

is cyclisch van orde  $p - 1$  en de keuze van een voortbrenger  $g$  geeft een groeppisomorfisme  $\log : \mathbb{F}_p^* \rightarrow \mathbb{Z}/(p-1)\mathbb{Z}$  gegeven door  $\log(g^n) = n$ . Dit heet een *discrete logaritme*. Door representanten te kiezen, kunnen we dit ook zien als een afbeelding  $\text{ind} : \{1, 2, \dots, p-1\} \rightarrow \{0, 1, \dots, p-2\}$ .

De auteur beschouwt benaderingen van  $\text{ind}$ , eventueel in slechts een beperkt aantal punten, met behulp van polynomen, algebraïsche functies of recurrente betrekkingen en verder Boolese functies voor het benaderen van de rechter bit van  $\text{ind}$ , het quadratisch karakter modulo  $p$ . De benaderingen worden modulo  $p$ , modulo  $p - 1$  en over  $\mathbf{R}$  en  $\mathbf{C}$  beschouwd. Vervolgens laat de auteur zien dat goede benaderingen relatief moeilijk zijn uit te rekenen door toepassing van lemma's over bijvoorbeeld distributies van nulpunten van polynomen en recurrente betrekkingen over  $\mathbb{F}_p$ . Benaderende polynomen zullen bijvoorbeeld van hoge graad moeten zijn en uit veel termen moeten bestaan.

Zoals de auteur zelf al opmerkt, zijn de resultaten echter niet schokkend. Hoewel de getaltheoretische resultaten behoorlijk scherp zijn, verliezen de complexiteitstheoretische methoden zo veel dat de aangetoonde ondergrenzen weinig indrukwekkend zijn. Ze liggen in de buurt van de complexiteit van operaties die normaal als efficiënt worden beschouwd. De resultaten zijn nog ver weg van een bewijs dat cryptosystemen gebaseerd op de discrete logaritme veilig zouden zijn.

Dit boek is waarschijnlijk een handig naslagwerk voor de expert die geïnteresseerd is in de actuele stand van zaken. Voor andere lezers heeft het boek weinig waarde.

N. Bruin

Dit boek is vooral nuttig voor gevorderden die grafische applicaties willen versnellen. Als leerboek is het niet geschikt. De auteurs onderhouden een World Wide Web site waar onder meer literatuur, tutorials, demonstratieprogramma's en software kan worden gevonden. Er is een aantal fraaie kleurenillustraties opgenomen; echter, veel van de zwart-wit plaatjes zijn veel te donker afgedrukt.

J.B.T.M. Roerdink

G.L. Gimel'farb

### Image textures and Gibbs random fields

(Computational imaging and vision; 16)

Dordrecht: Kluwer, 1999

250 p., prijs NLG 215,-

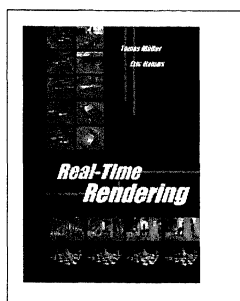
ISBN 0-7923-5961-5

Het onderwerp van dit boek is de toepassing van stochastische velden bij de analyse van beelden. Na een korte inleiding over beeldkarakteristieken zoals ruimtelijke variatie, textuur en afhankelijkheidsstructuur, introduceert de auteur de stochastische velden die hij in het vervolg zal gebruiken om beelden te beschrijven, te simuleren en te segmenteren. Deze zogenaamde Markov- of Gibbsvelden zijn gedefinieerd in termen van locale interacties tussen naburige locaties (pixels) in het beeld. De sterkte van de interactie tussen een paar buurpixels wordt bepaald door een modelparameter. Het aantal parameters kan worden beperkt door stationariteitsaannamen (zodat de interactiesterkte alleen afhangt van de relatieve positie van de twee burens) en door alleen interactie toe te staan tussen een beperkt aantal pixels. De parameters worden geschat met behulp van een iteratief Robbins-Monro algoritme. De laatste drie hoofdstukken bevatten een groot aantal praktische voorbeelden met betrekking tot het genereren van plaatjes die lijken op beelden van natuurlijke texturen (zand, gras, boomschors, textiel, water, et cetera), het relateren van een gegeven beeld aan een database van texturen, en het segmenteren van collages, luchtfoto's en satellietbeelden.

Het boek is nadrukkelijk gericht op ingenieurs; de wiskundige die meer te weten wil komen over stochastische velden vindt weinig van zijn gading. De nomenclatuur is verwarrend ('parent population' waar de toestandsruimte wordt bedoeld,  $\chi^2$ -metriek in plaats van toetsingsgrootheid, ongebruikelijke definities van standaardbegrippen als Markovveld of afdoende grootheid), de presentatie is heuristisch met het oog op de voornaamste doelgroep, en proposities worden over het algemeen niet bewezen. Bovendien is het Engels duidelijk niet de moedertaal van de auteur.

