

I. OVER WISKUNDE EN INFORMATICA: BETEKENIS EN TOEKOMST

De volgende regels proberen een schets te geven hoe de wereld der wiskunde en informatica er op dit moment uitziet (in globale termen) en wat dit impliceert voor de volgende decennia. Zulks als inleiding op de toekomstvisie in termen van research die in de komende 10 jaar idealiter aan het CWI zou moeten worden gedaan. Deze meer gedetailleerde toekomstvisie komt aan de orde in hoofdstukken II, (Wiskunde), III (Informatica) en IV (Slotbeschouwingen) van deze nota aan de orde.

I.1 Plaats van wiskunde en informatica in het spectrum der wetenschappen.

Of informatica en wiskunde α , β of γ wetenschappen zijn is nog altijd een niet te beantwoorden vraag. Traditioneel zijn ze tot de β -wetenschappen te rekenen; voor α is ook veel te zeggen (en dat is ook vaak gedaan). Von Weisacker lost het probleem op door ze in te delen in een eigen groep die der structuurwetenschappen¹⁾.

Beide, informatica en wiskunde, houden zich in eerste instantie bezig met de analyse van welke (structuur) gevolgen welke aannamen hebben en de constructie van (abstracte) objecten die zekere (gewenste) eigenschappen hebben. En, met de ontwikkeling van technieken en methoden om zulke analyses en constructies te kunnen doen. Eén van de belangrijkste aspecten is hierbij het scheppen van de begrippen, het opbouwen van het conceptuele apparaat, het vocabulaire en de talen in termen waarvan zo'n analyse mogelijk zal zijn.

Een zo ontstaan apparaat met een analytische en constructieve / algoritmische component blijkt vaak ruimer toepasbaar dan alleen in het geval van het probleem waaruit het voortkwam.²⁾

Geconfronteerd met een echt reëel probleem, wat kan een wiskundige of informaticus doen?

Als regel probeert hij een model te construeren waarin zekere (de relevante) aspecten van het probleem ingebouwd zijn en andere genegeerd worden. In termen van dit model wordt verder gedacht, dat wil zeggen minstens één stap verwijderd van de werkelijkheid. En dat is maar goed ook, want geen mens kan denken in andere termen dan een model.^{3) 5)}

Zo'n model kan vele verschillende vormen aannemen. Bijvoorbeeld

- (i) Een simulatiemodel: zoiets als een insubstantiële kopie van het probleem binnen een computer
- (ii) Een formele taal
- (iii) Een verzameling van (partiële) differentiaalvergelijkingen

(iv) Een optimalisatie of optimale controle probleem

(v) Een meetkundige en/of algebraïsche structuur, bijv. een bol of torus met allerlei extra structuur erop gedefinieerd.

Elke soort model heeft van nature een zeker aantal vragen ermee geassocieerd. Bijvoorbeeld voor een model van type (ii): bestaat er een grammatica; zo ja hoeveel?, welke soort?, Voor type (iii): bestaan er oplossingen? Wat is een oplossing? Beschrijf de collectie van alle oplossingen.

Veel wiskunde en informatica houdt zich bezig met (a) het verzinnen, beschrijven en analyseren van zo algemeen mogelijke geschikte potentiële modellen (d.w.z. modellen van een type waarvoor we veel van de daaraan van nature klevende vragen min of meer expliciet kunnen beantwoorden) en (b) het opbouwen en ontwikkelen van allerlei gereedschap voor het analyseren, beschrijven en construeren van modellen. Zo zou men bijvoorbeeld kunnen zien dat allerlei modellen van type (iii) in elkaar getransformeerd kunnen worden op bepaalde systematische wijzen en zo ontstaat dan een begrip als transformatiegroep met zijn eigen vragen: hoeveel zijn er, zijn er andere dan die van differentiaalvergelijkingen afkomen, En voor het analyseren van transformatiegroepen worden weer andere objecten geconstrueerd en geanalyseerd. Zulke abstractietorens kunnen veel verdiepingen hebben, waarbij het bij de analyse van objecten op een bepaalde verdieping vaak verstandig is gebleken in eerste instantie de oorspronkelijke aanleiding tot de beschouwing hiervan te vergeten.

