STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

SP 3

D. van Dantzig

Laplace probabiliste et statisticien et ses précurseurs.

(Archives international d histoire des sciences,
8,1955. Hermann, Paris, p 27-37)

Huitième Année - N° 30 Janvier-Mars 1955

Archives Internationales d'HISTOIRE des SCIENCES

Publication trimestrielle
de l'Union Internationale d'Histoire des Sciences
Publiée avec le concours financier de l'UNESCO

Nouvelle Série d'ARCHEION

Fondateur : Aldo MIELI

ACADÉMIE INTERNATIONALE
D'HISTOIRE DES SCIENCES
12, Rue Colbert — PARIS - 2e

HERMANN & Cie
ÉDITEURS
6, Rue de la Sorbonne, PARIS-5e

Collection de Travaux de l'Académie Internationale d'Histoire des Sciences

---

N° 1. — *Proclus de Lycie. Les commentaires sur le premier livre des Eléments d'Euclide, traduits pour la première fois du grec en français, avec une introduction et des notes, par Paul Ver Eecke.* 1 vol., XXIV + 372 p. Desclée de Brouwer et Cie, Bruges, 1948.

N° 2. — *Actes du Ve Congrès international d'Histoire des Sciences. Lausanne,* 30 *septembre*-6 *octobre 1947.* 1 vol., 288 p., 500 fr. Hermann & Cie.

N° 3. — *Timotheus of Gaza on Animals. Fragments of a Byzantine paraphrase of an Animal-book of the 5th century A. D. Translation, commentary and introduction by F. S. Bodenheimer and A. Rabinowitz.* 1 vol., 54 p. E. J. Brill, Leyde.

N° 4. — *The natural History Section from a 9th century « Book of useful knowledge » : The Uyûn al-akhbâr of Ibn Qutayba, transl. by L. Kopf, ed. by F. S. Bodenheimer and L. Kopf.* 1 vol., VIII + 87 p. E. J. Brill, Leyde, 1949.

N° 5. — *Catalogue of Latin and Vernacular Plague Texts in Great Britain and Eire in manuscripts written before the sixteenth century, by Dorothea Waley Singer and Annie Anderson.* 1 vol., 269 p. W. Heinemann, London, 1950.

N° 6. — *Actes du VIe Congrès International d'Histoire des Sciences. Amsterdam,* 14-21 *août 1950. Volume I.* 1 vol., 424 p., 1.800 fr. Hermann & Cie. Le volume II paraîtra incessamment.

N° 7. — *René Labat : Traité akkadien des diagnostics et pronostics médicaux. T. I : Transcription et traduction. T. II : Planches.* E. J. Brill, Leyde, 1951, 30 florins; Hermann & Cie, 3.000 fr.

N° 8. — *Actes du VIIe Congrès International d'Histoire des Sciences. Jérusalem,* 4-12 *août 1953.* 1 vol., XII + 664 p., 2.400 fr. Hermann & Cie.

Il reste encore des exemplaires des premiers numéros des *Archives Internationales d'Histoire des Sciences;* on peut se les procurer au prix réduit de 400 fr. par numéro en s'adressant aux éditions Hermann & Cie.

Laplace probabiliste et statisticien et ses précurseurs*

Lorsqu'on est en voyage il arrive parfois qu'on jette un coup d'œil par la fenêtre de l'autocar passant sur la grand-route, ou bien que, de l'avion, on regarde le paysage au-dessous de soi. On voit, par exemple, un torrent se tortillant entre les versants boisés d'une gorge profonde. Un peu plus loin, cette gorge se rétrécit et le torrent se heurte, tantôt d'un côté et tantôt de l'autre, à des parois arides, et ensuite, il est contraint de contourner un rocher massif. Puis enfin, il s'élargit en un fleuve plus calme, coulant dans une vallée paisible parsemée de villages rayonnant sous le soleil d'été.

Soudain, en regardant mieux, on voit un petit sentier frayé dans la montagne au-dessus du courant. Voici même un pont, un très, très vieux pont certainement, qui se dresse au-dessus d'un abîme à peine visible d'aussi haut.

