

Dr. P. W. Hemker

Fouten Maken en Verbeteren

Rede

uitgesproken bij de aanvaarding van
het ambt van bijzonder hoogleraar in
de industriële wiskunde aan
de Universiteit van Amsterdam
vanwege de Stichting Beta Plus
op dinsdag 12 juni 1990

Voor alles wat we niet goed begrijpen
en wat ons dreigt te ontsnappen
is -voor ons allen- het getal van nature
inzichtverschaffend, leidinggevend
en onderrichtend. ¹

Dames en Heren Bestuurderen van deze Universiteit;

Mijne Heren bestuursleden en curatoren van de Stichting Beta Plus;

Dames en Heren Collega's, Leden van de Wetenschappelijke Staven van de Faculteit van Wiskunde en Informatica en van het Centrum voor Wiskunde en Informatica;

Dames en Heren Leden van de Technische en Administratieve Staven;

Dames en Heren Studenten;

En voorts allen die door Uw aanwezigheid blijkt geeft van Uw belangstelling;

Zeer gewaardeerde toehoorders,

De traditie wil dat in een oratie bij de aanvaarding van een nieuwe leerstoel, de nieuwe hoogleeraar het belang van die leerstoel voor de Universiteit en de Maatschappij duidelijk maakt, en dat hij met een aantal voorbeelden, gekozen uit de onderwerpen van zijn vakgebied, de importantie van dat vakgebied voor de belangstellende leek verklaart.

Ik wil niet van deze traditie afwijken en hoop inderdaad het belang van de wiskunde in een industriële context duidelijk te maken. Maar in een tijd waarin niet alleen wielrenners en voetbalclubs sponsors zoeken, maar waarin ook theaters en symfonieorkesten proberen hun financiële positie te versterken

door het bedrijfsleven gunstig voor zich te stemmen, zal het U misschien vanzelfsprekend en laag-bij-de-gronds voorkomen wanneer ook een gerenommeerde abstracte kunst zoals de wiskunde duidelijk met de industrie probeert te flirten. Daarom wil ik niet al te zeer het wederzijds belang benadrukken tussen de nijverheid aan de ene kant en de wiskunde aan de andere kant. In plaats daarvan wil ik deze gelegenheid gebruiken om U twee stellingen ter overweging voor te leggen.

*Industriële wiskunde is geen vak, maar er moet wel onderwijs in gegeven worden
Vaak leiden fouten tot een oplossing*

De eerste stelling luidt dat Industriële Wiskunde geen wiskundig vakgebied is, maar dat het desalniettemin van belang is dat erin aan de Universiteit onderwijs gegeven wordt.

De tweede stelling luidt dat, bij het oplossen van een probleem, het dikwijls juist de gemaakte fouten zijn die er voor kunnen zorgen dat het probleem tot een goede oplossing kan geraken.

Hiermee wil ik dan een hart onder de riem steken van een ieder die, geconfronteerd met de taak een probleem op te lossen, na een eerste poging bemerkt dat de gevraagde oplossing niet gevonden is, of dat de gevraagde oplossing weliswaar gevonden is, maar toch niet aan de (eerst gekoesterde) verwachtingen voldoet.

Ik wil met deze stelling niet propageren om fouten te maken. Sommige fouten zijn nu eenmaal onherstelbaar. Maar ik wil laten zien dat fouten, als ze eenmaal gemaakt zijn, soms nuttig aangewend kunnen worden.

★

Zuivere, toegepaste en industriële wiskunde

Maar laten we nu eerst terugkeren naar de eerste stelling en ons afvragen wat we zouden kunnen verstaan onder industriële wiskunde. We kunnen verwachten op deze vraag een antwoord te vinden wanneer we nagaan wat de activiteiten zijn van genootschappen zoals SIAM, de Society for Industrial and Applied Mathematics in de VS, of het Franse equivalent, de SMAI. SIAM is een beroepsvereniging, waarvan niet alleen wiskundigen, maar ook natuurkundigen, informatici en ingenieurs lid

zijn. De vereniging organiseert wetenschappelijke bijeenkomsten voor toegepast wiskundigen, geeft wetenschappelijke publicaties uit en verzorgt een aantal gerenommeerde wiskundige tijdschriften, zoals de SIAM Review, SIAM J. Numer. Anal., SIAM J. Appl. Math. en de SIAM J. Stat. Sc. Comp. Overeenkomstige activiteiten worden ontplooid door de SMAI. We zullen echter nooit een elementair leerboek in de industriële wiskunde tegenkomen. Hoogstens vinden we in de boekenkast verzamelingen van problemen uit de industrie die met wiskundig middelen zijn opgelost.

Zo kunnen we het speurwerk voortzetten, waarbij we zullen merken dat er geen tak van de wiskunde is die zich uitsluitend met de industrie bezig houdt, noch dat er een tak van industrie is waar men de beoefening van de wiskunde als voornaamste bezigheid ziet. Wél kunnen we zien dat er zich in een aantal industriële problemen aandienen waarbij onderdelen uit de wiskunde worden gebruikt om deze problemen op te lossen. Verder zien we dat industriële en toegepaste wiskunde vaak te zamen genoemd worden. Dan wordt het snel duidelijk dat industriële wiskunde geen echte tak van wiskunde is, zoals bijvoorbeeld de algebra, de meetkunde, het rekenen, de statistiek of de waarschijnlijkheidsrekening, maar dat het een aanduiding is van de intentie van een groep beoefenaren van de wiskunde. We moeten de industriële wiskunde blijkbaar rangschikken in het rijtje benamingen zoals zuivere en toegepaste wiskunde. *Zuivere* wiskunde lijkt aan te geven dat de beoefenaar zich in het geheel niet wenst te bekommeren om de toepasbaarheid van zijn vakgebied; de *toegepast* wiskundige lijkt daar wél prijs op te stellen; de *industriële* wiskundige lijkt bereid zijn wiskunde aan de toepassingen ondergeschikt te maken.

Verder kunnen we opmerken dat -waar men van industriële wiskunde spreekt- men daarmee die dienstbaarheid op verschillende wijze invult. Aan de ene kant ziet men industriële wiskunde als dienstverlening aan bedrijven die zich -min of meer toevallig- met een wiskundig oplosbaar probleem geconfronteerd

Twee soorten industriële wiskunde

zien. Dat zou men de kleinschalige industriële wiskunde of dienstverlening kunnen noemen. Hier kan de wiskundige -zoals de onderhoudsmonteur- bij het bedrijf langskomen, de klus klaren en weer vertrekken, op zoek naar het volgende probleem, eventueel een tevreden klant achterlatend. In tegenstelling tot de onderhoudsmonteur hoopt de wiskundige misschien aan de transactie niet alleen zijn verdienste, maar ook een hoeveelheid extra kennis over te houden.

Aan de andere kant zijn er industrieën waar sommige problemen een zwaar wiskundige component bezitten. Aan deze problemen wordt -ook binnen de industrie- door wiskundigen gewerkt. Hierbij bestaat dan soms een nauwe samenwerking tussen de wiskundigen in deze bedrijven en die in de universiteiten. Dat zou men de grootschalige industriële wiskunde kunnen noemen, omdat de problemen die hier moeten worden opgelost veel groter van omvang zijn.