I.2 Enige recente geschiedenis

Algemeen bekend en erkend is dat de informatica al vele jaren zo krachtig in ontwikkeling is dat men licht het gevoel krijgt dat dit zo niet lang meer kan voortduren. De feiten zijn anders: het blijkt niet alleen te kunnen, het gebeurt bovendien in steeds versnelder tempo. Dit is niet alleen algemeen erkend maar bovendien duidelijk zichtbaar.

Minder zichtbaar (dan home computers en TV spelen) is de wiskunde die zit bijvoorbeeld achter hoogspanningsnetten, de controle apparatuur van ruimtesonde's, de apparatuur voor de analyse van seismische trillingen bij geologische exploratie, de planning van grote productieschema's, de voorspelling van verkiezingsuitslagen en de constructie van betrouwbare cryptosystemen. En minder algemeen bekend is dat de wiskunde, de wetenschap waartoe de informatica behoorde voordat die een zelfstandige wetenschap werd, zelf ook een ontwikkeling en groei doormaakt van vergelijkbare proporties.

Voor beiden geldt dat de ontwikkelingen de volgende 20 jaar spectacu-

lair beloven te zijn met veel (toepassings)gevolgen.

Voor een aanzienlijk gedeelte zullen de te verwachten successen van de naaste toekomst de vorm hebben van vruchten plukken van een langdurige voorbereidingsperiode (ca 1900-1970) gekenmerkt door groeiende specialisatie en diversificatie en, dus, het ontstaan van vele semi-geïsoleerde deelspecialismen. Groei binnen vele dezer deelspecialismen was sterk en een enorm arsenaal aan technieken werd opgebouwd. Sinds een tiental jaren lijkt de tijd van integratie van dit alles aangebroken te zijn en de resultaten mogen er zijn.⁴⁾

I.3 Toekomst indicaties

Naast de hierboven genoemde indicatoren zijn er nog vele andere aan te wijzen die argumenteren dat we aan de vooravond staan van een ongewoon vigorous ontwikkelingsperiode in wiskunde en informatica en een echte wetenschapssocioloog (in plaats van een amateur) zal geen moeite hebben nog meer indicaties te detecteren.¹¹⁾ Ik signaleer

- De voedingsbronnen voor "integerent vruchten plukken" d.w.z. nieuwe subdisciplines, ontstaan nog steeds in grote aantallen⁶⁾
- Er zijn diverse "paradigmas" met verschillende filosofieën en grondslagen assumpties⁷⁾
- Er bestaan diverse technieken die vrolijk en succesvol toegepast worden, zonder dat de grenzen en betrouwbaarheid daarvan vaststaan⁸⁾
- Er is überhaupt nogal ongeremd optimisme. Voor het maken van een model voor de hele wereld oceaan bijvoorbeeld schrikt men ook nauwelijks terug.¹³⁾
- Het aantal gebieden waarin wiskunde en informatica niet triviaal en succesvol worden toegepast neemt toe¹⁷⁾ en in de traditionele toepassingsgebieden ontstaan nieuwe impulsen.¹⁸⁾
- Het niveau van abstractie en de moeilijkheidsgraad van de begrippen die toegepast worden neemt snel toe en de vertragingstijd neemt snel af (dat is de tijd die verstrijkt voordat een nieuw stuk structuurwetenschap ook echt toegepast wordt).
- Vele lang openstaande problemen raken de laatste tijd opgelost.¹⁶⁾
- Nieuwe veel omvattende en unificerende concepten lijken in de lucht te hangen.¹⁹⁾
- Er is geen angst voor traditionele gevestigde "taboes". Bijvoorbeeld een lijn heeft dimensie 1, een vlak dimensie 2. Bestaat er zoiets als een object van dimensie 1,5 of 2,71828 ...? Klassieke antwoord: natuurlijk niet, dimensies zijn gehele getallen; modern antwoord: ja zeker. Bovendien blijken zekere objecten van dimensie 1,5 het belangrijkste ingre-