Comme ce doit être beau là-bas! Un jour peut-être, pendant les vacances, quand nous en aurons le temps, nous irons nous promener par là. C'est vrai, cela, ce n'est que du romantisme. A proprement parler, nous n'avons rien à y chercher, tandis qu'il y a tant de choses à faire, si importantes actuellement, n'est-ce pas? Mais nous sommes néanmoins fascinés par le pont, par le petit sentier, et nous voudrions bien savoir d'où il vient et où il va...

Dans ses origines, le calcul des probabilités prit sa source en terre française, comme un petit ruisseau caché sous les verdures.

Il ne s'agissait d'ailleurs que d'un passe-temps d'intellectuel, lorsque Blaise PASCAL, l'austère janséniste, et Pierre FERMAT, le conseiller réservé, se préoccupaient, dans quelques lettres privées

(*) Ayant été empêché d'être présent à la célébration du bicentenaire de la naissance de LAPLACE, je tiens à exprimer ma reconnaissance envers M. le Professeur J. CHAPELON, qui a eu l'amabilité de lire ma conférence et d'y faire beaucoup de corrections de style.

échangées en 1654, des deux problèmes sur les jeux de hasard qu'avait proposés à PASCAL le philosophe à la mode, l'honnête homme, le joueur, le Chevalier DE MÉRÉ. Les deux correspondants résolurent les problèmes; la solution de PASCAL donna d'ailleurs naissance à son *Traité du triangle arithmétique* qui contient les propriétés essentielles des coefficients binomiaux et la méthode d'induction complète (1) parfois attribuée à Jacques BERNOULLI. C'est en Hollande, trois ans plus tard, que Christiaan HUYGENS publia le premier traité systématique du calcul nouveau, qui devait rester le seul traité pendant un demi-siècle.

Au commencement du XVIII^e siècle, le ruisseau dont nous avons parlé, devint turbulent. Les tourbillons et les cascades se suivirent rapidement et commencèrent à se bousculer.

Au début du nouveau siècle, Jacques BERNOULLI écrivit son *Ars conjectandi.* C'est une œuvre inachevée et posthume, publiée en 1713, huit ans après la mort de l'auteur, par son neveu Nicolas BERNOULLI. Cet ouvrage contient un commentaire du traité de HUYGENS, la résolution des cinq problèmes proposés par HUYGENS et celle de bien d'autres questions, la théorie des permutations et des combinaisons, les nombres et les polynômes que nous appelons les nombres et polynômes de BERNOULLI. Il contient aussi le principe de l'induction complète, les premières considérations philosophiques sur le calcul des probabilités et notamment la première interprétation subjectiviste. Il contient enfin le célèbre théorème de BERNOULLI, quelque peu mélangé avec l'énoncé de la loi empirique connu sous le nom de *Loi des grands nombres.*

Par ailleurs, deux autres Français, Pierre RÉMOND DE MONTMORT et Abraham DE MOIVRE avaient commencé deux participations à la construction du sentier. Abraham DE MOIVRE avait été perdu pour la France par suite de la Révocation de l'édit de Nantes en 1685, ce qui le contraignit à se réfugier en Angleterre. DE MONTMORT et DE MOIVRE réussirent à résoudre un grand nombre de problèmes nouveaux relatifs aux jeux de hasard, et aussi des généralisations de problèmes plus anciens que je n'énumérerai pas ici. Les recherches de DE MOIVRE, de 1711 à 1733 conduisirent, comme celles de PASCAL et de BERNOULLI, à divers résultats qui, dépassant de loin la discipline nouvelle pour laquelle ils avaient été

(1) D'après Pierre BOUTROUX (*Pascal, Œuvres*, t. 8, p. 363, note 2) le principe d'induction complète remonte à Francesco MAUROLYCO de Messine (1494-1575). Je dois cette remarque à M. M. FRÉCHET.

inventés, étaient d'une importance considérable pour la science mathématique dans son ensemble. C'est ainsi que DE MOIVRE introduisit, à propos de la solution du problème de la durée du jeu et de celui des itérations qu'il appelle *run of events*, l'approximation des factorielles, complétée un peu plus tard par James STIRLING d'après qui on la désigne. DE MOIVRE fut aussi amené à étudier la théorie des suites récurrentes et son application à des problèmes de probabilités, et en particulier à introduire l'approximation de la distribution de BERNOULLI au moyen de la distribution normale.