Verskillende vakgebieden uit de wiskunde worden gebruikt

Nu is ook de wiskunde, die in de industrie gebruikt wordt, heel verschillend van aard. Niet alleen de omvang en de moeilijkheidsgraad van de problemen, maar ook de aard van de gebruikte wiskunde is divers. Zo zijn er veel problemen gebaseerd op het optimaliseren van processen, of speelt er de statistiek of waarschijnlijkheidsrekening een belangrijke rol.

Gebaseerd op praktijkproblemen ontstonden de laatste 50 jaar geheel nieuwe wiskundige vakgebieden, zoals speltheorie, besturingstheorie (control theory), besliskunde (operations research), lineair en dynamisch programmeren. Het algemene doel van deze disciplines is het optimaliseren.

Discrete wiskunde en coderingstheorie zijn van belang voor het overbrengen van boodschappen. Zonder voldoende wiskundige kennis zouden er geen digitale telefooncentrales zijn, geen satellietverbindingen en geen compact disks.

Differentiaal- en integraalvergelijkingen nemen een belangrijke plaats in

Voor de praktijk is ook een derde tak van de wiskunde belangrijk: de kennis van de differentiaal- en integraalvergelijkingen. Deze worden onder andere gebruikt voor het modelleren van biologische, scheikundige of natuurkundige processen. Een stukje

werkelijkheid wordt dan in wiskundige taal geformuleerd d.m.v. een wiskundige vergelijking, zodanig dat de oplossing van de vergelijking het gedrag van de werkelijkheid beschrijft. Zo kan de elektrische stroom in een apparaat worden gemodelleerd, het stromend water om een schip, de gassen die stromen door een buis, of de lucht om de romp en de vleugel van een vliegtuig.

Nu zijn de vergelijkingen die deze verschijnselen beschrijven zó ingewikkeld, dat de oplossing niet direct (expliciet) in een formule uitgeschreven kan worden. Maar het is wel mogelijk om m.b.v. een computer een benadering voor deze oplossing te berekenen. Als regel is het dan zó, dat voor een nauwkeuriger benadering een uitvoeriger berekening nodig is.

Hier heeft de opkomst van de moderne computer een belangrijke invloed gehad op de mogelijkheid berekeningen uit te voeren. In de laatste tientallen jaren is de snelheid waarmee dergelijke berekeningen uitgevoerd kunnen worden vele (tien)duizenden malen groter geworden. Een rekenmachine die per seconde 10^6 of 10^8 optellingen of vermenigvuldigingen kan verrichten is geen uitzondering meer. Het gevolg is niet alleen dat nu berekeningen nauwkeuriger kunnen worden uitgevoerd, maar ook dat er berekeningen kunnen worden uitgevoerd die vroeger domweg te tijdrovend waren. Een ander gevolg is, dat een ingenieur of wetenschapper -wanneer hij iets te weten wil komen waarvoor hij vroeger een experiment zou uitvoeren- steeds vaker een experiment door een berekening gaat vervangen, omdat de simulatie van het experiment goedkoper en sneller is dan het experiment zelf. Een voorbeeld kan zijn het berekenen van de weerstand van een vliegtuig in de lucht, of zijn opwaartse kracht.

Hierbij neemt men voor lief dat het wiskundig model maar een vereenvoudiging is van de werkelijkheid, en dat bij de berekening onnauwkeurigheden optreden. Hiertegenover staat dat sommige gegevens praktisch niet (voor een betaalbare prijs) door experimenten te verkrijgen zijn, en dat experimenten ook

Simulaties zijn van belang voor sommige industrieën

hun experimentele fouten meebrengen.

Een ander voorbeeld van dit soort berekeningen is het simuleren van olie- of waterstromingen in de grond. Deze zijn van groot belang voor de olie-industrie of voor de waterleidingbedrijven. (Het is nuttig te weten waar men, met effect, een nieuwe put kan slaan.)

Meer voorbeelden, belangrijk voor de elektronische industrie, zijn de simulatie van elektrische stromen in elektrische circuits of in halfgeleider-devices. Ook worden delen van het fabricageproces van halfgeleider-devices door differentiaalvergelijkingen beschreven en door berekeningen gesimuleerd (processimulatie). Men kan wel zeggen dat het beschikken over goede computer programma's die dergelijke berekeningen kunnen uitvoeren, voor een industrie, die nieuwe geavanceerde produkten op de markt wil brengen, van levensbelang is.

De inspanning om te komen tot goede professionele numerieke programmatuur wordt vaak onderschat

Waar dergelijke berekeningen essentieel worden, zien we dat verschillende soorten mensen daarbij betrokken raken: de gebruikers, dat zijn de ingenieurs, geïnteresseerd in het resultaat van de berekeningen; de wiskundigen, verantwoordelijk voor de rekenmethode; en de programma-constructeurs, degenen die de programmatuur maken.

Het valt mij op dat soms het onderling begrip tussen enerzijds de gebruiker of de theoretisch ingestelde wiskundige en anderzijds degenen die verantwoordelijk zijn voor de constructie van zo'n programma-pakket betrekkelijk gering is. In het bijzonder meen ik dat de inspanningen die geïnvesteerd worden in het maken van deze soort professionele programmatuur soms worden onderschat door degenen die daar niet direkt bij betrokken zijn.

We dienen ons hier te realiseren dat het maken van algemeen bruikbare programmatuur veel meer omvat dan het implementeren van een rekenmethode. De gebruiker zal i.h.a. wensen dat het programma de gegevens, die het voor de berekening nodig heeft, begrijpt in termen van de toepassing, zodat de gebruiker niet telkens met de wiskundige formulering van het

probleem geconfronteerd wordt. Verder zal de gebruiker het resultaat niet wensen te zien als een lange lijst van berekende getallen, maar als een grafiek, een plaatje of misschien een film. Bovendien wil de gebruiker niet langer op het antwoord wachten dan strikt noodzakelijk is. Tenslotte zal de gebruiker willen dat het programma ook nog werkt wanneer de computer van vandaag vervangen wordt door die van morgen. Het realiseren van deze faciliteiten vraagt een aanzienlijke extra inspanning.

Tijdens zijn opleiding schrijft de wetenschapper of de ingenieur meestal zijn eigen programma's, eventueel onder gebruikmaking van een bestaande software-bibliotheek. De programmatuur die hij schrijft is bijna altijd kleinschalig en heeft niet veel méér gebruikers dan de directe kennissenkring van de maker. Dat maakt dat de wetenschapper dikwijls onderschat wat er komt kijken bij het ontwikkelen en onderhouden van echte industriële programmatuur. Een programmapakket van enige omvang en algemeenheid in gebruik, op één van de bovengenoemde gebieden, vergt al snel een inspanning van enkele tientallen (soms enkele honderden) mensjaren. De gebruiker van een programma (de ingenieur), maar ook de leiding van een bedrijf lijkt dat wel eens uit het oog te verliezen.

★

Is industriële wiskunde geen vakgebied, rekenen is het wél. Als ik over rekenen spreek bedoel ik niet alleen de vaardigheid die U op de lagere school is geleerd, maar ook het betere rekenwerk, waardoor de simulaties kunnen worden uitgevoerd, waarover ik zoëven sprak. In de Engelstalige landen wordt dit rekenen wel "scientific computing" genoemd. Het is de kunst om met een computer berekeningen uit te voeren.