dient te vormen voor modellen van verschijnselen waarin "kans" belangrijk is.¹⁰⁾

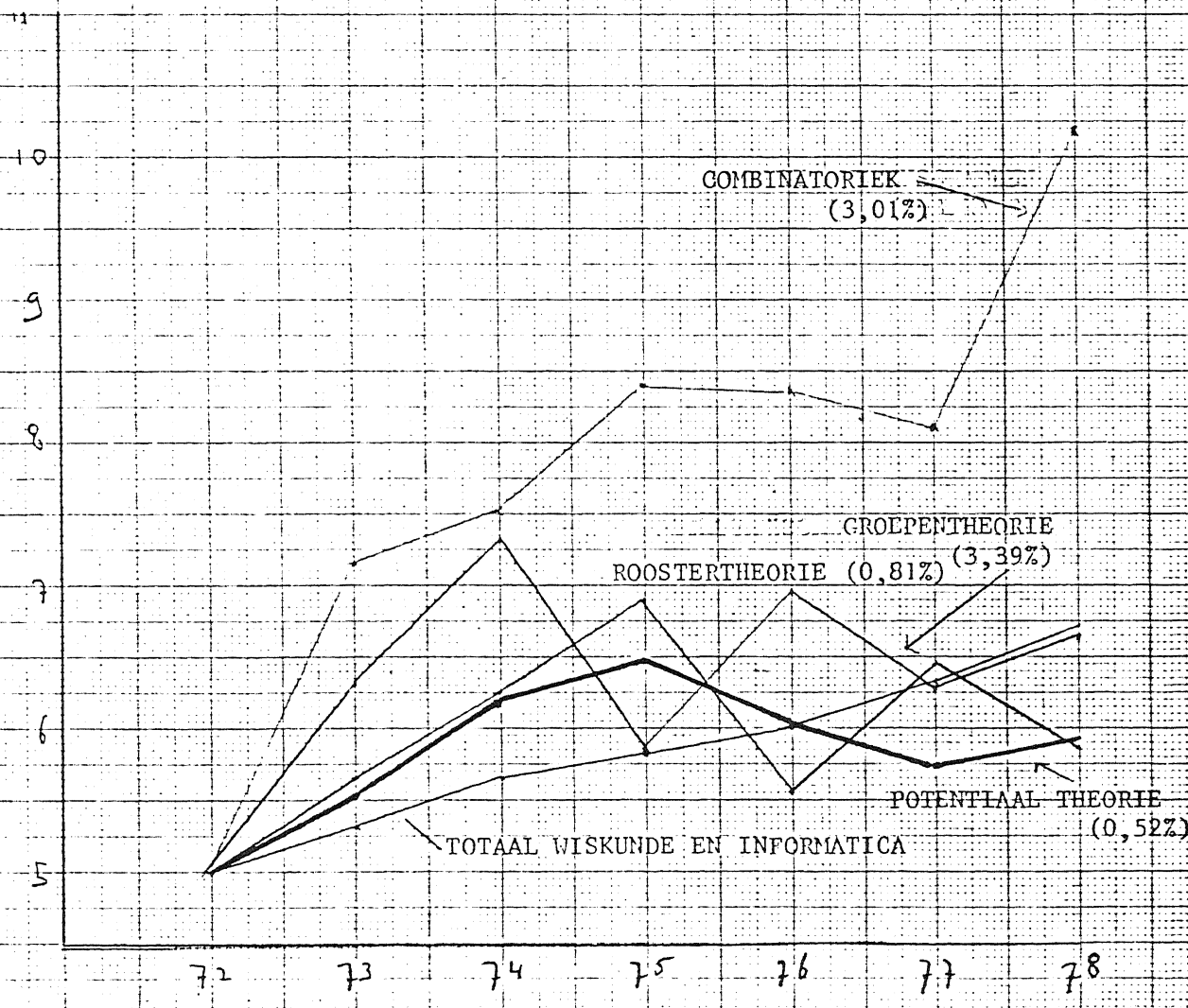