Je passe sous silence le prolongement du sentier par les importantes contributions de Daniel BERNOULLI qui était un autre neveu de Jacques BERNOULLI, notamment en 1769, et par celles de bien d'autres auteurs, par exemple de BUFFON par son *Arithmétique morale* de 1760, publiée en 1777 et même par celles de LAGRANGE. Je ne retiendrai que les deux notes posthumes de Thomas BAYES en 1763 et 1765, bases de la théorie des probabilités inverses, et la critique des principes du calcul des probabilités par D'ALEMBERT vers 1757.

Jetons maintenant un regard rapide sur une autre branche du torrent. Elle jaillit d'une source différente et sous un climat tout autre : c'est la statistique. Le climat est celui de l'Angleterre, plus pragmatique, plus concret, d'un esprit plus empirique que celui, plus rationaliste, de la France. Et la source? La source est toute différente de ce mélange d'oisiveté et d'esprit, de joueurs et de bretteurs, de poètes et de philosophes d'où avait surgi la théorie mathématique des jeux de hasard. Les phénomènes fondamentaux de la vie : la naissance et la mort, le sens des responsabilités tendant à adoucir les duretés de la vie pour ceux dont les marquis et les précieuses du cercle de MÉRÉ ignoraient même l'existence, et enfin tout particulièrement la peur de la peste bubonique, ce fléau du Moyen Age, tels sont les motifs qui amenèrent John GRAUNT à publier ses observations sur les bulletins hebdomadaires des morts et des naissances, qui furent à l'origine de la statistique démographique. Sa petite table de mortalité de 1662, assez grossière, un peu fantaisiste même, mais fort ingénieuse, fut étudiée par Christiaan HUYGENS et son frère Lodewijk. Son estimation très ingénieuse de la population de Londres nous rend conscient du fait qu'aujourd'hui, l'effectif de la population du monde nous est aussi inconnu que l'était celui de la population de Londres et celle de Paris, ou encore, celle de l'Angleterre et celle de la

France en 1662. Glissons sur le développement ultérieur de la statistique démographique et économique et mentionnons d'un mot les premières infiltrations réciproques des deux branches. C'est d'une part le premier calcul d'une rente viagère par Johan DE WITT en 1671, fondé, au point de vue mathématique, sur le calcul des probabilités, et notamment sur les méthodes de HUYGENS et, au point de vue empirique, sur une table de mortalité entièrement hypothétique. Vingt ans plus tard, en 1693, cette table hypothétique fut remplacée par celle de Edmond HALLEY, établie complètement sur des observations, et le travail de HALLEY est la première contribution des astronomes à la statistique. D'autre part, le besoin de décider de l'avantage de l'inoculation contre la petite vérole posa un problème qui tendait à l'entremêlement des deux branches du fleuve et, sur ce sujet, D'ALEMBERT élevait des objections s'opposant à l'étude de Daniel BERNOULLI.

Dans la seconde moitié du XVIIIe siècle, l'impétuosité initiale du calcul des probabilités paraissait se perdre dans les marécages d'une multitude de résultats isolés. Les premiers travaux de Jacques BERNOULLI, de Pierre DE MONTMORT et d'Abraham DE MOIVRE parurent dans la seule décade 1708 à 1718 et, après cette grandiose trilogie, aucun ouvrage d'une importance comparable n'avait paru. Certes, on avait fait des réimpressions dont certaines contenaient d'importants résultats nouveaux, on avait publié des travaux dont quelques-uns étaient fondamentaux, notamment ceux de Thomas BAYES et de Daniel BERNOULLI, mais ce n'étaient pas là de grandes innovations. Un demi-siècle passa où l'on développa des méthodes mathématiques extrêmement puissantes dans le but de résoudre des problèmes extrêmement futiles. On ne peut que s'étonner de voir des mathématiciens de premier ordre avoir la patience d'étudier des jeux de hasard de plus en plus compliqués et de rechercher les probabilités de gains dont, en réalité, il est fort probable qu'aucun joueur ne se souciait. Mais les méthodes élaborées pour ce but étrange pénétrèrent toutes les mathématiques et trouvèrent leur application partout.