De wetenschap van het rekenen -in het Nederlands ook wel numerieke wiskunde genoemd- is enerzijds een typisch wiskundig vak. Voor het construeren en bestuderen van de rekenschema's wordt van veel wis-

*Rekenen is
een wiskundig vak-
gebied*

*Kan 't slim,
eenvoudig en goed-
koop?*

kunde en wiskundige methoden gebruik gemaakt. Anderszijds speelt bij het rekenen een factor mee, die voor de meeste wiskundigen van geen belang is, namelijk de efficiency. Veel wiskundigen stellen zich tot doel een probleem te analyseren of op te lossen. Voor sommige analytici is het probleem opgelost wanneer ze bewezen hebben dat er een oplossing bestaat voor hun probleem. Voor de rekenaar of numericus is dat niet voldoende. Hij wil de oplossing ook in een zo kort mogelijke tijd, en zo nauwkeurig mogelijk berekenen. Voor een praktisch rekenaar is niet alleen de vraag van belang "Kan ik het uitrekenen?" maar ook, zoals Simon Polak pleegt te zeggen, "Kan het slim, eenvoudig en goedkoop?". Dat is een vraag waar een zuiver wiskundige zich hoog boven verheven zal voelen.

Numerici zijn zich van het fouten maken bewust

Nog in een ander opzicht is de rekenaar een vreemde eend in de wiskundige bijt. Is het doorgaans het streven van de wiskundige geen fouten te maken, de rekenaar doet niet anders. Heeft U op Uw zakrekenapparaat wel eens $1/3$ uitgerekend? U zult gemerkt hebben dat het antwoord slechts bij benadering juist was. Blijkbaar heeft Uw rekenapparaat een fout gemaakt. Een kleine. Maar wanneer U een miljoen van deze fouten bij elkaar telt -en dat is niet zo moeilijk als U even rekent- dan kan het resultaat al een heel aanzienlijke fout zijn. Dit verschijnsel -de afronding- maakt dat rekenaars niet alleen voortdurend fouten maken, maar ook dat ze zich daarvan voortdurend bewust moeten zijn.

Ervaring vs theorie

Nu zijn numerici genoeg wiskundig om theorieën op te stellen waarmee zij kunnen voorspellen in welke gevallen en in welke mate zulke afrondfouten, en andere benaderingsfouten die regelmatig gemaakt worden, het resultaat van een berekening onbruikbaar kunnen maken. Toch is de praktijk van het rekenen niet alleen op theorie, maar ook op ervaring gebaseerd. Zo is het bijvoorbeeld bekend dat voor het oplossen van bepaalde asymmetrische lineaire stelsels een bepaald rekenschema (de CGS-iteratie) dikwijls efficiënter de oplossing kan vinden dan andere schema's,

terwijl er nog geen sluitende theorie is die dat verklaart.

Door praktische rekenaars worden zo soms heuristisch (d.w.z. door ervaring en gestuurd toeval) interessante methoden gevonden om berekeningen uit te voeren, en theoretici proberen later voor het gedrag daarvan verklaringen te vinden, of de vermoedens te ontzenuwen.

★

Zoals bij Uw zakrekenmachine, is ook bij andere digitale rekenmachines het maken van afrondfouten bij de meeste berekeningen onvermijdelijk. En het effect van het doorwerken van deze fouten in het verloop van de berekening kan ingewikkeld en belangrijk zijn. In sommige situaties kan, in een langduriger berekening, het resultaat geheel door de fouten overwoekerd worden.

Nu moet U niet denken dat er tegen eenmaal gemaakte fouten geen kruid gewassen is. Hier ligt een verband met mijn tweede stelling, waarin ik beweerde dat juist de fouten een probleem tot een goede oplossing kunnen brengen. Om U tot de hier-achterliggende gedachte te introduceren, wil ik U eerst iets meer vertellen over de principes volgens welke veel oplossingsmethoden te werk gaan. Bij deze methoden wordt ervan gebruik gemaakt dat een computer eenvoudig in staat is een eenmaal geleerde berekening veelvuldig en zonder morren te herhalen. Een rekenproces waarin dit gebeurt heet een iteratief proces.

Ik wil U hiervan een eenvoudig voorbeeld geven. Laten we ons tot doel stellen de vergelijking $x^2 = 2$ op te lossen. Sommigen onder U zullen dat geen probleem vinden en direkt het antwoord denken te kennen: de vierkantswortel uit 2. De waarde van dit getal zal echter opgezocht of berekend moeten worden. Deze berekening kan nu eenvoudig worden uitgevoerd als een iteratief proces. Hoe dit verloopt zien we als volgt: het getal x^2 stelt de oppervlakte voor van een vierkant met een zijde ter lengte x . Van dit vierkant weten we dat de oppervlakte 2 is, en de zijde x dient te worden

Het effect van rekenfouten op het resultaat is belangrijk

*Een voorbeeld:
Newton iteratie
voor $x \times x = 2$*

berekend. Het is duidelijk dat de zijde kleiner is dan 2 (oppervlak 4) en groter dan 1 (oppervlak 1). We kunnen dus de lengte van de zijde grof benaderen door $1 \frac{1}{2}$. (Maar we zouden even goed met een andere benadering kunnen beginnen.) Het oppervlak van de bijbehorende vierkant is nu $2 \frac{1}{4}$. Leggen we dit te grote vierkant over het vierkant met oppervlak 2, zodanig dat twee hoeken precies over elkaar vallen, dan zien we dat het grote vierkant over een lengte van twee zijden (d.i. over een lengte van ongeveer 3) oversteekt, en dat de oppervlakte van het overstekende stuk $\frac{1}{4}$ is. De breedte van het overstekende stuk is dus ongeveer $(\frac{1}{4})/3 = \frac{1}{12}$. We krijgen dus een betere benadering van x wanneer we van de vorige benadering ($1 \frac{1}{2}$) er deze breedte $\frac{1}{12}$ aftrekken. We krijgen dan als nieuwe schatting $1 \frac{5}{12} = 1.4166\dots$. Met deze nieuwe schatting vinden we dat het oppervlak van het bijbehorende vierkant 2.0069 is. De fout in de benadering van het antwoord is kleiner geworden. We kunnen dezelfde procedure nu herhalen met $1 \frac{5}{12}$ als beginschatting en zo het antwoord iteratief verbeteren. Door zo dit proces telkens met de beste schatting te herhalen, kunnen we het antwoord met iedere gewenste nauwkeurigheid bepalen.

We zien aan dit voorbeeld dat, ongeacht de beginbenadering, de methode als vanzelf nauwkeuriger oplossingen vindt en dat veel fouten die tijdens het proces gemaakt worden geen invloed hebben op de goede afloop. Het belangrijkste in de berekening is het bepalen van de oppervlakte van de strook die oversteekt, d.i. de mate waarin voor de benadering x^2 verschilt van 2. Dit verschil heet ook wel het *defect* van de vergelijking. De berekening van de dikte van de strook, d.i. de correctie op de benadering die we hadden, hoeft niet met grote precisie te gebeuren. Alle (af rond)fouten die we maken bij het bepalen van een nieuwe benadering zullen weinig invloed hebben op het uiteindelijke antwoord.

Iteratieve berekeningen zijn goed te automatiseren

Met een programmeerbare rekenmachine kunnen we de berekening automatisch laten voortgaan totdat het defect voldoende klein is, d.w.z. totdat het gevon-

den antwoord zo goed aan de vergelijking voldoet als we wensen.

De hierboven beschreven iteratieve procedure is niet nieuw. Ze komt reeds voor in een babylonische spijkerschrift tekst², maar ze is exemplarisch voor veel moderne oplosmethoden: de *defect correctie methoden*.