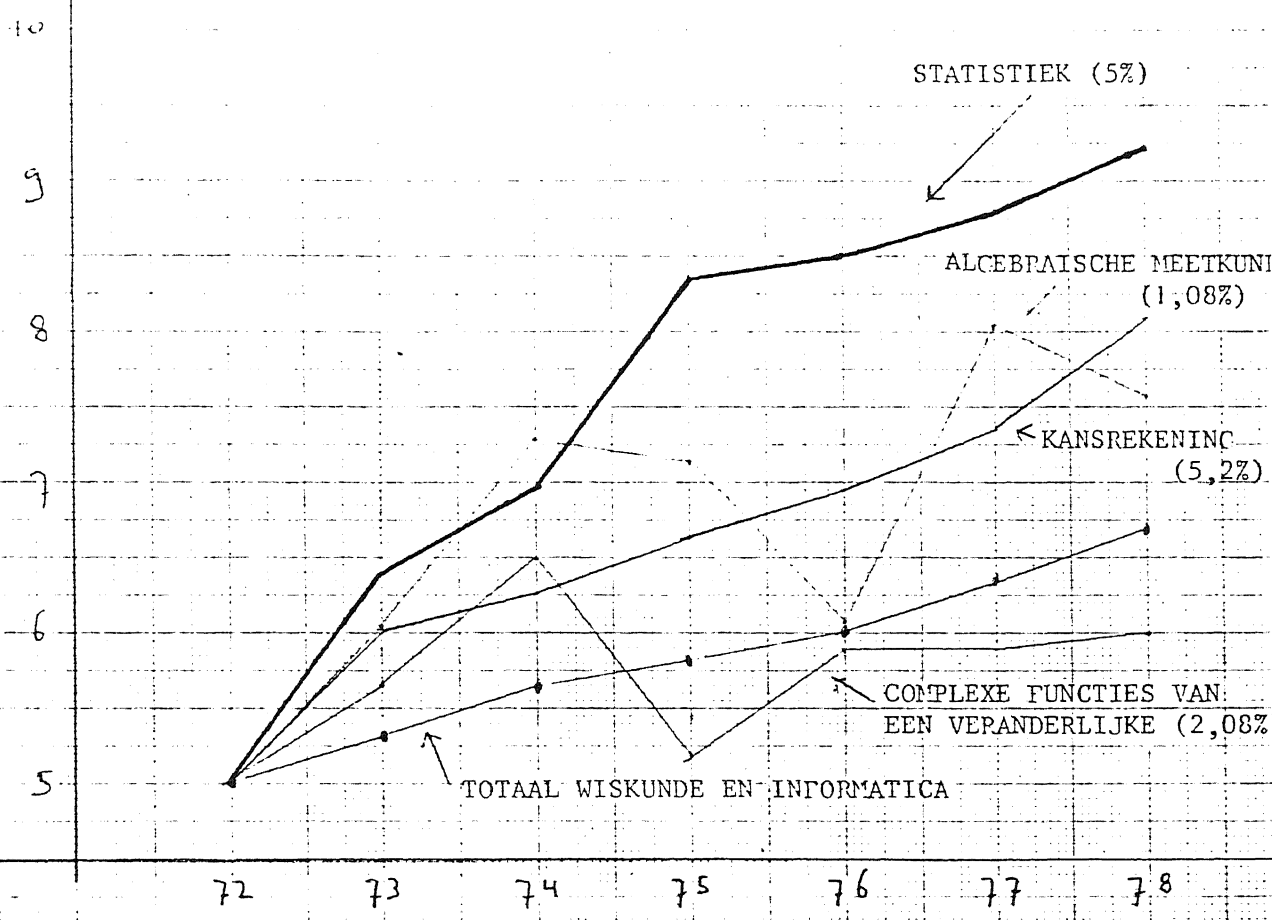
I.4 Informatica en wiskunde in interactie. Experimentele Wiskunde.