Gimel'farb schrijft in zijn inleiding dat "mathematicians [...] may find here some less traditional, and thus controversial, views and techniques." Inderdaad heeft deze referent moeite om de tussenstappen in een iteratief algoritme voor het benaderen van de meest aannemelijke schatter voor de modelparameters te zien als representatieve steekproef (uit welk model?). Ook mis ik referenties naar recente ontwikkelingen, zoals bijvoorbeeld exacte simulatie van stochastische velden, modellen met niet uitsluitend paarsgewijze interactie, snelle numerieke algoritmen voor voorwaardelijke autoregressiemodellen en de Bayesiaanse aanpak.

Het praktische gedeelte van het boek is gebaseerd op twee bekende collecties texturen, die van Brodatz en van het MIT. Uitgebreid, en rijkelijk geïllustreerd komen onderwerpen aan de orde als het ontdekken van de karakteristieke interactiestructuur van



T. Möller and E. Haines  
**Real-Time Rendering**

Natick, MA: A K Peters, 1999

482 p., prijs \$ 49,95

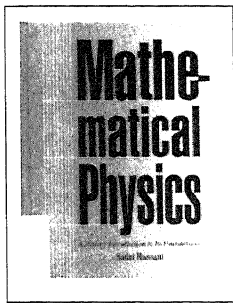
ISBN 1-56881-101-2

Dit boek is gewijd aan technieken voor het creëren van synthetische beelden, met de nadruk op methoden die zo snel zijn dat de kijker interactie met bijvoorbeeld een virtual reality omgeving kan hebben. Er wordt een behoorlijke voorkennis op het gebied van computer graphics verondersteld.

De eerste zes hoofdstukken bevatten tamelijk elementair materiaal, zoals de grafische pijplijn, transformaties, belichting en shading, textuur en speciale effecten. De behandeling van de stof is hier en daar nogal vluchtig of zelfs onduidelijk. Hier zal de nieuwkomer in het gebied moeten teruggrijpen op een leerboek. Daarna volgen hoofdstukken over speed-up technieken, pijplijn optimalisatie, polygonale technieken, methoden voor het vinden van snijpunten van grafische objecten, botsingsdetectie en grafische hardware; animatiemethoden worden niet behandeld. Een terugkerend thema is het gebruik van hiërarchische algoritmen en datastructuren om versnelling te bereiken. Dit deel bevat een massa nuttige details die men niet in standaard computer graphics boeken zal vinden. De keerzijde hiervan is dat er veel slechts wordt aangestipt, waarbij al snel naar de (uitgebreide) literatuurlijst of het internet wordt verwezen.

een textuur, het simuleren van een verscheidenheid aan texturen op basis van een Gibbsveld, en het vergelijken van een gegeven beeld met texturen uit de beide collecties. Het gebruik van Gibbsvelden bij segmentatie wordt geïllustreerd aan de hand van luchtfoto's, satellietbeelden en geografische data. Tenslotte wordt aandacht besteed aan de voor- en nadelen van het gebruik van stochastische velden in de beeldanalyse.

M.N.M. van Lieshout



S. Hassani  
**Mathematical physics:  
A modern introduction to its  
foundations**

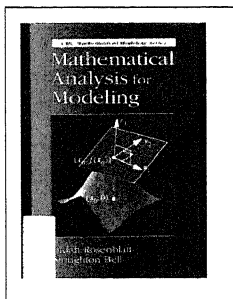
Berlin: Springer-Verlag, 1999  
1025 p., prijs DM 179,-  
ISBN 0-387-98579-4

Dit lijvig boekwerk bevat een overzicht van de meeste elementaire wiskundige begrippen en beginselen van de moderne mathematische fysica. Het boek is ruim opgezet en zeer leesbaar, maar de grote omvang maakt het natuurlijk duur. Als algemeen naslagwerk kan het zeker van nut zijn maar velen zullen liever een apart boek bestuderen over een van de individuele onderwerpen.

Hierbij een lijst van onderwerpen die behandeld wordt: O. Verzamelingen, afbeeldingen en het begrip metrische ruimte; I. Eindig-dimensionale vectorruimten; II. Hilbert ruimten, orthogonale polynomen en Fourier analyse; III. Functie theorie; IV. Differentiaal vergelijkingen en speciale functies; V. Begrensde operatoren op Hilbert ruimten en Sturm-Liouville theorie met voorbeelden; VI. Greensche functies; VII. Groepen en representaties. Differentieerbare variëteiten en tensor algebra; VIII. Differentiaal meetkunde, Lie groepen en -algebras, variatierekening.