De defect correctie processen corrigeren zichzelf. In een gedeelte van de berekening -bij de berekening van het defect- wordt bepaald in welke mate het gevonden antwoord afwijkt van de eisen die aan de oplossing gesteld worden, en naarmate een grotere of kleinere discrepantie gevonden wordt, worden maatregelen genomen om dat verschil te verkleinen. Daarmee hebben ze een overeenkomst met terugkoppelingssystemen in de techniek.

Hierdoor heeft het automatisch rekenproces meer overeenkomst met een koelkast dan met een afwasautomaat. De afwasautomaat werkt een van te voren afgesproken programma af. De koelkast heeft een onderdeel dat vaststelt of de temperatuur teveel afwijkt van de gewenste temperatuur, en ze schakelt zichzelf zo nodig aan. Op deze wijze is de koelkast in staat te reageren op invloeden van buiten. Op dezelfde wijze kan een defect correctie proces een antwoord vinden, ook als er zich tijdens de berekening niet geheel voorstelbare fouten voordoen.

Het is juist de fout in het antwoord die de discrepantie veroorzaakt waardoor het gewenste antwoord gevonden wordt.

Aan de ene kant is dit een heel prettige eigenschap voor een oplosmethode, omdat fouten, die in het verleden van de berekening gemaakt zijn, geen invloed meer hebben op het gevonden antwoord. Aan de andere kant wordt het hierdoor moeilijker om mogelijke denk- of programmeerfouten op te sporen die in deze rekenprocessen kunnen voorkomen. Wanneer fouten in de implementatie optreden, behoeft dat nl. niet tot verkeerde resultaten te leiden. Het is echter wel heel goed mogelijk dat, door een fout, het proces veel méér

*Defect Correctie:
Klassiek principe
in de wiskunde*

Feedback systemen

*Zelfcorrectie maakt
foutvinden moeilijk
en theorie belangrijk*

rekenstappen moet maken (we zeggen: veel langzamer convergeert) dan de bedoeling is. Om er zeker van te zijn dat dergelijke processen correct verlopen, is het noodzakelijk voldoende inzicht te hebben in wat men van de convergentie kan verwachten, zodat -wanneer het oplosproces niet naar verwachting convergeert- men de programmeer- of denkfout kan verbeteren.

*Defect Correctie:
nogmaals*

De defect-correctie methoden kan men ook op een andere wijze bezien. Men kan ze beschouwen als *methoden om moeilijke problemen op te lossen door herhaald oplossen van eenvoudiger problemen*. We keren daartoe terug naar ons voorbeeld $x^2 = 2$. We beschouwen dit als het moeilijke probleem (omdat we het niet direkt kunnen oplossen). Het eenvoudige probleem is: de breedte van een rechthoek berekenen als het oppervlak en de lengte bekend zijn. Het oplosproces was nu als volgt (i) bereken het defect: $x^2 - 2$, dat is het overstekende oppervlak, de mate waarin het probleem nog niet is opgelost, (ii) deel dat oppervlak door $2x$, dat is het oplossen van het eenvoudiger probleem, in ons geval het berekenen van de dikte van de overstekende strook; en (iii) tel deze correctie bij de vorige benadering op.

*Multirooster
Methode*

Ditzelfde principe kunnen we in veel verschillende vormen ook gebruiken voor technische problemen. Ik wil U één voorbeeld geven: de toepassing van een multiroostermethode voor een stromingsprobleem. We stellen ons hier de stroming voor van een gas in een buis, en we willen van dat gas overal de snelheid, de temperatuur en de druk berekenen. De computer kan alleen een aantal getallen voor ons berekenen. Daarom verdelen we het gehele volume van de buis in een aantal denkbeeldige cellen, en in elk van deze cellen beschrijven we de snelheid, temperatuur en druk d.m.v. een enkel getal. Deze getallen -vijf voor elke cel- willen we nu bepalen.

We kunnen het gedrag van het gas in de buis beschrijven door wiskundige vergelijkingen (partiële differentiaalvergelijkingen) en daaruit kunnen we voor elk getal dat we moeten bepalen een vergelijking afleiden. Zo krijgen we een groot aantal vergelijkingen,

met evenzoveel onbekende getallen. Denken we ons voor het gemak een blok-vormige buis die we in iedere richting in 10 cellen verdeeld hebben, dan bevat de buis 1000 cellen en dus bestaat ons stelsel uit 5000 vergelijkingen met 5000 onbekenden.

Willen we de stroming nauwkeuriger kennen, dan zullen we kleinere cellen in het volume van de buis moeten nemen. Als we de cellen in iedere richting halveren, krijgen we 8 maal zoveel cellen en dus 40.000 vergelijkingen. U ziet dat, door de buis in nog kleinere celletjes te verdelen, we gigantisch veel vergelijkingen en onbekenden kunnen krijgen.

Alle technieken om dergelijk grote stelsels vergelijkingen op te lossen zijn iteratief: beginschattingen worden tijdens het rekenproces verbeterd. Sommige van deze processen zijn de z.g. relaxatiemethoden. Maar deze hebben het bezwaar dat de convergentiesnelheid afneemt naarmate de op te lossen stelsels groter zijn. Niet alleen moeten we -voor grotere stelsels- in iedere verbeteringsronde alle vergelijkingen nalopen en dus méér werk doen, de correcties worden ook minder effectief als de stelsels groter worden.

De multiroostermethode is een techniek om de convergentie van zo'n iteratief proces te versnellen. Aan de hand van het defect-correctie principe kan ik U nu de werking daarvan eenvoudig uitleggen. We stellen ons de twee versies van het probleem met de buis voor: het ene met 40.000 vergelijkingen (dat is het moeilijke probleem, met de kleine cellen, dat zoveel vergelijkingen bevat om een nauwkeurige benadering van de stroming te krijgen) en het andere met 5000 vergelijkingen (dat is een eenvoudiger probleem, met de grote cellen, dat te hulp geroepen wordt om het moeilijke probleem snel op te lossen). We kunnen nu voor een -eerder gevonden- benaderende oplossing van het moeilijke probleem het defect uitrekenen. Dit defect gebruiken we om d.m.v. het eenvoudiger probleem op goedkope wijze een correctie vinden op de eerdere benadering. Deze correctie, die nog niet het gehele probleem oplost, zal al het belangrijkste deel van de fout van het moeilijke probleem wegnemen. De

overgebleven fout kunnen we goed reduceren met een relaxatiemethode. Als dit de fout nog niet genoeg reduceert, kan deze combinatie van correcties weer iteratief toegepast worden.

U zult zeggen dat ik hiervoor nog altijd telkens -bij het oplossen van het eenvoudige probleem- een groot stelsel van 5000 vergelijkingen moet oplossen. Daarin heeft U gelijk, maar dit probleem kan ik opvangen door mijn toevlucht te nemen tot nog grotere cellen. Als ik dat op dezelfde wijze doe, door telkens weer van 8 cellen één grotere te maken, reduceert dat het aantal met een nieuwe factor 8. Deze truc herhalen we tot we een -voor de computer- schappelijk aantal vergelijkingen hebben verkregen.

De onderliggende gedachte voor de multirooster-methode is telkens het gebruik van een combinatie van *eenvoudige iteratieve processen* (de relaxatiemethoden) tesamen met een *rij van discretisering* op fijnere en groffere verdelingen van het gebied waarop het probleem moet worden opgelost. (Iedere component van het rekenproces heeft als taak om verschillende componenten van de fout te reduceren). Op deze wijze is het multiroosterprincipe voor een ruim scala van toepassingen te gebruiken.