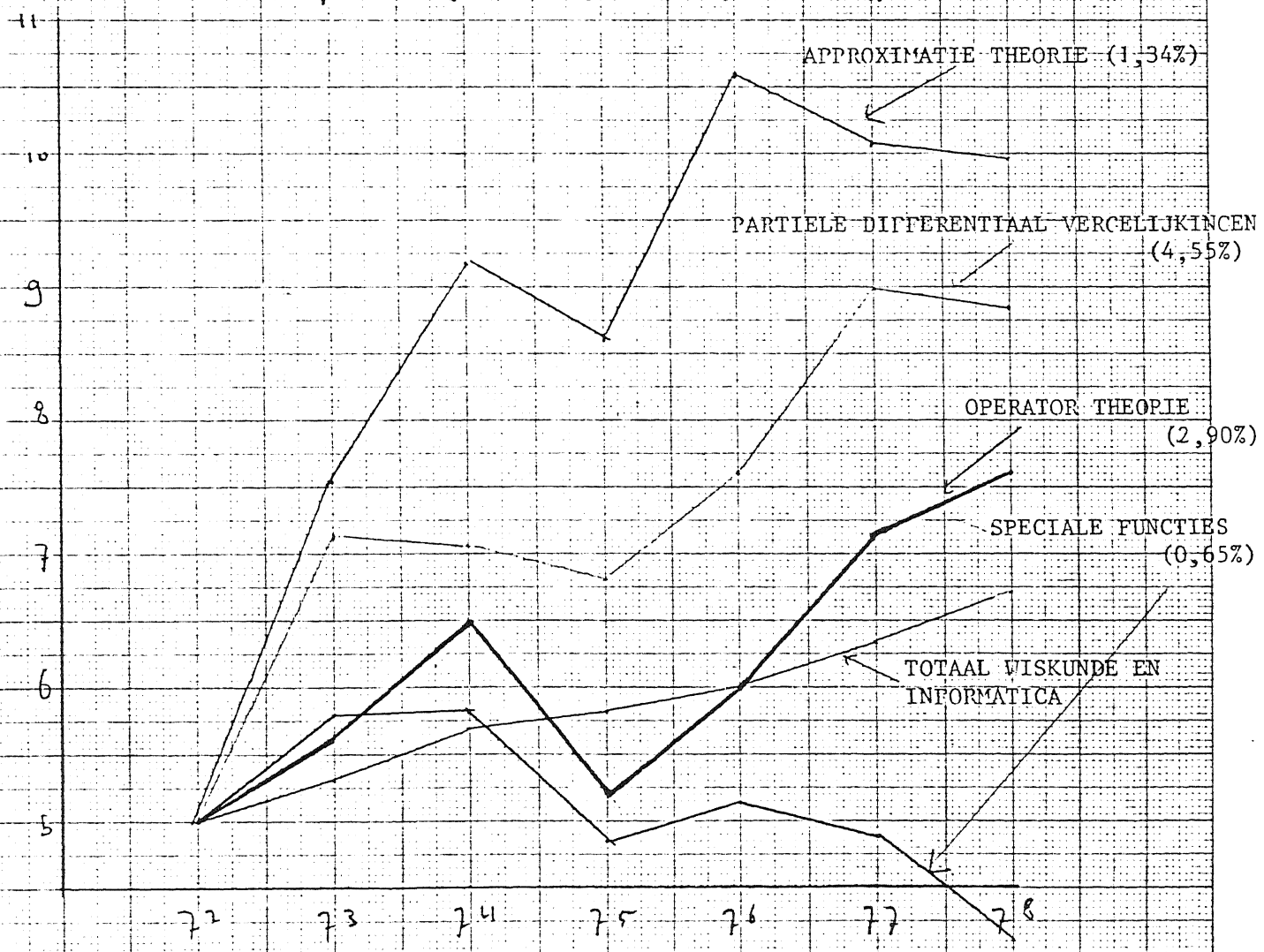
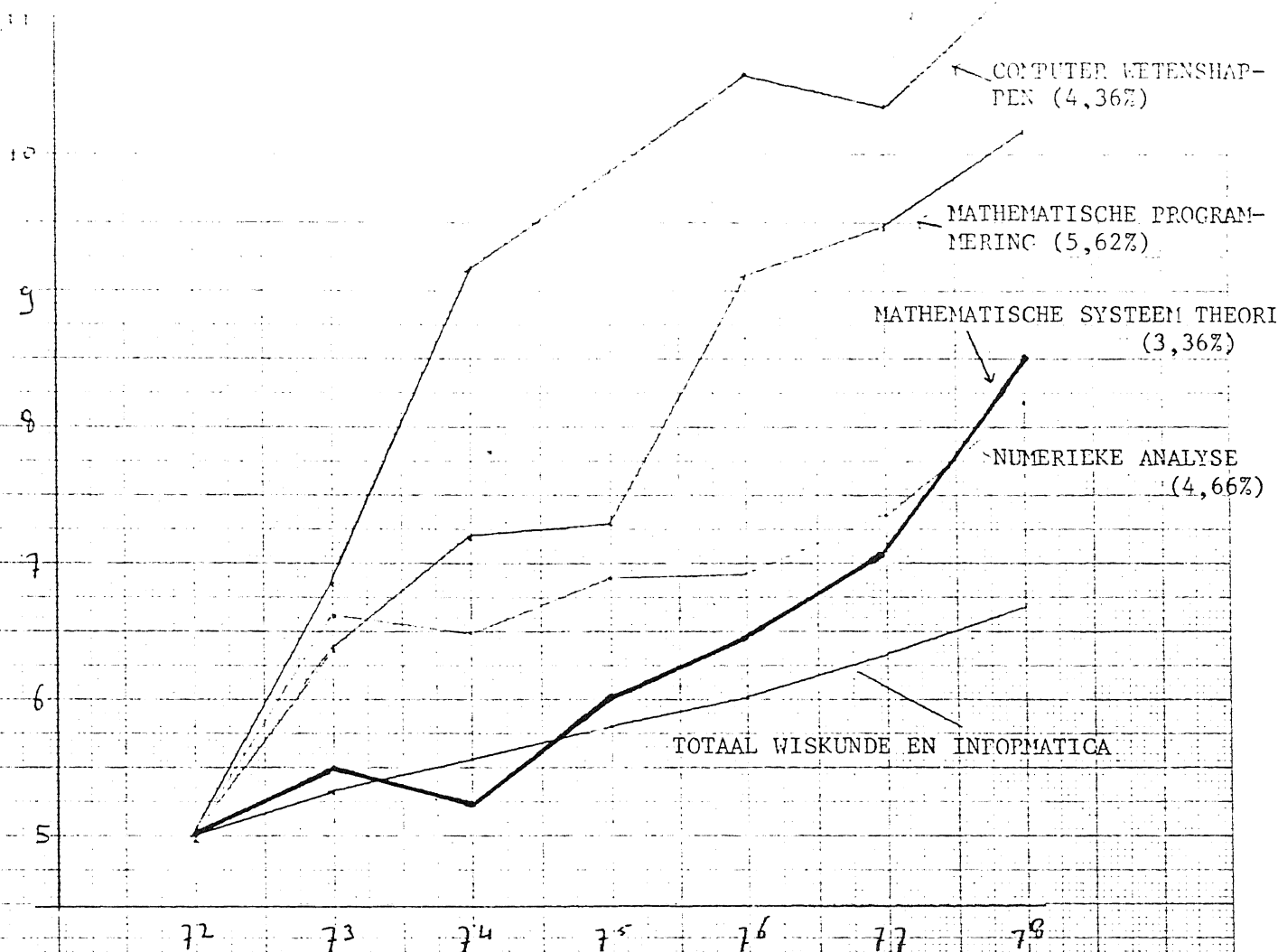
Het is echter vooral de combinatie snelle, grote (en goede) computers, informatica en numerieke wiskunde technieken, en wiskundige analyse die leidt tot de stelling dat er weinig problemen zijn voor welke een combinatie van modelering, mathematische analyse en computersimulatie niet tot waardevolle inzichten zal leiden. Zo is het mogelijk een insubstantieel experiment op te zetten op veel economischer wijze dan een echt experiment (als dat al überhaupt mogelijk is) en met veelal grotere experimenteermogelijkheden. Wat een windtunnel was bij een vliegtuigontwerp of een waterloopkundig laboratorium voor dijken en zo, kan nu een simulatiemodel zijn voor een distillatiekolom in een raffinaderij, of voor een ontwikkelingsplan voor een achtergebleven land of gebied, of voor het ontwerp van de "magnetic containment fields" in een Tokamak. Een voorbeeld is "Chemistry by computer" inclusief het met behulp van computers ontwerpen van moleculen voor farmacologische doeleinden.⁹⁾