D'un autre côté, de très importants problèmes démographiques et sociaux attendaient les méthodes permettant de les résoudre. Cette disparité entre les besoins et les moyens amena une tension dont quelque chose devait évidemment jaillir.

C'est alors qu'intervint l'activité de LAPLACE. Dans une période de treize années, qui va de 1770, date à laquelle il a vingt-et-un ans, jusqu'en 1783, il écrit une dizaine de mémoires d'une incomparable importance. Ce n'est qu'une trentaine d'années plus tard, après avoir accompli une œuvre unique en son genre en mécanique céleste, que LAPLACE, reprenant l'étude du calcul des probabilités, recueille, complète et élabore ses idées de jeunesse dans son œuvre magistrale, la *Théorie analytique des probabilités* qui fut publiée en 1812. En 1814, une deuxième édition paraît, qui comporte une introduction, l'*Essai philosophique sur les probabilités,* où LAPLACE s'efforce de populariser ses résultats, et cet *Essai* sera souvent réimprimé et traduit.

Pour commencer, LAPLACE s'attaque à la question des suites récurrentes, déjà abordée par DE MOIVRE, puis étudiée en relation avec les équations différentielles linéaires aux différences finies par LAGRANGE. LAPLACE généralise ces résultats en introduisant et en étudiant les suites récurrentes à plusieurs indices variables qu'il appelle suites récurro-récurrentes, et qui correspondent comme il le montre, aux équations différentielles linéaires aux différences finies et partielles. LAPLACE applique ses résultats au célèbre problème de la durée du jeu. C'est déjà chez HUYGENS que se trouvait l'origine de ce problème, si difficile que les plus grands probabilistes du XVIII^e siècle s'en servaient pour aiguiser leurs armes mathématiques. Des cas particuliers avaient été résolus par DE MONTMORT; DE MOIVRE et plus tard LAGRANGE avaient réussi à donner des solutions générales, mais il fallait attendre un LAPLACE pour le pénétrer complètement. Il est bien remarquable qu'une généralisation de ce problème soit revenue au jour à notre époque et que son importance pratique soit considérable puisqu'elle est immédiatement liée à la notion *d'analyse séquentielle* d'un échantillon de contrôle de la qualité d'un produit industriel.

Le problème général est le suivant. Deux joueurs, A et B jouent une série de parties. A a la probabilité p de gagner chaque partie et la probabilité $q = 1 - p$ de la perdre. Après chaque partie perdue, A doit payer à B une somme α. Si au contraire, il gagne une partie, B doit lui verser la somme β. Enfin, au début du jeu, A possède un capital a, et B un capital b. On demande quelle est la probabilité que A (ou B) sera ruiné au plus tôt à la n^e partie.

Les probabilistes anciens ne traitaient que le cas particulier où les gains α et β sont égaux, à *un* par exemple. HUYGENS avait posé le problème dans le cas où les capitaux a et b sont égaux et où la durée du jeu est illimitée, c'est-à-dire où n est infini. Il donnait le résultat, mais non la méthode de démonstration. Jacques BERNOULLI donna la démonstration et généralisa le problème en prenant a, b, p, q quelconques, DE MONTMORT et DE MOIVRE introduisirent la restriction relative au nombre des jeux et résolurent divers cas particuliers, par exemple $a = b$, ou b infini, etc., et celui-ci donna la solution, sans preuve, du cas général.

LAPLACE résolut complètement le problème au moyen de ses fonctions génératrices.