*Globaal of precies:
verschillende typen
moeilijkheden*

Er kunnen zich echter twee wezenlijke moeilijkheden voordoen. De methode werkt wanneer op het groffe rooster de discretisering nog een echte benadering levert voor de fijne discretisering. Maar op een bepaald ogenblik kunnen de groffe discretisering zó weinig detail bevatten, dat de discrete vergelijkingen het oorspronkelijke probleem niet meer benaderen en daardoor het iteratieve proces niet meer versnellen. Het eist inventiviteit en inzicht om te onderkennen wanneer het zinvol is een bepaalde benadering nog te gebruiken.

Daartegenover staat dat de methode altijd goed zal werken als de discretisering héél fijn worden (en de stelsels vergelijkingen dus heel groot zijn) en wanneer een redelijk goede beginschatting bekend is. Dit betekent dat de methode goed werkt wanneer we de oplossing al bij benadering kennen, en we de oplossing

veel nauwkeuriger willen bepalen.

De tweede moeilijkheid is het vinden van een redelijke beginschatting. Het is dikwijls moeilijk een ruwe schatting van de oplossing te vinden, wanneer van te voren nog niets over de oplossing bekend is.

Het bijzondere van de multiroostertechniek is dat, voor een grote klasse van vergelijkingen kan worden bewezen dat het aantal rekenkundige bewerkingen (dat zijn: +, -, \times en /) om de vergelijking voldoende nauwkeurig op te lossen, evenredig is met het aantal onbekenden. Dat is een optimaal resultaat.

De multiroostermethoden hebben een ongebruikelijke geschiedenis in de numerieke analyse. Zijn veel nieuwe praktische inzichten in de numerieke wiskunde (bijv. de Eindige Elementen Methode) in andere vakgebieden ontstaan, de multiroostertechniek werd door wiskundigen bedacht en gepubliceerd in 1961 ³, 1964 ⁴ en 1966 ⁵. Deze vroege publicaties trokken echter eerst geen aandacht. Het is Achi Brandt geweest die, in het begin van de 70er jaren ⁶, de ideeën die het multiroosterprincipe zo effectief maken, verder ontwikkelde en bij de numerici onder de aandacht bracht ⁷. Toch heeft deze zendingarbeid in de eerste jaren weinig invloed gehad op de numerieke analyse als geheel. Het duurde vrij lang voordat de multiroostermethoden ingang vonden en in toepassingen werden gebruikt. Onafhankelijk van Brandt was het in Duitsland Hackbusch ⁸, die -omstreeks 1976- de methode onafhankelijk herontdekte en een strenge en algemene convergentie-theorie voor de multiroostermethoden ontwikkelde ⁹. In die eerste jaren was het een kleine groep die zich er mee bezig hield, onder wie ook Wesseling ¹⁰, als Nederlander, zeker genoemd moet worden.

Er zijn wel redenen te geven waarom het multirooster onderzoek oorspronkelijk wat los stond van de gevestigde Numerieke Wiskunde. De belangrijkste oorzaak is misschien dat het multiroostergebeuren niet direkt als een natuurlijk gevolg bij aan de gang zijnde ontwikkelingen aansloot. Verder was er in het begin weinig theorie over de methode. Alleen voor heel een-

*Multirooster
geschiedenis*

voudige gevallen kon men precies verklaren waarom het goed werkte, en voor veel gevestigde numerici bleef de methode iets geheimzinnigs houden. Want hoewel het multiroosterprincipe eenvoudig is, kan het moeilijk zijn een computerprogramma te schrijven dat op dit principe gebaseerd is. Het gebeurde meer dan eens dat goede onderzoekers concludeerden dat de multiroostermethode voor een bepaalde toepassing niet geschikt was, terwijl later het tegendeel bewezen werd ¹¹.

De oorzaak daarvan is dat er zóveel mogelijkheden zijn om de multiroosterprincipes toe te passen, dat men daardoor uit een enkele mislukking niet het falen van de multiroostertechniek mag concluderen.

Ondertussen zijn de tijden veranderd. Er is nu een gedegen theorie ontwikkeld voor verschillende, ruime klassen van problemen: integraalvergelijkingen en elliptische differentiaalvergelijkingen, en op sommige gebieden is het gebruik van multirooster al standaard. Verder dringt multirooster steeds meer door in allerlei andere toepassingen. Er heeft zich werkelijk in de laatste 10 jaar een explosieve groei voorgedaan in het aantal activiteiten en publicaties over dit onderwerp. Veel nieuwe onderzoekers hebben het terrein betreden, en ook een groot aantal gevestigde numerici heeft zich nu op de multiroostermethoden geworpen.

*

Dames en Heren,

*Relatie met werk
in de industrie*

U zult begrepen hebben dat het rekenen mijn vakgebied is en dat de Defect Correctie en Multirooster Methoden mijn speciale aandacht hebben.

Wat is de relatie tussen de multiroostermethode en industriële toepassingen? Ik wil hiervan enkele voorbeelden geven aan de hand van een deel van de onderzoeksprojecten die op het ogenblik in de afdeling Numerieke Wiskunde van het Centrum voor Wiskunde en Informatica wordt uitgevoerd. Ik beperk mij daarbij tot een klein aantal projecten waar ikzelf nauw bij betrokken ben.

HERMES

Het eerste project betreft onderzoek naar het ge-

bruik van multiroostermethoden voor hypersonische stromingen. Hypersonische stromingen zijn gasstromingen met een snelheid van enkele malen (3-40 maal) de geluidssnelheid. Dergelijke stromingen treden op in de ruimtevaart wanneer een ruimtevaartuig in de dampkring terugkeert. Het is dan de luchtstroming die berekend wordt t.o.v. het ruimtevaartuig. In het kader van het Europese ruimtevaartprogramma wordt door de ESA (het Europese equivalent van de NASA) een ruimte-shuttle ontworpen: de HERMES. Het is de bedoeling dat deze shuttle in het eind van de jaren 90 een mens in de ruimte zal sturen en na enige tijd weer op de aarde zal terugbrengen. Het ruimteschip zal een slag kleiner zijn dan de huidige Amerikaanse of Russische shuttles. Het is niet goed mogelijk de fysische toestanden die optreden bij terugkeer in de dampkring (reentry) in het laboratorium na te bootsen. Daarom wordt de meeste informatie over de situatie bij terugkeer uit computersimulaties verkregen.

Deze terugkeer is een kritiek moment in het bestaan van een ruimteschip, omdat de wrijving met de lucht hitte veroorzaakt en omdat, bij een te scherpe afdaling, de shuttle kan verbranden. Om verschillende redenen is dit gevaar bij een kleine shuttle groter dan bij een grotere.

Het uitvoeren van deze berekeningen wordt gecoördineerd door de Franse vliegtuigfabriek Dassault. Als onderdeel van het onderzoek is Dassault geïnteresseerd in de geschiktheid van de verschillende moderne rekenmethoden op dit gebied. Het onderzoek naar de geschiktheid van de multiroostermethode wordt bij het CWI uitgevoerd. Een aantal nuttige resultaten is op dit gebied al bereikt ¹².