Niet alleen heeft de informatica de wiskunde een stuk gereedschap van onschatbare waarde geleverd: de mogelijkheid experimentele wiskunde te doen (wat weer zijn eigen problemen oproept¹²⁾), maar ook lijkt de informatica weer een beroep te gaan doen op wiskunde om de komende "software-crisis" het hoofd te bieden^{14) 15)}.

Publikaties in de Wiskunde en Informatica van 1972 t/m 1978

	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	Totaal 1971/1982	percentage
Totaal Wiskunde & Informatica	30437	32260	34454	35389	36532	38509	40666	382574	100
Algebraïsche meetkunde	269	325	392	383	326	431	408	4117	1.08
Waarschijnlijkheidsrekening	1276	1538	1597	1688	1770	1870	2063	19891	5.20
Complexe functies van één veranderlijke	624	705	810	646	731	733	748	7968	2.08
Statistiek	1141	1455	1585	1910	1939	2001	2105	19110	5.00
Numerieke analyse	1115	1474	1448	1523	1541	1642	1822	17843	4.66
Computerwetenschappen	807	1106	1483	1708	1635	1671	1824	16697	4.36
Mathematische Programmering	1219	1555	1754	1775	2218	2420	2480	21511	5.62
Mathematische Systeemtheorie	880	967	918	1070	1136	1244	1500	12836	3.36
Combinatoriek	637	912	958	1070	1064	1033	1362	11503	3.01
Roostertheorie	236	272	295	326	262	304	267	3095	0.81
Groepentheorie	892	1110	1291	1027	1223	1105	1171	12970	3.39
Potentiaaltheorie	152	169	189	197	183	174	178	2003	0.52
Partiële diff.vgl.	1056	1508	1489	1434	1610	1895	1867	17417	4.55
Speciale functies	219	255	240	212	225	214	179	2485	0.65
Approximatietheorie	270	406	495	465	571	543	537	5120	1.34
Operatortheorie	721	814	934	750	863	1033	1096	9847	2.90





1.6 De nodige ambiance voor wiskunde en informatica.

Wiskunde en informatica zijn (nog) relatief kleinschalige wetenschappen in de zin dat collaboratie tussen meer dan ca. 3 wetenschappen (zeg voor een gegeven artikel,) zeldzaam is. Beide floreren middels de interactie tussen verschillende benaderingswijzen en verschillende uitgangspunten. Buiten een perfecte bibliotheek en zeer ruime, gedeeltelijk experimentele, computerfaciliteiten is een omgeving met een flink aantal collega's van zowel verschillende als gelijksoortige pluimage nodig voor goed functioneren. Welke de critische grootte is voor optimaal functioneren is niet duidelijk. Wel duidelijk is dat het MC aan de zeer kleine kant is en dat zulke zeer goed functionerende instellingen als het Courant Instituut in New York, RIMS in Kyoto en LOMI en het Steklov Instituut in Leningrad en Moskou, factoren groter zijn.

- 1) C.F. von Weisacker, Die Einheit der Natur, Carl Hanser Verlag, München, 1971, 22-23.

Von Weisacker rekent verder ook Systeemanalyse, Informatietheorie, Cybernetica, Speltheorie tot de structuurwetenschappen. Althans gedeelten van deze vier wetenschapsgebieden worden door velen tot wiskunde of informatica gerekend.

- 2) Beschouw bijvoorbeeld de differentiaal- en integraalrekening van Newton en Leibnitz. Over deze schrijft D. Costa, Amer.Math.Monthly 89(1982), p. 508: "What has been its principal contribution to civilisation? It has not been the solution of any one particular problem of celestial mechanics, of electro-magnetism, of economics, or what have you. Its significance lies in the fact that it empowered mankind to solve a wide variety of problems by providing a language for the analysis of change."

- 3) R. Isaacs, On applied mathematics, J.Opt.Th. and Appl. 27(1979), 31-50, p.37.

- 4) Enkele voorbeelden:(a) de soliton revolutie: tot ca 1970 waren er ongeveer 4 niet lineaire modellen in de mathematische physica waar we "alles" van wisten (die exact oplosbaar waren). Minder dan 10 jaar later bevatte deze lijst zo'n 20 modellen meer, waarbij enkele van de meest bekende (en beruchte) vergelijkingen der mathematische physica (zoals

niet lineaire Schrödinger, de Korteweg-de Vries, de Boussinesque, de Einstein velden vergelijkingen (gedeeltelijk), de Yang-Mills vergelijkingen,) (b) het gebruik van homotopie methoden in numerieke problemen en in vaste stof physica; (c) de penetratie van combinatorische en probabilistische ideeën in heel andere delen der wiskunde; (d) het chaos gebeuren: universaliteitsverschijnselen bij niet lineaire iteratieve processen, relaties met renormalisatietheorie; (e) spatial statistics, waarbij "interactive computer graphics" onmisbaar zijn (B.D. Ripley, Spatial statistics, Wiley, 1981, preface); (f) relaties tussen microlocalisatie en representatietheorie.