Le cas $\alpha \neq \beta$ ne se présenta qu'en 1945, date à laquelle G. A. BARNARD et Abraham WALD publièrent les résultats qu'ils avaient obtenus pendant la guerre au sujet de la *sequential analysis*. Le gain d'une partie par A ou B correspond à l'acceptation ou au rejet d'un exemplaire du produit fabriqué. La ruine de A ou de B correspond au rejet ou à l'acceptation de la fabrication entière. Les nombres a, b, α et β dépendent des conditions de qualité imposées et du niveau de confiance exigé. Ces auteurs ne s'occupaient que du cas $n = \infty$. Le cas où n est fini se résout aisément au moyen de leurs méthodes qui reposent sur l'utilisation des fonctions génératrices de LAPLACE lorsque $\alpha : \beta$ (ou $\beta : \alpha$) est un nombre entier. On a trouvé, mais non encore publié, la solution où α, β, a, b sont proportionnels à des entiers quelconques. Le cas le plus ardu est celui où α et β sont des nombres irrationnels arbitraires : il n'a été résolu que pour a et b tels que $a + b < \alpha + \beta$.

Les recherches de LAPLACE de 1770 et 1773 portent sur les équations aux différences finies et le conduisirent en 1779 à sa théorie des fonctions génératrices qui est le puissant instrument permettant la résolution de bien des problèmes du calcul des probabilités et de nombreux autres domaines des mathématiques. Ceci est encore plus vrai pour la transformation de LAPLACE, intimement liée aux fonctions caractéristiques d'Augustin CAUCHY et de Paul LÉVY. En effet, bien avant CAUCHY, LAPLACE introduit les fonctions caractéristiques d'une classe spéciale de distributions concrètes — à savoir dans le fameux chapitre IV de son *Traité Analytique* — et déduit leurs propriétés les plus importantes. Ces fonctions sont l'instrument indispensable du Calcul des probabilités moderne.

Mais les contributions les plus importantes de LAPLACE au calcul des probabilités sont, sans doute, ses recherches merveilleuses *Sur les approximations des formules qui sont fonctions de très grands nombres* en 1782-1783. On y trouve les fondements de la théorie des développements asymptotiques, utilisés dans presque toutes les parties de l'analyse moderne et de ses applications. Pour le calcul des probabilités, elle donne le théorème de LAPLACE-LIAPOUNOF, démontré rigoureusement par ce dernier en 1901, et qui est une généralisation des théorèmes de Jacques BERNOULLI et d'Abraham DE MOIVRE. Si nous utilisons les expressions modernes, nous pouvons dire que ce dernier avait démontré en 1733 que la distribution binomiale de BERNOULLI a pour limite la distribution normale. LAPLACE étendit ce résultat à la limite $n \to \infty$ de la distribution de la somme d'un grand nombre n de variables indépendantes et à peu près arbitraires. Les conditions précises auxquelles ces variables doivent être assujetties ne furent précisées qu'il y a environ un demi-siècle et, depuis cette époque, beaucoup d'auteurs modernes revinrent sur la question.

C'est à cause de ce théorème fondamental que les probabilistes français d'aujourd'hui emploient l'expression *Loi de* LAPLACE ou *Loi laplacienne* pour désigner la distribution normale qui, par ailleurs, fut connue pendant un siècle sous le nom de *Loi de* GAUSS.

C'est que si GAUSS étudia la distribution normale en 1809, il ne fut ni le premier, ni même le second, à le faire. Il fut le quatrième (2). Il me paraît incontestable que DE MOIVRE fut le premier à la connaître en 1733, et que LAPLACE fut le second, bien que LAPLACE ait été le premier à en apercevoir la signification fondamentale en 1782. Il est vrai que DE MOIVRE ne parvenait pas encore à passer de la variable discrète à la variable continue et qu'il n'introduisait donc pas le signe d'intégration. Mais il savait évaluer ce que nous appelons aujourd'hui la fonction de répartition et il calculait effectivement les quartiles.

LAPLACE non plus, d'ailleurs, ne passa rigoureusement de la variable discrète à la variable continue : il le faisait seulement au moyen d'un calcul formel. En outre, LAGRANGE avait obtenu, en 1770 déjà, des résultats très proches de ceux de LAPLACE.