Een tweede project betreft het berekenen van elektrische stromen in halfgeleider-devices. Dit onderzoek vindt plaats in het kader van het Nederlandse Innovatief Onderzoeksproject IC-Technologie. Halfgeleider-devices zijn componenten van elektrische schakelingen variërend van diodes en verschillende soorten transistoren tot thyristors. Geïntegreerde schakelingen, ook wel "chips" genoemd, zijn in-

IOP

gewikkelde devices waarbij vele van deze transistoren op een enkel siliciumkristal zijn samengevoegd.

In dit project worden berekeningen van de elektrische stromen binnen het device uitgevoerd om het gedrag van het device te bestuderen. De berekeningen zijn noodzakelijk omdat experimenten om die inwendige stromen te bepalen zeer kostbaar, moeilijk of onmogelijk zijn. Voor een industrie die chips ontwerpt is het daarom belangrijk om zulke berekeningen goed, snel en goedkoop te kunnen uitvoeren.

Het onderzoek bij het CWI concentreert zich ook hier op de mogelijkheden van het gebruik van de multiroostermethode voor dit soort berekeningen ¹³ ¹⁴. Hier treedt vooral de eerder genoemde moeilijkheid op, dat soms het nut van héél groffe roosters - op sommige plaatsen in het rekengebied- in twijfel getrokken moet worden.

BRITE

In het derde project worden ook multiroostermethoden voor compressibele gasstromingen bestudeerd. Dit project, ook gericht op toepassingen in de aerodynamica, is een onderdeel van het Europese onderzoeksprogramma BRITE. In het onderzoek wordt samengewerkt met Prof.Dr.H.Deconinck van het Von Karman Instituut (Brussel) en Prof.Dr.Chr.Hirsch van de Vrije Universiteit Brussel. Verder werken in dit project de Universiteit van Bari en de Technische Universiteit Denemarken mee. Het zijn de Europese vliegtuigfabrieken Fokker, Aerospaiale, Aeritalia en Dornier die hun interesse voor dit onderzoek getoond hebben.

In dit onderzoek concentreren we ons geheel op het representeren van discontinu of snel-varierend gedrag van de oplossing. Een van de technieken die hier vooral aandacht krijgt is het tijdens de berekening plaatselijk verfijnen van het rooster, op die plaatsen waar de oplossing een bijzonder gedrag vertoont. Dat betekent dat tijdens de berekening nagegaan wordt of met de gegeven celletjes de oplossing voldoende nauwkeurig benaderd wordt. Wanneer blijkt dat dat niet het geval is worden tijdens het oplosproces nieuwe cellen (dus nieuwe vergelijkingen en nieuwe onbekenden) aan

het stelsel toegevoegd.

De bovengenoemde voorbeelden tonen duidelijk aan dat activiteiten op het grensgebied van de industrie en de wiskunde, zoals praktisch alle wetenschappelijk werk van niveau, zich niet alleen nationaal maar vooral internationaal manifesteert.

Door de huidige stimulansen tot samenwerking binnen Europa wordt dit ook steeds belangrijker. Bestonden er altijd al contacten met collega's en instituten elders in Europa en de VS, nú wordt samenwerking in Europees verband een noodzaak.

Een ander voorbeeld van internationale samenwerking op het gebied van de wiskunde en informatica, dat niet los gezien kan worden van een zich verenigend Europa, is het samenwerkingsverband tussen de nationale instituten: het CWI (het Centrum voor Wiskunde en Informatica), INRIA (het Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique) en het GMD (Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung). Deze drie zusterinstellingen uit Nederland, Frankrijk en Duitsland, die zich bezighouden met onderzoek op het gebied van wiskunde en informatica, sloten vorig jaar een samenwerkings-overeenkomst waarin zij niet alleen gemeenschappelijke uitgangspunten formuleerden, maar waarin ook een gezamenlijk actieprogramma werd opgenomen. Deze overeenkomst maakt het gemakkelijker de bestaande contacten tussen de onderzoekers in deze instellingen te onderhouden, onderling bezoeken af te leggen en nieuwe contacten aan te gaan. Het stimuleert ook de infrastructuur. Zo bestaat er een directe lijnverbinding tussen computers van deze instituten, waardoor samenwerken eenvoudiger wordt. Dit houdt o.a. in dat men van achter zijn beeldscherm in Amsterdam eenvoudig iets kan uitrekenen op een computer in Parijs, of omgekeerd. Dat is een heel nuttige faciliteit wanneer men met een collega daar samenwerkt. Door dergelijke ontwikkelingen wordt het duidelijk dat West-Europa inderdaad steeds meer een eenheid wordt.

*Samenwerking met
andere instellingen*

CWI, INRIA &
GMD

Ik ben van mening dat de historische ontwikkeling die we het laatste jaar in Oost-Europa hebben gezien, het belang van de Europese eenwording onderstreept.

Een laatste voorbeeld, waar deze internationalisering uit blijkt, is het bestaan van ECMI, het European Consortium of Mathematics in Industry. Dit is een samenwerkingsverband tussen Europese instellingen op het gebied van de industriële wiskunde. Door de ECMI worden niet alleen jaarlijks conferenties, bijeenkomsten en cursussen georganiseerd waar wiskundige onderwerpen met een industriële achtergrond besproken worden, er is tevens een begin gemaakt met het vormgeven aan een postgraduate opleiding tot 'industriële wiskundige'. Het is de bedoeling ervaring in internationale samenwerking een vast onderdeel van deze opleiding te laten zijn. Dat gebeurt o.a. door een student een deel van de cursus in het buitenland te laten volgen, of door hem in het buitenland een stage te laten lopen.

Nederlanders als Hazewinkel en Matthey en Nederlandse instellingen hebben een belangrijke rol gespeeld bij de oprichting van ECMI, en het secretariaat is in Nederland gevestigd. Ik ben van mening dat het belangrijk is dat Nederland een wezenlijke rol speelt in dit proces van Europese samenwerking. Maar, hoewel -zoals gezegd- de nodige initiatieven al genomen worden, denk ik ook dat het toch -gezien het thuisfront- vanuit Nederland niet eenvoudig zal zijn om deze activiteiten in veel ruimere mate te ontplooien en een leidende rol te blijven innemen. In Nederland lijkt het maatschappelijk draagvlak daarvoor niet bijzonder groot. In vergelijking met de ons omringende landen, hebben traditionele industriële activiteiten in Nederland een betrekkelijk gering prestige. Van oudsher schijnen in Nederland DE HANDEL en HET WOORD, beide in de ruimste zin opgevat, wat dat betreft een ruime voorsprong te hebben op DE NIJVERHEID. Daarvoor bestaat wellicht een historische achtergrond. Met uitzondering van de verwerking van koloniale waren, leefde Nederland voor 1940 voornamelijk van de handel en het landbouw-

overschot. De industrie heeft zich pas na de tweede wereldoorlog in ruimere mate ontwikkeld. Ik denk dat we moeten inzien dat het geen natuurlijke zaak is dat we deze activiteiten zullen behouden.

Om de concurrentie met andere landen aan te kunnen, zullen we ons van die anderen moeten onderscheiden (hoe elitair sommigen Nederlanders dat misschien mogen vinden). Om de industriële activiteit te handhaven, zullen we ons, nog méér dan in het verleden, moeten kunnen baseren op een verhoudingsgewijs (i) hoog opleidings-peil, (ii) een hoogwaardige specialistische kennis, en (iii) inventiviteit. Voorbeelden dat deze drie factoren alle noodzakelijk zijn zou men kunnen zien in de textiel-industrie of de scheepsbouw. Bij het ontbreken van een visie, gebaseerd op een kennisvoorsprong, kunnen industriële activiteiten gemakkelijk naar landen verdwijnen waar menskracht goedkoper is.

