, die een grote ruimtelijke nauwkeurigheid vereisen, zich verplaatsen in de tijd, zullen de roosters zich eveneens in de loop van de tijd met de streamer moeten verplaatsen. Om de niet-lineaire ontwikkeling van de streamer goed te simuleren moet de geschikte roosterverdeling dus elke tijdstap opnieuw bepaald worden. Er moet dan ook rekening gehouden worden met de samenhang van de roosterverdelingen op elk oud en nieuw tijdstip. Dit geeft dan een soort van meebewegende, virtuele microscoop. Hiermee kan voor het eerst zeer nauwkeurig de dynamica van de actieve gebieden in de streamer worden gevolgd.

Deze numerieke methode geeft een enorme winst zowel in rekentijd als – wat belangrijker is – in rekengeheugen, waardoor het nu mogelijk is om de ontwikkeling van streamers in zowel grote systemen als in zeer hoge velden nauwkeurig te berekenen op een pc, hetgeen tot dusver niet kon. Eindelijk is het nu mogelijk om naast een kwalitatieve uitleg ook een kwantitatieve voorspelling voor de ontwikkeling en vertakking van streamers te maken, zoals getoond in figuur 5. Uit deze figuur blijkt dat we nu wél een convergerend gedrag hebben voor het optreden van de instabiliteit.

EN NU?

Het hier beschreven algoritme maakt het mogelijk streamers in nieuwe gebieden van het parameterregime op nauwkeurige wijze te simuleren. Het stelt ons in staat de vertakkingen kwantitatief te voorspellen, en analytisch onderzoek toont aan dat deze instabiliteiten inherent zijn aan het simpele deterministische model. De vraag is nu hoe andere – deterministische dan wel stochastische – ionisatieprocessen de ontwikkeling van streamers zullen beïnvloeden. Dit is het onderwerp van huidig onderzoek aan het Centrum voor Wiskunde en Informatica.

REFERENTIES

- 1 W.J.M. Brok en J.J.A.M. van der Mullen, *NTvN* **72**-4 (2006), 132–136.
- 2 T.M.P. Briels, E.M. van Veldhuizen en U. Ebert, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **33** (2005), 264–265.
- 3 V. Pasko, M. Stanley, J. Methews, U. Inan en T. Wood, *Nature* **416** (2002), 152–154.
- 4 J. Townsend, *The theory of ionization of gases by collision* (Constable & Company Ltd. London, 1910).
- 5 B. Meulenbroek, U. Ebert en L. Schäfer, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005), 195004.
- 6 U. Ebert en W. van Saarloos, *Physica D* **146** (2000), 1–99.
- 7 C. Montijn, *Evolution of negative streamers in nitrogen: a numerical investigation on adaptive grids*, proefschrift (Technische Universiteit Eindhoven, 2005).