(2) Cf. E. B. WILSON, *First and second laws of errors*, Quarterly publ. Amer. Stat. Ass., 1923, p. 841-851; K. PEARSON, *Historical note on the origin of the normal curve of errors*, Biometrika, 16, 1924, pp. 402-404; M. FRÉCHET, *Généralités sur les probabilités; variables aléatoires*, 1937, pp. 108-110.

Après LAPLACE, un Américain presque inconnu, Robert ADRAIN, découvrit la fonction de la loi normale en 1808, un an avant la publication de GAUSS. Mais on peut cependant admettre que GAUSS la connaissait déjà depuis quelques années.

LAPLACE reconnut clairement l'importance fondamentale de la distribution. Il établit que l'intégrale de l'exponentielle de $-t^2$, étendue à tout l'axe réel est égale à $\sqrt{\pi}$. Il suggéra que l'on calculât numériquement son intégrale limitée à l'abscisse x et, en 1799, la première table numérique en fut publiée par le physicien français KRAMP.

Le mot *loi*, dans les expressions *Loi de* LAPLACE ou *Loi laplacienne* n'est qu'une survivance du passé, qui s'est maintenue dans la littérature moderne. Aux XVIIIe et XIXe siècles, on croyait qu'une grandeur physique a une *valeur vraie* dont les mesures sont des approximations plus ou moins exactes. La différence entre la valeur mesurée (par exemple l'époque de la culmination d'une étoile) et sa valeur vraie était l'*erreur* de la mesure. On pensait ordinairement que ces erreurs « obéissent » à une « loi » naturelle universelle, c'est-à-dire qu'il existe une fonction universelle de distribution pour les fréquences relatives, ou encore pour les *facilités* (c'est le mot qu'emploie LAPLACE) des erreurs des diverses grandeurs possibles. On sait aujourd'hui que la variabilité des valeurs mesurées dépend, non seulement de l'inévitable inexactitude des appareils de mesure, mais aussi de l'inévitable inexactitude des définitions des grandeurs. La soi-disant *valeur vraie*, ne se laisse donc pas *définir* avec une précision illimitée, et il en est de même par conséquent des soi-disant *erreurs*. L'expression utilisée par les savants du XVIIIe siècle : *le milieu qu'on doit prendre entre plusieurs mesures d'une même grandeur* est donc beaucoup plus correcte du point de vue moderne que l'expression *loi des erreurs*, pourvu cependant que l'on interprète les mots *on doit* comme signifiant *il est utile de*. Il va sans dire que c'est seulement le *terme*, non la croyance à une loi de nature universelle, qui s'est maintenu dans la littérature moderne.

La dénomination *Loi de* GAUSS de la distribution normale est donc incorrecte, puisque (à part de ce qu'elle n'est pas une loi de la nature), elle n'est pas de GAUSS.

La dénomination *Loi de Laplace* ou *Loi laplacienne* n'est non plus justifiée, puisqu'elle n'est pas de LAPLACE, mais de DE MOIVRE.

En effet, Thomas SIMPSON avait introduit en 1757 une loi d'erreurs linéaire pour déterminer le milieu entre un certain nombre d'observations.

Plusieurs auteurs l'avaient suivi. Puis, en 1778, LAPLACE avait essayé plusieurs autres lois dans un de ses mémoires, parmi lesquels la distribution exponentielle $\leqslant \frac{1}{2}e^{-|x|}$ est la plus importante, mais non pas la distribution normale. La fonction de répartition normale figurait seulement comme premier terme du développement asymptotique d'une loi des erreurs que LAPLACE laissait indéterminée, et les termes suivants en dérivaient. Dans son mémoire de 1783 aussi, il ne disait pas que la *facilité* des erreurs élémentaires était donnée par la fonction de répartition normale, mais par une autre fonction (à savoir, $\frac{1}{2a} \ln \frac{a}{|x|}$, pour $|x| \leqslant a$). Par contre, il démontrait un théorème beaucoup plus important : quelle que soit la fonction déterminant les facilités des erreurs élémentaires en nombre suffisamment grand, la distribution de leur somme s'approche arbitrairement près de la distribution normale. C'est, en effet, le théorème de LAPLACE-LIAPOUNOF mentionné ci-dessus. Il faut, néanmoins, remarquer qu'un résultat très voisin avait été obtenu dès 1770 par LAGRANGE, qui, en employant la méthode des fonctions génératrices avant LAPLACE, avait obtenu la distribution multinormale comme approximation de la distribution multinomiale.