Kennisinfrastructuur en onderwijs

Daarom is het belangrijk een goede kennis-infrastructuur in stand te houden en verder te ontwikkelen. Een sleutelpositie wordt daarbij nog altijd ingenomen door het onderwijs. Op de universiteiten is een onderwijsaanbod van hoge kwaliteit nodig, omdat verstandige studenten anders hun top-opleiding in het buitenland zullen volgen. Ook de kwaliteit van leraren op de middelbare school is bijzonder belangrijk, omdat zij in feite op deze scholen de kwaliteit van het onderwijs bepalen en in belangrijke mate, door hun onderwijs, richting kunnen geven aan de interesse van de leerlingen.

Het is bijzonder jammer dat allerhande maatschappelijke ontwikkelingen er toe geleid hebben dat het beroep van leraar een gering prestige heeft overgehouden. Dat is zeker voor een groot deel te wijten aan politici en bestuurders die de laatste decennia een overmaat van interesse hebben getoond voor de structuren en een veel te geringe belangstelling voor het feitelijk functioneren van het onderwijs. Dat dit niet alleen op landelijk niveau speelt, maar ook op plaatselijk, blijkt in onze eigen stad, waar bij benoemingen (van rectoren en directeuren) -als regel- politiek hob-

byisme voorgeat boven de kwaliteit van het onderwijs. Dit is heel jammer, want juist echt goed onderwijs is voor leerlingen een van de weinige valide stimulansen om zich met een goed vak, als de wiskunde, bezig te willen houden. Ik kan mij moeilijk voorstellen dat een loze kreet als "Kies exact" een echte belangstelling voor het vak oproept, laat staan dat het een beginnende liefde voor het vak wakker maakt.

Ook buiten de school zou het bezitten van een leer-traditie een beter aanzien kunnen genieten. Dat geldt niet alleen voor leerlingen, maar voor hun gehele omgeving, en voor eenieder die zich met kennis bezighoudt. Want veel kennis is beperkt houdbaar en moet constant vernieuwd worden.



*Industria Mala
Levat*

Ik wil hier verwijzen naar het embleem dat we aantreffen op de titelpagina van David Gregorius' *Astronomiæ Physicæ & Geometricæ Elementa* ¹⁵, uitgegeven door Bousquet in 1726 te Geneve. De spreuk die het ons voorhoudt *INDUSTRIA MALA LEVAT* (De ijver heft het kwaad op) kunnen we toepassen op het studeren, zowel in het onderwijs als in de wetenschappen. De wiskundigen onder U valt ongetwijfeld de overeenkomst op met het devies van het Wiskundig Genootschap "Een onvermoeide arbeid komt alles te

boven". Meer cynisch ingestelden kunnen het ook vertalen met "De industrie heeft de vruchten voor het oprapen". Zo heeft het embleem van Bousquet ons weer bij de industrie teruggebracht.

Uit de vele bijeenkomsten die op het gebied van de industriële toepassing van de wiskunde georganiseerd worden, blijkt dat er een aanzienlijke interesse bestaat bij wiskundigen om contact te hebben met de praktijk. Vooral de verspreiding van het computergebruik en de explosieve groei van het aantal high-tech producten en technieken biedt enorme mogelijkheden voor deze wiskundigen. Zij zouden hun vak kunnen gebruiken om de kwantitatieve eigenschappen van ingewikkelde modellen en processen te begrijpen, en daarmee kunnen ze helpen deze te verbeteren of te vereenvoudigen. Van een werkelijke interactie kunnen zowel de wiskunde als de industrie profiteren.

Maar voor wiskundigen, die in hun hart vinden dat ze stellingen behoren te bewijzen, blijft het een moeilijke uitdaging een brug te slaan tussen wiskunde en industrie. Het is niet gemakkelijk nieuwe wiskundige problemen in een industriële context te herkennen. Praktisch nooit zijn de problemen als wiskundige problemen geformuleerd, noch wenst men een antwoord in een wiskundige formulering. Praktisch de enige manier om de wiskunde boven water te krijgen, is met de mensen uit de praktijk te gaan praten, in hun eigen omgeving, om te begrijpen wat ze zich tot doel stellen, en dan -eventueel- te laten zien wat de wiskunde kan bijdragen.

Friedman ¹⁶ vertelt dat hij, na het nodige voorbereidend werk op organisatorisch niveau, ongeveer 200 gesprekken van een uur gehad heeft met mensen uit de praktijk, en dat dit resulteerde in een 25-tal voordrachten van deze mensen voor een gehoor van geïnteresseerde wiskundigen en studenten. Dit leidde tot een klein dozijn onderwerpen waarbij een nuttige interactie tussen de wiskunde en de industrie plaats vond.

Het is een moeilijke taak om in een wiskunde-cur-

Belang van het onderwijs in de industriële wiskunde

riculum van 4 of zelfs 6 jaar, een dergelijke wisselwerking naar voren te laten komen. Maar het is ook een uitdaging. Wanneer we er in slagen studenten, die hiervoor de aanleg en de interesse hebben, tijdens hun studie ook enige ervaring in de praktijk te laten opdoen, dan moet dat toch mogelijk zijn. En niet alleen voor de studenten is het van belang kennis te maken met deze wisselwerking tussen de wiskundige aanpak en de werkwijze in de praktijk, ook voor de wiskundige binnen de universiteit kan het van belang zijn via deze weg nieuwe impulsen voor onderzoek op te doen. Ook daarom is het nuttig dat aan de universiteit aandacht wordt besteed aan de industriële wiskunde.

*

Geachte toehoorders,

U heeft van mij geen wetenschappelijk betoog gehoord. Merkte professor Van der Sluis niet op, in zijn afscheidscollege, dat college geven een serieuzer zaak is dan oren ?

U, toehoorders, zal ik echter daarmee niet teleurgesteld hebben. Want, zoals Aristoteles zei, "Het kenmerkt een onwikkeld man dat hij precies die graad van nauwkeurigheid verwacht op ieder gebied, als de aard van het onderwerp toestaat. Het is even dwaas genoeg te nemen met een vage redenering van een wiskundige, als een wetenschappelijke bewijsvoering te verlangen van een redenaar" ¹⁷.

Mijne heren leden van het curatorium, en van het bestuur van de Stichting Beta Plus,

Voor het vertrouwen dat U in mij gesteld hebt door mij te benoemen voor deze bijzondere leerstoel, ben ik U zeer erkentelijk. De openlijke aanvaarding van mijn ambt moge tevens uitdrukking geven aan mijn voornemen de mij verstrekte opdracht, het lesgeven in onderwerpen uit de "Industriële Wiskunde", naar beste vermogen te vervullen.

Geacht bestuur van deze Universiteit,

Voor de medewerking die U gegeven hebt bij mijn benoeming betuig ik hier, bij de aanvaarding van mijn ambt, gaarne mijn dank.

Geachte leden van het curatorium en directie van de Stichting Mathematisch Centrum,

Ik betuig U hier gaarne mijn dank voor de mogelijkheid die U mij biedt, de mij opgedragen taak te vervullen.

Geachte Dames en Heren hoogleraren, lector en leden van de wetenschappelijke staf,

De Industriële Wiskunde biedt talrijke mogelijkheden de dagelijkse praktijk en de wiskunde nader tot elkaar te brengen. Inzicht te hebben in alle takken van de wiskunde die voor industriële toepassing in aanmerking komen gaat de capaciteit van een enkeling verre te boven. Ik hoop dan ook vaak de gelegenheid te hebben met U over veel zaken van gedachten te wisselen.