Er is een groot aantal vraagstukken, de meeste nogal eenvoudig. Bovendien zijn er ook korte biografieën van een aantal belangrijke wiskundigen en goede verwijzingen naar andere werken voor ieder hoofdstuk.

T.C. Dorlas



J. Rosenblatt and S. Bell  
**Mathematical analysis for modeling**

(CRC mathematical modeling series)  
Boca Raton, FL: CRC Press, 1999  
860 p., prijs DM 123,-  
ISBN 0-8493-8337-4

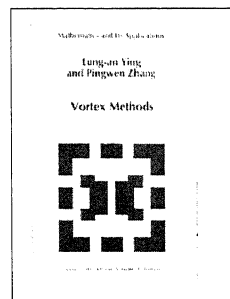
Het boek behandelt de basiswiskunde zoals deze op veel universiteiten in het eerste jaar gedoceerd wordt binnen studierichtingen waar gedegen wiskundige kennis het streven is. De behandeling is uitgebreid en vaak diepgaand. Het boek heeft een tweetal in het oog springende eigenschappen. De stof wordt behandeld vanuit een centraal perspectief. Dit is opvallend omdat het boek ingaat op Calculus, Lineaire Algebra en (Multivariable) Analysis. Op de meeste universiteiten zal het materiaal over minstens twee cursussen verspreid zijn. Daarnaast hanteren de auteurs mathe-

matisch modelleren als een natuurlijk uitgangspunt. Vanuit een praktische probleemstelling wordt theorievorming geïnitieerd en vervolgens wordt de theorie zorgvuldig en in detail uitgewerkt. Het is een uitdaging om de auteurs in deze aanpak te volgen bij het lezen van het boek.

Een belangrijk thema in het boek zijn functies en hun locale beschrijvingen. De meeste onderwerpen worden hieraan gerelateerd, inclusief geavanceerde onderwerpen zoals Gram-Schmidt orthogonalisatie, Fouriertransformatie en gegeneraliseerde functies. Naast deze onderwerpen komen alle basisonderwerpen aan de orde: Taylor, reeksen, integreren, coördinatenstelsels, matrices. Het boek ziet er goed verzorgd uit en de stijl is prettig en helder. Oefeningen zijn integraal in de tekst opgenomen.

Het boek is binnen een curriculum bruikbaar als gekozen is voor een integrale behandeling van alle basiswiskunde en indien er binnen het wiskundeonderwijs ruimte is om aandacht te schenken aan modelvorming. Dit zal niet vaak realiseerbaar zijn. De auteurs schrijven in de inleiding dat vooral studenten, die al in aanraking zijn geweest met de behandelde onderwerpen en die de stof nog onvoldoende beheersen, veel baat bij het boek kunnen hebben. Dit beperkt het beoogde lezers-publiek, maar maakt het boek op zich niet minder nuttig.

P. Wilders



L.A. Ying and P. Zhang  
**Vortex methods**

(Mathematics and its Applications; 381)  
Beijing/Dordrecht: Science Press/Kluwer, 1997  
347 p., prijs NLG 235,-  
ISBN 7-03-005756-2

De achterkant van het boek geeft een korte samenvatting: "This book aims to provide a comprehensive study of the mathematical theory of the vortex method, from its origins in the 1930's, through the developments of the '70s when the use of computers made advanced research possible, to current work on this subject in China and elsewhere. The five chapters treat vortex methods for the Euler and Navier-Stokes equations; mathematical theory for incompressible flows; convergence of vortex methods for the Euler equations; convergence of viscosity splitting; and convergence of the random vortex method. This volume will be of interest to researchers and graduate students of applied mathematics, scientists in fluid dynamics and aviation engineers."

Dit klinkt hoopgevend, maar helaas. Het genoemde lezerspubliek, geïnteresseerd in het modelleren en doorrekenen van stromingen, kan dit boek gerust overslaan. De presentatie bevat louter wiskundige theorie van hoog vakmanschap; een zuiver wiskundige kan er ongetwijfeld plezier aan kan beleven. Er wordt echter met de behandelde methoden geen enkele stroming doorgekend, zelfs geen geschematiseerd modelprobleem, zodat de bruikbaarheid van de gepresenteerde ideeën volledig in de lucht blijft hangen. De lay-out toont veel formules met weinig verbindende tekst. Je slaat een bladzij om en daar 'lacht' je weer een nieuwe verzameling integralen en norm-strepen toe. Het is het type informatie dat je het liefst verstoppt in de appendix van een rapport, ver weg van de grote lijn van je betoog. Het zal u niet