Aussi, quoique la dénomination *Loi de* LAPLACE, ou *Loi laplacienne* ne me paraisse pas très heureuse pour plusieurs raisons, je crois cependant parfaitement justifiée la revendication des probabilistes français d'associer à la distribution normale le nom de LAPLACE plutôt que celui de GAUSS. Il est en effet incontestable que, bien avant GAUSS, LAPLACE avait trouvé et publié diverses propriétés fondamentales de cette distribution et qu'il en avait clairement reconnu la signification unique, qui s'exprime en premier lieu par le théorème magistral de LAPLACE-LIAPOUNOF. Il a aussi connu la loi normale à deux dimensions, avec corrélation que M. FRÉCHET appelle la loi de LAPLACE-BRAVAIS.

Je ne peux pas m'arrêter longtemps sur les autres résultats de LAPLACE. En quelques mots seulement, je voudrais mentionner ses recherches statistiques. Par exemple, dans ses travaux sur les naissances, il réfute, correctement du point de vue moderne, l'hypothèse de l'égalité des probabilités des naissances des garçons et des filles. Je signale aussi ses travaux sur l'inclinaison des orbites des comètes et sur divers autres phénomènes astronomiques.

La théorie de la *probabilité des causes* dérivait d'une idée de BAYES et fut élaborée sous une forme générale par LAPLACE dans sa jeunesse. Pendant un siècle et demi, elle devait régir toutes les applications. Aujourd'hui, la plupart des statisticiens ne l'acceptent plus, et il me semble qu'ils ont raison (3). Cependant, même fausse, ou tout au moins insuffisamment justifiée, cette théorie permit, avant et pendant le XIX^e siècle, l'interprétation de la statistique empirique et du calcul abstrait. Elle doit être considérée comme le pont, bien branlant en vérité, mais pourtant bravant les siècles, qui rejoignit les deux parties du sentier. De même, une minorité de statisticiens seulement se hasarde encore à se confier au *principe d'indifférence*. Nous savons aujourd'hui qu'il conduit à des contradictions. Mais il fut un élément indispensable au développement historique, indispensable parce qu'on n'avait rien d'autre pour conjecturer une probabilité inconnue et qu'il eût été impossible de progresser sans l'aide d'une pareille conjecture.

Nous passerons sous silence l'aimable idéaliste qu'était le marquis DE CONDORCET, « progressif » avant l'âge, trop assujetti à l'optimisme trop facile de son temps qui retentit encore en quelques écoles philosophiques de nos temps, et victime indirecte de la révolution qu'il admirait, et sa création : la théorie des probabilités des témoignages, acceptée sans critique suffisante par LAPLACE. On peut dire qu'en général, LAPLACE manquait de sens critique. Il était trop incliné à accepter les idées nouvelles — qu'elles vinssent de ses prédécesseurs ou de lui-même — sans les soumettre préalablement à une épreuve soigneuse et approfondie. Aussi son importance en tant que philosophe n'est-elle plus actuelle : elle n'a plus qu'un intérêt historique. Ce que l'on admire le plus en lui, ce sont moins ses idées probabilistes au sens strict du mot, car elles manquent d'un fondement solide, que la virtuosité analytique qui l'a incité à créer ou à élaborer les méthodes mathématiques dont ses contemporains avaient besoin et qui nous

(3) Il faut néanmoins mentionner une interprétation moderne, due à A. Wald. Celui-ci a su éviter les conclusions erronées en remplaçant les probabilités a priori par des poids, choisis arbitrairement (Contributions to the theory of statistical estimation and testing hypotheses, *Annals Math. Stat.*, 10, 1939, pp. 299-326).

sont nécessaires pour cheminer le long de la route des *mathématiques du doute* qui est l'aboutissant du sentier ancien.