- 5) Uit W.J. Ewens, Mathematical population genetics, Springer, 1979: "While increased research in these areas [population genetics, spread of diseases, evolutionary processes] naturally leads to a greater understanding of them, it also shows, particularly with the mathematical theory of population genetics, that previous arguments have sometimes been misleading, important points have been glossed over, and our knowledge of the genetic behaviour of populations is not as firm as previously have been thought. This observation is all the more important because much recent controversy on developments within or connected to populations genetics has sometimes relied on now outdated population genetics theory. In this connection one might mention sociobiology, the effects of genetic manipulations with recombinant DNA nature-nurture and heritability studies,"
- 6) Enkele voorbeelden: interactive computer graphics, formal language theory, local networks, power networks, queing networks, mathematical morphology (image analysis), (computerized) tomography, numerical taxonomy, spatial statistics, reaction-diffusion equations, K-theory of C*-algebras, algebraische K-theorie. Malliavin Calculus, combinatorische optimalisering, transport theorie, VLSI design, completely integrable systems (soliton mathematics), dissipative systems, synergetics, cobordism theory, chaotic dynamics,
- 7) Nonstandard mathematics, constructive mathematics, intuitionistic mathematics, formal (classical) mathematics, fuzzy mathematics (waarvan ik hoop dat ze overlijden zal).
- 8) Voorbeeld: "path-integraal technieken" speciaal in combinatie met (semi-klassieke) approximatie.

- 9) S. Wilson, Chemistry by computer, New Scientist, 2 Dec. 1982, 576-579.
Een citaat: "Quantum chemistry aims to predict the properties of atoms and molecules and also the dynamics of collisions between them (that is, the chemical reactions) from the basic equations of quantum theory, the theory that describes subatomic phenomena. In recent years the field has seen considerable progress and in many cases quantum chemists can now calculate the properties of molecules with about the same accuracy as they can be measured in experiments. This progress has involved both the development of sophisticated mathematical techniques and the use of powerful computers and supercomputers. Already applications in numerous areas of research have arisen, in fields as diverse as solid-state and nuclear physics, inorganic and organic chemistry, catalysis, astrophysics and astrochemistry, pharmacology, biochemistry and molecular biology."
- 10) Brownse beweging. Preciezer: een realisatiepad van een ééndimensionale Brownse beweging.
- 11) Ook anderen signaleren dit. Zo creëerde de NSF in de USA in 1982 twee speciale mathematische research instituten die elk jaar "will select two areas in pure and applied mathematics that are considered ripe for major advances" en "will concentrate on ways to bridge the gap between growth in certain areas of pure mathematics and areas of other disciplines in which mathematical discoveries might be applied". (SIAM News 14,4, August 1981).
- 12) Zo zijn er bijvoorbeeld in de hydrologie massale hoeveelheden simula-
tiegegevens over percolatie door gelaagde grond met verschillende poro-
siteiten die om interpretatie vragen. En bijvoorbeeld zijn er soortge-
lijke gegevens over de "Josephson Junction" (de toekomstige vervanger
van de silicon transistors in supercomputers) die ook nog maar zeer ge-
deeltelijk begrepen zijn.
- 13) Kagan-Marcuk. Russisch origineel verschijnt binnenkort. Vertaling nog
niet in zicht.
- 14) R. Hermann, The function of faster programming, New Scientist, 25 Nov.
1982, 512-515;
P. Davis, SIAM News, March 1982.

- 15) Niet dat hiermee de interactiegebieden tussen wiskunde en informatica uitreput zijn. Verdere voorbeelden zijn: control theory en interactie, gedistribueerde en parallelle algorithmen, grafische methoden voor data-analyse en een heel scala van interacties tussen numerieke wiskunde en informatica.
- 16) Voorbeelden: Het 10e Hilbert probleem, het vierkleuren probleem, de opsporing van alle simpele groepen, het Poincaré vermoeden (in alle dimensies behalve dimensie 3), bewijs van de Weil vermoedens.
- 17) De mathematische biologie is bijvoorbeeld een van de snelst groeiende toepassingsgebieden van de wiskunde en informatica.
- 18) Voorbeeld: de toepassingen van algebraïsche meetkunde en differentiaal topologie en meetkunde in enerzijds de quantum mechanica en statistische mechanica en anderzijds in de mathematische systeemtheorie en electronica.
- 19) Voorbeeld: zoiets als "large scale order" in de gebieden "chaotic (Hamiltonian) dynamics", "Dissipative systems (non equilibrium thermodynamics)" en "synergetics". Het is niet moeilijk lokaal in de buurt van een gegeven punt ordelijk gedrag van een dynamisch systeem te veranderen in chaotisch gedrag door de coëfficiënten van het dynamische systeem te veranderen. Echter (numerieke gegevens, computer simulatie gegevens!): dan ontstaat weer ergens anders macroscopische orde.