Waarde collega's van de Afdeling Numerieke Wiskunde van het Centrum voor Wiskunde en Informatica

Onze afdeling heeft in haar bestaan een grote bloei doorgemaakt en is nog steeds een van de centra waar de numerieke wiskunde en het wetenschappelijk rekenen, in het bijzonder op het gebied van de partiële differentiaalvergelijkingen, op hoog niveau bedreven worden. Uw vakkennis en de plezierige verstandhouding ervaar ik altijd als zeer stimulerend.

Hooggeleerde Dekker, Beste Dirk,

Met jouw colleges in de Numerieke Algebra heb je -jaren geleden- een wereld voor mij geopend die nog voortdurend blijft boeien. Voor het feit dat je mij toen naar het Mathematisch Centrum hebt gehaald, en mij daar de vrijheid hebt gelaten die onderwerpen ter hand te nemen die mij het meest aanspraken, ben ik je zeer erkentelijk.

Hooggeleerde Van der Houwen, Beste Piet,

Al lange tijd heb ik, als medewerker van de afdeling NW, met je mogen samenwerken. Ik ben van mening dat jouw weloverwogen wijze van leiding geven er toe geleid heeft dat er binnen de afdeling een uitstekende werksfeer bestaat, die bijzonder stimuleert en waarvan wij allen profiteren. Ik verheug mij er op in de toekomst met jou ook binnen de Universiteit aan onze samenwerking gestalte te kunnen geven.

Hooggeleerde broer, Beste Coen,

Het leidt geen twijfel dat het jouw bijdrage aan mijn opvoeding en onze vroegere samenwerking is geweest, waardoor de interesse in het praktisch toepassen van de wiskunde bij mij vaste voet heeft gekregen. Was -in 1946- de gasmeter in de gangkast in de Elsstraat misschien als rekenmachine nog niet zó geschikt bij het bereiden van onze virtuele peniciline, in 1968 was -bij nacht en ontij- de computer van het Fysiologisch Laboratorium te Leiden een uitstekend hulpmiddel om de experimenten, gedaan in het Laboratorium voor de Stollingsbiochemie, te analyseren. Ik heb daar heel veel van geleerd.

Akke, Bas en Mirte,

Wat jullie voor mij betekenen laat zich hier niet in woorden uitdrukken. Jullie bestaan is voor mij een voorwaarde, zonder welke die veel abstractere zaken die hier aan de orde geweest zijn hun betekenis verliezen.

Dames en Heren Studenten,

Door de cursusduur van 4 jaar en door de maximale tijd van 6 jaar die U reglementair aan de Universiteit kunt doorbrengen, heeft men het U moeilijk gemaakt U breed te oriënteren. Het is U praktisch onmogelijk gemaakt U in méér dan een enkel vak te bekwamen. Wanneer U de wiskunde in de praktijk wilt toepassen, zal het altijd nodig blijken zich, naast de wiskunde, óók in een ander vak te verdiepen. Het

is vooral de wisselwerking van vakgebieden die het werken aan praktische problemen zo boeiend maakt.

Op korte termijn zal de studie in de praktische wiskunde aan onze faculteit een duidelijker gezicht krijgen en zal er ook een post-doctorale fase gestalte krijgen, waarin de relatie tussen wiskunde en haar praktische toepassingen meer op de voorgrond zal komen.

Ik wil proberen U een deel van de kennis bij te brengen die U nodig kunt hebben bij het aanvatten van de vele problemen die om een wiskundige oplossing vragen, en ik zal mijn best doen U wegwijst te maken in enkele van de vele toepassingen die op U staan te wachten.

Ik dank U voor Uw aandacht.

Notities en referenties

¹Philolaos:

Γνωμική γὰρ ἡ φύσις ἡ τοῦ
'αριθμοῦ καὶ ἡγεμονικὴ καὶ
διδασκαλικὴ τοῦ ἀπορουμένου
παντός καὶ ἀγνούμενου παντί

(L.N.H. Bunt: *Van Ahmes tot Euclides*, Wolters, Groningen, 1954).

² B.L. van der Waerden: *Ontwakende Wetenschap*, Noordhoff, Groningen, 1950.

³ R.P. Fedorenko: *A relaxation method for solving elliptic difference equations*, *Ž. vyčisl matem. i matem. fiz.* 1 (1961) 922-927; (vert.: *USSR Comput. Math. and Math. Phys.* 1 (1962) 1092-1096).

⁴ R.P. Fedorenko: *The speed of convergence of an iterative process*, *Ž. vyčisl matem. i matem. fiz.* 4 (1964) 559-564; (vert.: *USSR Comput. Math. and Math. Phys.* 4 (1964) 227-235).

⁵ N.S. Bachvalov: *On the convergence of a relaxation method with natural constraints on the elliptic operator*, *Ž. vyčisl matem. i matem. fiz.* 6 (1966) 861-883; (vert.: *USSR Comput. Math. and Math. Phys.* 6 (1966) 101-135).

⁶ A. Brandt: *Multi-level adaptive technique (MLAT) for fast numerical solution to boundary value problems*, *Procs Third Internat. Conf. on Numerical Methods in Fluid Mechanics*, Paris, 1972, H. Cabannes and R. Temam eds, *Lecture Notes in Physics* 18, Springer Verlag, Berlin, 1973, pp.82-89.

⁷ A. Brandt: *Multi-level adaptive solutions to boundary value problems*, *Math. Comp.* 31 (1977) 333-390.

⁸ W. Hackbusch: *Ein iteratives Verfahren zur schnellen Auflösung elliptischer Randwertprobleme*, Report 76-12, Institut für Angewandte Mathematik, Universität Köln, 1976.

⁹ W. Hackbusch: *Multi-Grid Methods and Applications*, Springer Series in Comp. Math. 4, Springer

Verlag, Berlin, 1985.

¹⁰ P. Wesseling: *Numerical solution of stationary Navier-Stokes equations by means of a multiple grid method and Newton iteration*, Report NA 18, Dept. Mathematics, Delft Univ. of Technology, Delft, 1977.

¹¹ L.E. Eriksson, A. Rizzi: *Computer-aided analysis of the convergence to steady state of discrete approximations to the Euler equations*, J. Comp. Phys. 57 (1985) 90-128.

¹² B. Koren, P.W. Hemker: *Damped, direction-dependent multigrid for hypersonic flow computations*, Report NM-R8922, Dept. Num. Math., CWI, Amsterdam, 1989.

¹³ P.M. de Zeeuw: *Nonlinear multigrid applied to a 1D stationary semiconductor model*, Report NM-R8905, Dept. Num. Math., CWI, Amsterdam, 1989.

¹⁴ J. Molenaar, P.W. Hemker: *A multigrid approach for the solution of the 2D semiconductor equations*, Report NM-R90xx, Dept. Num. Math., CWI, Amsterdam, 1990.

¹⁵ D. Gregorii *Astronomiæ Physicæ & Geometricæ Elementa*, Secunda Editio revisa & correctâ, Apud M.M. Bousquet & Socios, Genevæ, 1726.

¹⁶ Avner Friedman: *IMA Focuses on Mathematical Issues in Industry*, SIAM News, 14 May 1988

¹⁷ Aristoteles, Eth.Nic. 1094 b 23-28.