Il serait aisé de se perdre en admiration et de recourir au style hyperbolique des éloges : « C'est un pic, c'est un roc, c'est une péninsule ! » Il serait non moins possible de s'appesantir sur le manque de sens critique de LAPLACE et de lui dénier la compréhension profonde véritablement probabiliste. En effet, dès 1842 J. J. FRIES déclarait catégoriquement « que la notion fondamentale de probabilité n'est pas nettement déterminée, que toute la théorie de l'espérance morale de Daniel BERNOULLI [acceptée par LAPLACE] est erronée, que la théorie de la probabilité des témoignages et des décisions judiciaires est fausse, et, ce qui est plus important, [qu']une grande partie de la théorie des probabilités *a posteriori* devrait être abandonnée ».

Quel sera donc notre jugement?

***

Nous nous sommes un peu promenés le long du sentier de l'histoire. Mais nous n'avons pas le loisir de poursuivre notre promenade et de voir « où cela conduit ». Le petit ruisseau est devenu un grand fleuve, mais il est resté turbulent et ses rapides nous entourent. Nous avons admiré la construction du sentier, mais nous avons trouvé des parties caduques. Or, l'on s'étonne de ce que des gens primitifs ont pu créer. Comment ont-ils su frayer ce sentier si haut dans la montagne, munis seulement de pics et de pioches, sans machines, sans dynamite, sans bulldozers?

Et revenant aux besognes quotidiennes si importantes, on se sent subitement bien faible et bien petit, assis à son aise dans l'avion dont on ne comprend même pas la construction. Et l'on pense : ce n'est pas du haut de nos vingt siècles qu'il faut juger une telle œuvre historique, particulièrement lorsqu'on n'aurait jamais pu faire soi-même qu'une minime partie de ce que ces gens du temps jadis ont accompli dans les temps immémoriaux : le petit sentier, au-dessus du torrent, dans le dur rocher.

D. VAN DANTZIG.

Amsterdam, 1949, Centre Mathématique.

J. PEYRONNET et Cie, Imprimeurs, 8, rue de Furstenberg, Paris-VIe

Abonnement au Tome VIII (numéros 30-33) :

2000 francs français

à verser aux Éditions Hermann & C^ie, 6, rue de la Sorbonne
PARIS - V^e

Pour les Membres des Groupes Nationaux
adhérents à l'Union internationale d'Histoire des Sciences
ainsi que pour les Membres
de l'Académie Internationale d'Histoire des Sciences
l'abonnement est réduit à

1200 francs français

Dans ce dernier cas, les abonnements sont payés, au cours officiel du change,
au siège du Groupe National respectif,
qui transmet les listes d'abonnés directement au Secrétariat de l'Union,
12, Rue Colbert, PARIS-2^e

Le Numéro : 500 francs français

Toute la correspondance relative à la rédaction doit être adressée à M. le Professeur J. PELSENEER, 76, avenue des Grenadiers, Ixelles-Bruxelles (Belgique).

Tous les manuscrits destinés à l'impression doivent être en principe dactylographiés.

Les manuscrits non insérés ne sont pas rendus.

Les auteurs sont seuls responsables des opinions émises dans leurs mémoires. La Rédaction n'entend engager nullement sa responsabilité à ce sujet

La revue n'accepte qu'une seule réplique à un article ou à un compte rendu. L'auteur de celui-ci aura la faculté de faire suivre cette réplique de ses observations. Après quoi, le débat sera tenu pour clos.

La revue offre gratuitement 50 tirages à part aux auteurs des articles. Ces tirages à part ne peuvent être mis dans le commerce.

Des tirés à part supplémentaires peuvent être obtenus en s'adressant directement à l'imprimeur : J. PEYRONNET & Cie, 8, rue de Furstenberg, Paris (6^e), aux conditions suivantes (par 50 exemplaires supplémentaires) :

4	*pages*	*sous couverture*	**1.800**	*francs*	*français*
8	-	—	**2.700**	—	—
12	-	—	**3.800**	—	—
16	-	—	**4.650**	—	—

Sommaire de ce Numéro

Prix : 500 frs